



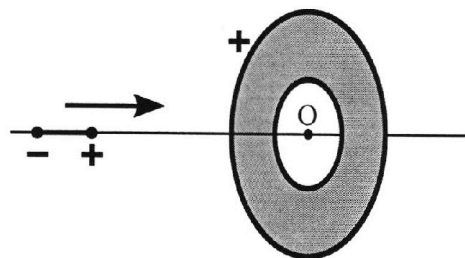
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

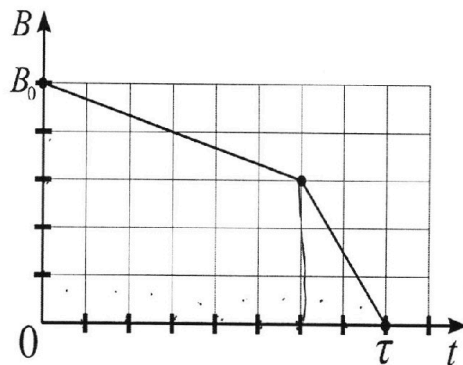
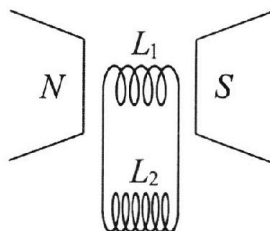


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Заряды диполя уменьшают по модулю в 3 раза и сообщают диполю начальную скорость V_0 .



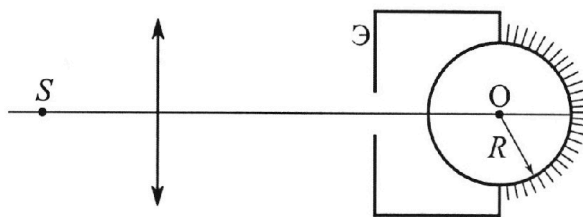
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = 5L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 8L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_2 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_2 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы расположены центр O прозрачного шара радиуса R и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 4,5R$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 8R$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти фокусное расстояние линзы F .

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы уменьшилось на $\Delta = 3R$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



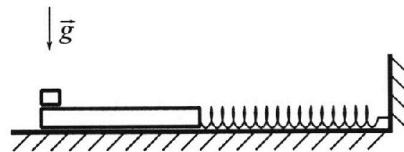
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинную доску массой $M = 4$ кг удерживают на горизонтальной гладкой поверхности. На одном конце доски лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, а в другой конец упирается легкая сжатая пружина жёсткостью $k = 100$ Н/м, прикреплённая к стенке. Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,4$. Доску отпускают, она начинает движение, а брусок начинает двигаться относительно доски. Начальное сжатие пружины подобрано так, что в момент, когда ускорение доски почти достигает нуля первый раз, относительное движение бруска по доске прекращается. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

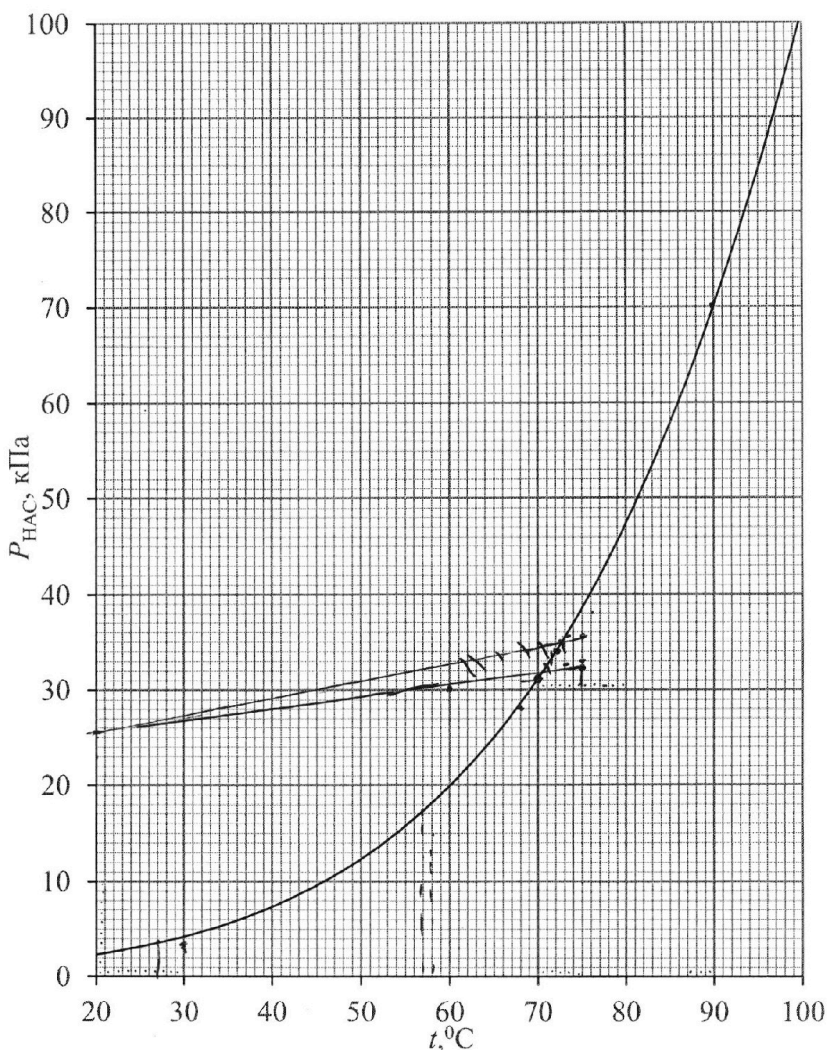


- 1) Найдите сжатие пружины в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.
- 2) Найдите ускорение доски сразу после начала движения.
- 3) Найдите скорость доски в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2. В сосуде постоянного объема находятся в равновесии влажный воздух при температуре $t_0 = 27$ °С и жидкая вода. Масса жидкой воды в 7 раз больше массы пара. Содержимое сосуда постепенно нагревают до температуры $t = 90$ °С. В результате вся вода превращается в пар. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти отношение масс пара в конце и в начале нагревания.
- 2) Найти температуру t^* , при которой прекратится испарение воды.
- 3) Найти относительную влажность ϕ в конце нагревания.

Объёмом жидкosti по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.



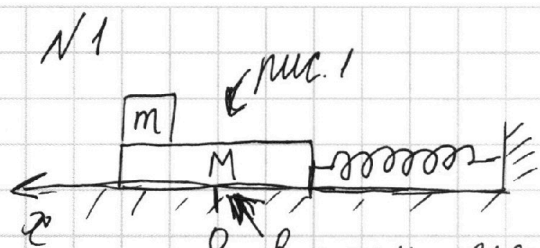


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



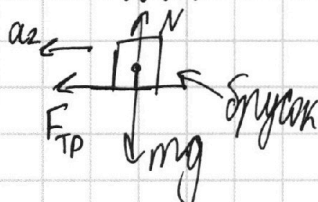
в этом положении пружина не деформирована

далее x_1 — координата x левого конца пружины

x_2 — координата x бруска

Когда доску отпускают, она начинает двигаться в положительном направлении оси ox , $\Rightarrow$ влево относительно бруска, $\Rightarrow$ сила трения действует на доску вправо, на брусок влево

Также брусок движется относительно доски сила трения влево или движется силой трения скольжения; далее все уравнения для этой ситуации

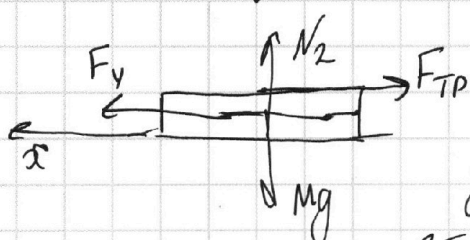


$N = mg$ — сила реакции

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg; \quad ma_2 = F_{тр} = \mu mg$$

2й закон Ньютона $a_2 = \mu g$

На доску:



$F_y = -kx_1$ — проекция силы упругости пружины на ось ox

$\ddot{x}_1$ — проекция ускорения доски на ось ox

2й закон Ньютона:

$$M\ddot{x}_1 = F_y - F_{тр}; \quad M\ddot{x}_1 = -kx_1 - \mu mg$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{k}{M}x_1 + \frac{\mu mg}{M} = 0; \quad \ddot{x}_1 = -\frac{k}{M}x_1 - \frac{\mu mg}{M}$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\ddot{x}_1 + \frac{k}{M} (x_1 + \frac{\mu mg}{k}) = 0$ — уравнение гармонических колебаний со смещенным равновесием:

$x_1(t) = -\frac{\mu mg}{k} + A \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi_0)$ (1) — зависимость x_1 от времени t . A — амплитуда колебаний

1) Когда относительное ускорение бруска и доски станет $= 0$, их ускорения в ЛСО будут равны по модулю и направлены одинаково

$$\ddot{x}_1 = a_2, \quad x_{1,1} \text{ — координата левого конца пружины в этот момент}$$

$$-\frac{k}{M} x_{1,1} - \frac{\mu mg}{M} = \mu g \quad (\text{в этот момент это произойдет в первый раз, брусок будет двигаться относительно доски})$$

$$-k x_{1,1} - \mu mg = \mu Mg$$

$$x_{1,1} = -\frac{\mu(M+m)g}{k} \quad \text{При этом статие пружины:}$$

$$\Delta x_1 = -x_{1,1} = \frac{\mu(M+m)g}{k}$$

$$\Delta x_{1,1} = \frac{0,4(4k_1 + 1k_1) \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = \frac{0,4 \cdot 50}{100} \text{ м} = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см}$$

$$2) \quad \dot{x}_1(t) = -A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi_0)$$

$$\dot{x}_1(0) = 0 \Rightarrow A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin \varphi_0 = 0 \quad A \sqrt{\frac{k}{M}} \neq 0, \Rightarrow \sin \varphi_0 = 0$$

$$\ddot{x}_1(t) = -A \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi_0), \quad \ddot{x}_1(0) > 0, \Rightarrow$$

$$-\cos \varphi_0 \cdot A \frac{k}{M} > 0 \Rightarrow \cos \varphi_0 < 0, \Rightarrow \varphi_0 = \pi, \Rightarrow$$

$$\cancel{\ddot{x}_1(t)} \quad \dot{x}_1(t) = A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad (2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

зависимость ~~скорости~~ $\ddot{x}_1(t) = A \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$ (3)

зависимость скорости бруска от времени:

$$v_2(t) = a_2 t = \mu g t$$

t_1 - время, когда ускорение бруска впервые стало равно 0: $A \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t_1) = 0 \Rightarrow$

$$t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \quad \text{в (2):}$$

$$\dot{x}_1(t_1) = A \sqrt{\frac{k}{M}}$$

Движение бруска относительно доски прекратилось в момент времени t_1 , $\Rightarrow$

$$\dot{x}_1(t_1) = v_2$$

$$A \sqrt{\frac{k}{M}} = \mu g t_1 \quad ; \quad A \sqrt{\frac{k}{M}} = \mu g \cdot \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \Rightarrow$$

$$A = \frac{\pi}{2} \mu g \cdot \frac{M}{k} \quad , \Rightarrow \quad \text{в (3):}$$

$$\ddot{x}_1(t) = \frac{\pi}{2} \mu g \cdot \frac{M}{k} \cdot \frac{k}{M} \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t);$$

$$\ddot{x}_1(t) = \frac{\pi}{2} \mu g \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) \quad ,$$

$\ddot{x}_1(0) = \frac{\pi}{2} \mu g$ - ускорение доски сразу после начала движения

$$\ddot{x}_1(0) \approx \frac{3}{2} \cdot 0,4 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

3) $t_{1,2}$ - время от начала движения, после которого относительное ускорение бруска и доски впервые станет = 0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ddot{x}_1(t_{1.2}) = a_2$$

$$\frac{\pi}{2} mg \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t_{1.2}\right) = mg$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t_{1.2}\right) = \frac{2}{\pi}$$

$$\sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t_{1.2}\right) = \sqrt{1 - \frac{4}{\pi^2}}$$

$t_{1.2} < t_{1.1} \Rightarrow$ в это время брусок ещё движется относительно доски, и все полученные выше уравнения верны

$$\dot{x}_1(t_{1.2}) = \frac{\pi}{2} mg \frac{M}{k} \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t_{1.2}\right) \quad (\text{подставим } A \text{ и } t_{1.2} \text{ в (2)})$$

$$\dot{x}_1(t_{1.2}) = \frac{\pi}{2} mg \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{\pi^2}} = mg \sqrt{\frac{M}{k}} \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1} -$$

скорость доски в этот момент

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t_{1.2}) &\approx 0,4 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \sqrt{\frac{4 \text{ кН}}{100 \frac{\text{кг}}{\text{м}}}} \cdot \sqrt{\frac{9}{4} - 1} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \frac{\text{м}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Ответ: 1) 20 см ; 2) $6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; 3) $\frac{2\sqrt{5}}{5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

1) Суммарная масса воды и пара не меняется, m_0 - масса пара в начале, $\Rightarrow 7m_0$ - масса жидкой воды в начале. В конце вся вода испарилась, $\Rightarrow$ масса пара стала $m_0 + 7m_0 = 8m_0$, $\Rightarrow$

отношение масс пара в конце и в начале нагревания: $\frac{8m_0}{m_0} = 8$.

2) Пока в сосуде есть жидкая вода, пар является насыщенным. Объем сосуда постоянный, $\Rightarrow$ из уравнения состояния для пара получим:

$\frac{p_{\text{нас}}(T)}{T} = \text{const}$, где T - абсолютная температура пара, $p_{\text{нас}}(T)$ - давление насыщенного пара при температуре T , ν - количество вещества пара.

В начале нагрева: $\nu = \nu_0$, $T = T_0 = 300\text{K}$

$p_{\text{нас}} = p_{\text{нас}}(27^\circ\text{C}) \approx 3,5\text{ кПа}$

из графика

$\Rightarrow$ и когда вода перестала испаряться. В конце нагрева масса пара в 8 раз больше, $\Rightarrow$ количество вещества тоже в 8 раз больше, чем в начале, т.е. $8\nu_0$, абсолютная температура пара T^* в конце испарения.

$$\frac{3,5\text{ кПа}}{\nu_0 \cdot 300\text{K}} = \frac{p_{\text{нас}}(T^*)}{8\nu_0 \cdot T^*}$$

$$p_{\text{нас}}(T^*) \text{ в кПа}$$

$$\frac{p_{\text{нас}}(T^*)}{T^*} = \frac{28\text{ кПа}}{300\text{K}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_{\text{нас}}(T^*) = 28 \text{ кПа} \cdot \frac{T^*}{300 \text{ К}} ; T^* = \left(\frac{t^*}{1^\circ\text{C}} + 273 \right) \text{ К} \Rightarrow$$

$p_{\text{нас}}(t^*) = 28 \text{ кПа} \cdot \frac{t^*}{1^\circ\text{C}} + 273 \text{ К}$ — точка, в которой давление $p_{\text{нас}}(t^*)$ и температура t^* должны принадлежать графику зависимости насыщенного пара от температуры

$p_{\text{нас}}(t^*) \approx \frac{7}{75} \frac{t^*}{1^\circ\text{C}} \cdot \text{кПа} + 25,5 \text{ кПа}$ — пересечём прямой график зависимости $p_{\text{нас}}(t^*)$ с данным в условии графиком и получим в точке пересечения: $t^* \approx 71^\circ\text{C}$

3) ~~в конце~~ когда вода перестала испаряться абсолютная температура пара $T^* \approx 344 \text{ К}$, давление $p_2 \approx 32,5 \text{ кПа}$ ~~32 кПа~~. При дальнейшем нагревании пар ведёт себя как идеальный газ с постоянным количеством вещества, объём постоянный, $\Rightarrow \frac{p}{T} = \text{const}$, p — давление пара, T — абсолютная температура.

в конце нагрева $T = T_3 = 363 \text{ К}$, $p = p_3 \Rightarrow$

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}, p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} \approx 32 \text{ кПа} \cdot \frac{363 \text{ К}}{344 \text{ К}} = 8 \text{ кПа} \cdot \frac{363}{86} = 4 \text{ кПа} \cdot \frac{363}{43} \approx 33,8 \text{ кПа}$$

— давление пара в конце из графика, давление насыщенного пара при $t = 90^\circ\text{C}$

$$p_{\text{нас}}(t) \approx 70,0 \text{ кПа} ; \varphi = \frac{p_3}{p_{\text{нас}}} \approx 0,48$$

ответ: 1) 8 ; 2) 71°C ; 3) 0,48



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

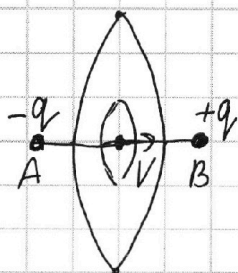
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

Поле диска симметрично относительно плоскости диска

1) При пролёте центра диска через центр отверстия



шарики расположены ~~симметрично~~ симметрично относительно плоскости диска, $\Rightarrow$ потенциалы точек A и B, равны:

(в которых расположены заряды)

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi$$

Потенциал, создаваемый ~~в каждой~~ диском в каждой точке диска = 0 в силу симметрии. Тогда потенциальная энергия взаимодействия диполя и диска:

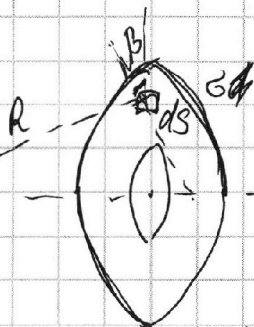
$$W = q\varphi_B - q\varphi_A = q\varphi - q\varphi = 0$$

Энергия взаимодействия диполя и диска, когда диполь бесконечно удалён, тоже $= 0 = W_0$, $\Rightarrow$ из закона сохранения энергии; ~~при~~ при пролёте центра диполя

через центр отверстия его скорость диполя V_0 .

2)

$$\frac{dE_n}{dE} = \frac{dE_n}{dE}$$



Рассмотрим поле малого участка диска площадью ds на оси симметрии σ — поверхностная плотность заряда диска

$$dE = \frac{k\sigma ds}{r^2}, \text{ проекция на ось симметрии:}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

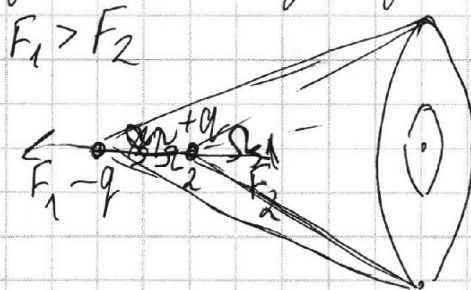
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

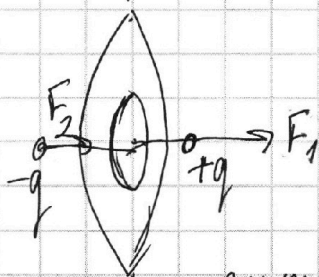
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$dE_n = \frac{kQdS}{R^2} \cos\beta ; \quad \frac{dS \cos\beta}{R^2} = d\Omega - \text{телесный}$$

угол, под которым из т.х виден участок диска, $\Rightarrow$ величина проекции поля на ось симметрии в точке на оси симметрии $\propto$ телесному углу, под которым виден диск из данной точки (суммарное действие диска на диполь по другим осям = 0 в силу симметрии), $\Rightarrow$ пока положительный заряд левее диска, сила отталкивания, действующая на него, больше, чем сила притяжения отрицательного заряда (т.к. телесный угол $\Omega_1 > \Omega_2$)



сила притяжения



будут разгонять диполь:

$F_1 > F_2 \Rightarrow$ диполь замедляется.
После того, как положительный заряд пройдет центр диска, а отрицательный еще нет, и сила отталкивания, и сила притяжения будут разгонять диполь:
~~но~~ $\Rightarrow$ минимальная скорость диполя будет когда положительный заряд находится в центре отверстия

m - масса диполя, $3q$ - начальные заряды диполя (по по модулю)



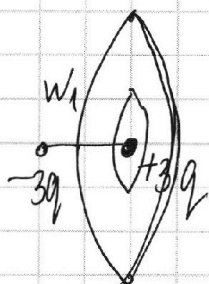
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W_1 - потенциальная энергия взаимодействия диполя и диска, когда положительный заряд в центре отверстия



Закон сохранения энергии
(при min начальной скорости, $\Rightarrow$ min скорость диполя = 0)
 $W_1 = \frac{mV_0^2}{2}$

Потенциальная энергия взаимодействия $\propto$ величине зарядов, $\Rightarrow$ когда модуль зарядов $\downarrow$ в 3 раза при минимальной скорости диполя энергия его взаимодействия с диском будет $\frac{W_1}{3}$, V_{min} - минимальная скорость

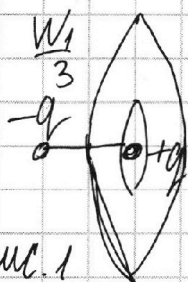


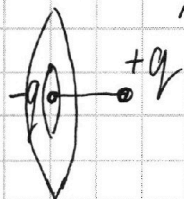
рис. 1

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{W_1}{3} + \frac{mV_{min}^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{6} + \frac{mV_{min}^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{3} = \frac{V_{min}^2}{2} ; V_{min} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_0$$

Далее диполь разгоняется, $\Rightarrow$ max скорость за полет будет, когда отрицательный заряд пролетает через центр отверстия



- такое положение с точкой z для рассмотрения взаимодействия зарядов отличается от рис. 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только знаками зарядов, $\Rightarrow$ в ней энергия взаимодействия диска и диска равна $-\frac{W_1}{3}$

$V_{\max}$ — max скорость диска:

$$\frac{mV_0^2}{2} = -\frac{W_1}{3} + \frac{mV_{\max}^2}{2}$$

$$\frac{mV_{\max}^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\frac{V_{\max}^2}{2} = \frac{2V_0^2}{3}; \quad V_{\max} = \frac{2V_0}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{2V_0}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} V_0} = \sqrt{2}$$

Ответ: 1) V_0 ; 2) $\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/4

1) Сопротивление контура из катушек пренебрежимо мало, $\Rightarrow$ поток ~~да~~ суммарный поток магнитного поля через катушки постоянный

В начале выключения поля он равен: $\Phi_1 = B_0 S_1 n$

В конце выключения внешнее поле $= 0$, ток через катушки одинаков и равен I_0 , $\Rightarrow$ поток через катушки:

$$\Phi_2 = I_0 (L_1 + L_2) = 13L I_0$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow B_0 S_1 n = 13L I_0$$

$$I_0 = \frac{B_0 S_1 n}{13L}$$

2) ЭДС индукции, возникающая в контуре: $\mathcal{E}_i = - \frac{dB}{dt} S_1 n$ (из-за выключения внешнего поля $\Phi = B S_1 n$)

Поток через катушки всё время одинаков, $\Rightarrow$ его производная по времени

$\frac{dI}{dt}$ для двух катушек тоже одинаковая $\Rightarrow$

$$\mathcal{E}_i = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} ; - \frac{dB}{dt} S_1 n = 13L \frac{dI}{dt}$$

$I = \frac{dq}{dt}$ — заряд протекающий через катушку L_2 в единицу времени, $\Rightarrow - \frac{dB}{dt} S_1 n = 13L \dot{q}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ddot{q} = -\frac{dB S_1 n}{dt \cdot 13L} \quad \text{На первом (до излома на графике) участке процесса}$$

внешнее поле равномерно уменьшается от

$$B_0 \text{ до } \frac{3}{5} B_0 \text{ за время } \frac{6}{8} \tau = \frac{3}{4} \tau, \Rightarrow$$

$$-\frac{dB}{dt} = \frac{B_0 - \frac{3}{5} B_0}{\frac{3}{4} \tau} = \frac{2B_0 \cdot 4}{5 \cdot 3\tau} = \frac{8B_0}{15\tau}, \Rightarrow$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{8B_0}{15\tau} \cdot \frac{S_1 n}{13L} \quad \text{— вторая производная заряда, протекающего через } L_2, \text{ по времени на этом участке}$$

По аналогии с равноускоренным движением, заряд, протекающий за те $\frac{3\tau}{4}$ через L_2 :

$$q_1 = \frac{\ddot{q}_1}{2} \cdot \left(\frac{3\tau}{4}\right)^2 = \frac{4B_0 S_1 n}{15 \cdot 13L \tau} \cdot \frac{9\tau^2}{16} = \frac{3 B_0 S_1 n \tau}{20 \cdot 13 L}$$

Через $\frac{3\tau}{4}$ от начала выключения поток внешнего поля через катушки $\Phi = \frac{3}{5} B_0 S_1 n$,

$\dot{q}_1$ — ток через катушки:

$$\Phi_1 = \Phi + 13L \dot{q}_1; \quad \frac{3}{5} B_0 S_1 n = 13L \dot{q}_1,$$

$$\dot{q}_1 = \frac{2 B_0 S_1 n}{5 \cdot 13L}$$

На участке после излома графика внешнее поле равномерно уменьшается на $\frac{3B_0}{5}$ за время

$$\frac{\tau}{4} \Rightarrow -\frac{dB}{dt} = \frac{3B_0 \cdot 4}{5 \cdot \tau} = \frac{12B_0}{5\tau}$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{12B_0}{5\tau} \cdot \frac{S_1 n}{13L} = \frac{12 B_0 S_1 n}{5 \cdot 13L \tau}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По аналогии с равноускоренным движением (начальная „скорость“ протекания заряда $\frac{2B_0 S_1 n}{5 \cdot 13L}$) заряд, протекший через L_2 за последние $\frac{\tau}{4}$:

$$q_2 = \dot{q}_1 \frac{\tau}{4} + \ddot{q}_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\tau}{4}\right)^2$$

$$q_2 = \frac{2B_0 S_1 n}{5 \cdot 13L} \cdot \frac{\tau}{4} + \cancel{L} \frac{6B_0 S_1 n}{5 \cdot 13L^2} \cdot \frac{\tau^2}{16} = \frac{B_0 S_1 n \tau}{10 \cdot 13L} + \frac{3B_0 S_1 n \tau}{40 \cdot 13L}$$

Суммарно через L_2 протек заряд:

$$q = q_1 + q_2 = \frac{3B_0 S_1 n \tau}{20 \cdot 13L} + \frac{B_0 S_1 n \tau}{10 \cdot 13L} + \frac{3B_0 S_1 n \tau}{40 \cdot 13L} = \frac{B_0 S_1 n \tau (6+4+3)}{40 \cdot 13L} = \frac{13B_0 S_1 n \tau}{40L}$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{B_0 S_1 n}{13L}; \quad 2) \frac{B_0 S_1 n \tau}{40L}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

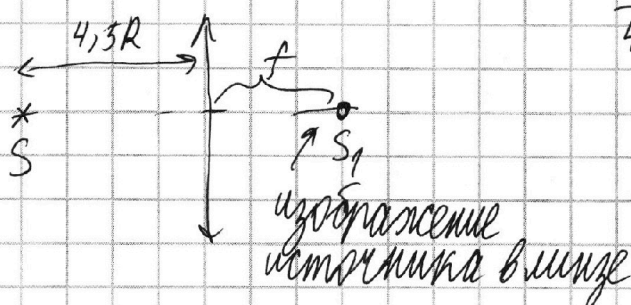
СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

1)



$$\frac{1}{4.5R} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

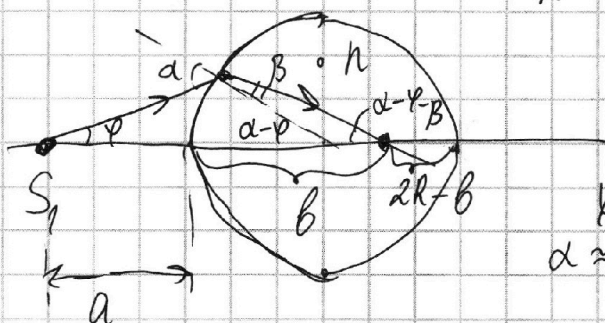
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{2}{9R} = \frac{9R - 2F}{9RF}$$

$$f = \frac{9RF}{9R - 2F}$$

Расстояние от S_1 до шара

$$a = 8R - f$$

углы см. на рис.
 n - показатель преломления шара



$$\frac{\alpha}{\beta} \approx n, \quad \alpha \approx n\beta$$

$$R \cdot \alpha \approx R(a - \varphi) \Rightarrow \alpha \approx \varphi \frac{(a + R)}{R}$$

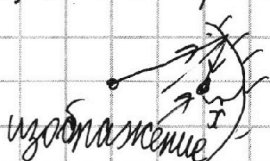
$$b(a - \varphi - \beta) \approx R(a - \varphi)$$

$$b \left(\varphi \frac{a}{R} - \frac{\varphi(a + R)}{nR} \right) = R \varphi \frac{a}{R}$$

$$b = \frac{a}{\frac{a}{R} - \frac{(a + R)}{nR}}$$

Формула сферического зеркала: $\frac{2}{R} = \frac{1}{2R - b} + \frac{1}{x}$,

$x = 14.5R$ - расстояние до изображения в зеркале



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{4.5R} + \frac{1}{10R - x} \quad \text{— для линзы после зеркала}$$

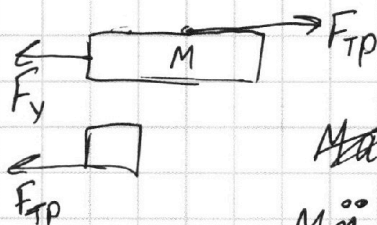
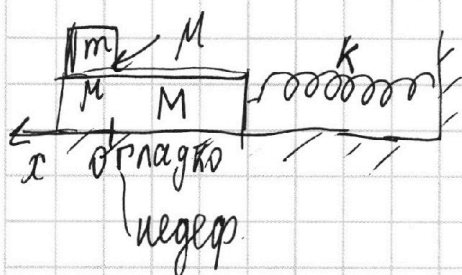


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$M\ddot{x}_1 = -kx_1 - \mu mg$$

$$m\ddot{x}_2 = \mu mg$$

$$-kx_1 = \mu mg$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{k}{M}x_1 + \mu g \frac{m}{M} = 0$$

$$-kx_1 - \mu mg = \mu Mg$$

$$-kx_1 = \mu g(M+m)$$

$$x_1 = -\frac{\mu g(M+m)}{k}$$

$$1) \Delta x_1 = \frac{\mu g(M+m)}{k}$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{k}{M}x_1 + \mu g \frac{m}{M} = 0$$

$$x_1(t) = -\frac{\mu mg}{k} + A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \varphi_0\right)$$

$$\dot{x}_1(t) = -A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \varphi_0\right)$$

$$\dot{x}_1(t) = A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)$$

$$\ddot{x}_1(t) = A \frac{k}{M} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)$$

$$A \frac{k}{M} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t_1\right) = 0$$

$$v_2(t) = \mu g t$$

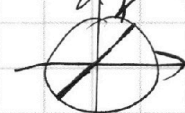
$$\ddot{x}_1(0) = A \frac{k}{M} = \frac{\pi}{2} \mu g \sqrt{\frac{M}{k}} ; A = \frac{\pi}{2} \mu g \cdot \frac{M}{k}$$

$$\varphi_0 \neq 0 (\dot{x}_1, F_0)$$

$$\sin \varphi_0 = 0$$

$$\varphi_0 = \pi$$

$$x_1(t) = -\frac{\mu mg}{k} - A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)$$



$$t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} ; \dot{x}_1(t_1) = A \sqrt{\frac{k}{M}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\pi}{2} mg \cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) = mg \quad 1$$

$$\cos(\sqrt{\frac{k}{M}} t) = \frac{2}{\pi}$$

$$x_1(t) = A \sqrt{\frac{k}{M}} \sin(\sqrt{\frac{k}{M}} t)$$

$$4 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{kl \cdot m \cdot c^2}{kl \cdot m}$$

$\sqrt{2}$

$$\frac{70+273}{300} = \frac{343}{300} \cdot 28$$

$$m_B = 7m_n$$

$$m_n \rightarrow 8m_n$$

1) (8)

Для смеси:

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

Полна смесь H_2 и пар воды.

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p^*}{T^*} \quad ; \quad T^* = 8T_0$$

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p^*}{8T^*} \quad ; \quad p^* = \frac{8p_0}{T_0} T^* = \frac{8 \cdot 3,5 \text{ кПа}}{300 \text{ К}} \cdot T^* =$$

$$\frac{28}{5} = 5,6$$

$$= \frac{28 \text{ кПа}}{300 \text{ К}} T^* =$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 87 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$p^* = \frac{28 \text{ кПа}}{273 \text{ К}} \cdot T^* = 14 \cdot \frac{28}{5,6} = 67,3 \text{ кПа}$$

$$28 \cdot \frac{310}{300}$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 273 \\ \hline 340 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 5,6 \\ \hline 168 \\ + 1680 \\ \hline 1568 \end{array}$$

$$308$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ - 273 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$57$$

$$28 \cdot \frac{330}{300} = 28 \cdot \frac{11}{10} = 30,8$$

$$87: \frac{28}{300} \cdot 360 = \frac{28 \cdot 120}{10} = \frac{336}{10} = 33,6$$

$$\frac{28}{300} \cdot 273 = \frac{28}{100} \cdot 91 = 25,48$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 91 \\ \hline 252 \\ + 2520 \\ \hline 2548 \end{array}$$

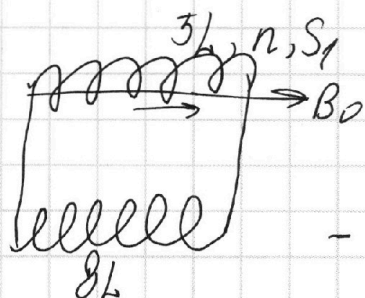


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



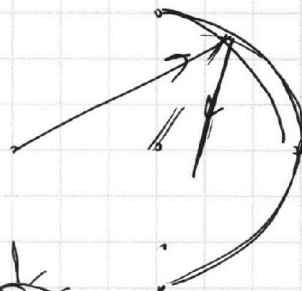
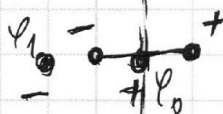
$$B_0 \cdot n S_1 = 13L I_0$$

$$I_0 = \frac{B_0 n S_1}{13L}$$

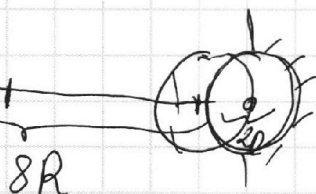
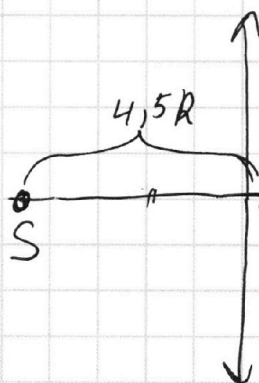
$$-n S_1 \frac{dB}{dt} = \frac{dI}{dt} \cdot 13L$$

$$q\varphi_0 - q\varphi_1 = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$\frac{4 \cdot 9}{15 \cdot 16} = \frac{3}{5 \cdot 4} = \frac{3}{20}$$



$$a = 8R - f$$



$$\frac{a}{\beta} = n$$

$$\begin{aligned} \varphi \cdot a &= (d - \varphi) R \\ \varphi \cdot a &= dR - \varphi R \\ \varphi &= \frac{dR}{a + R} \end{aligned}$$

$$d = \frac{\varphi \cdot (a + R)}{R}$$

$$\beta = \frac{R \varphi (a + R)}{nR}$$

$$b(d - \varphi - \beta) = (d - \varphi) R$$

$$b \left(\varphi \cdot \frac{a}{R} - \frac{\varphi(a + R)}{nR} \right) = \frac{\varphi(a + R)}{R} R$$

$$b \left(\frac{a}{R} - \frac{(a + R)}{nR} \right) = a + R$$

$$b = \frac{112 - 29}{56} R = \frac{83}{56} R$$

$$b(an - a - R) = n(a + R)R$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{2R - b} + \frac{1}{14,5R}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{2R - b} + \frac{2}{29R}$$

$$\frac{1}{2R - b} = \frac{1}{29R}$$

$$\frac{2}{R} - \frac{2}{29R} = \frac{2 \cdot 28}{29R}, \quad 2R - b = \frac{29}{56} R$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 28 \\ \hline 2744 \\ 686 \\ \hline 9604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ \times 71 \\ \hline 344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9604 \overline{) 300} \\ \underline{900} \\ 604 \\ \underline{600} \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 71 \\ \hline 344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 344 \overline{) 2} \\ \underline{2} \\ 172 \\ \underline{14} \end{array}$$

$$\frac{28 \cdot 344}{300} = \frac{28 \cdot 172}{150} = \frac{14 \cdot 172}{75}$$

$$\begin{array}{r} 172 \\ \times 14 \\ \hline 688 \\ + 172 \\ \hline 2408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2408 \overline{) 75} \\ \underline{225} \\ 158 \\ \underline{150} \\ 8 \end{array}$$

$$\frac{273}{300} = \frac{91}{100}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 91 \\ \hline 252 \\ + 2520 \\ \hline 2548 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 7 \\ \hline 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 311 \overline{) 75} \\ \underline{430} \\ 610 \end{array}$$

$$72 \cdot 7 = 490 + 14 = 504$$

$$\begin{array}{r} 504 \overline{) 75} \\ \underline{430} \\ 540 \end{array}$$

$$\frac{344}{5}$$

$$25,5 + 6,5 = 3$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 71 \\ \hline 196 \\ + 1960 \\ \hline 1998 \end{array}$$

$$1998$$

$$71 \cdot 7 = 499$$

$$\begin{array}{r} 499 \overline{) 75} \\ \underline{430} \\ 490 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 499 \overline{) 75} \\ \underline{430} \\ 490 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 344 \overline{) 14} \\ \underline{32} \\ 24 \\ \underline{24} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 363 \\ \times 4 \\ \hline 1452 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1452 \overline{) 43} \\ \underline{129} \\ 162 \\ \underline{129} \\ 330 \\ \underline{301} \\ 290 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33,80 \overline{) 700} \\ \underline{2800} \\ 5800 \\ \underline{5600} \\ 2000 \end{array}$$