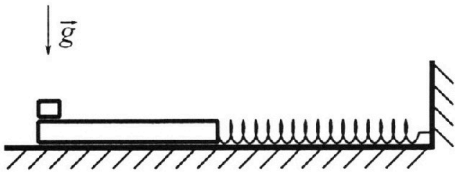
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Длинную доску массой $M = 2$ кг удерживают на горизонтальной гладкой поверхности. На одном конце доски лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, а в другой конец упирается легкая сжатая пружина жёсткостью $k = 50$ Н/м, прикреплённая к стенке. Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0{,}3$. Доску отпускают, она начинает движение, а брусок начинает двигаться относительно доски. Начальное сжатие пружины подобрано так, что в момент, когда ускорение доски почти достигает нуля первый раз, относительное движение бруска по доске прекращается. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

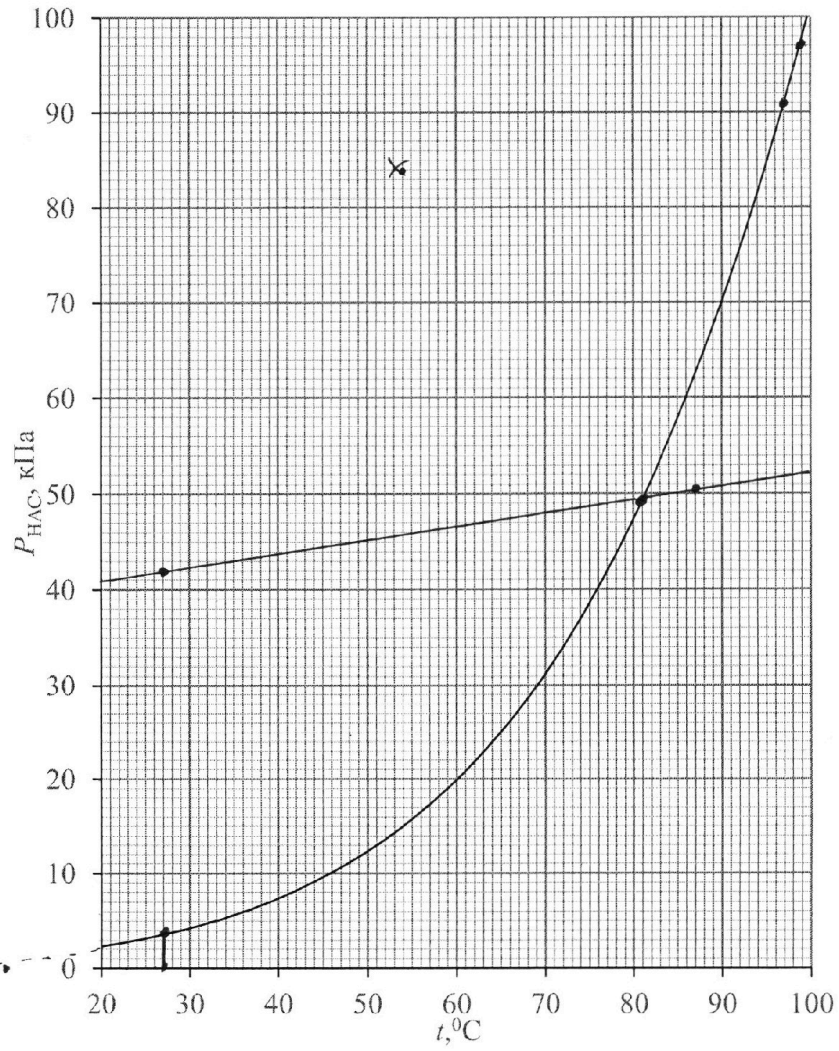


1) Найдите сжатие пружины в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2) Найдите ускорение доски сразу после начала движения.

3) Найдите скорость доски в момент времени, когда относительное ускорение бруска и доски станет равным нулю, впервые после начала движения.

2. В сосуде постоянного объема находятся в равновесии влажный воздух при температуре $t_0 = 27\ ^0$C и жидкая вода. Масса жидкой воды в 11 раз больше массы пара. Содержимое сосуда постепенно нагревают до температуры $t = 97\ ^0$C. В результате вся вода превращается в пар. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.



1) Найти отношение масс пара в конце и в начале нагревания.

2) Найти температуру t^*, при которой прекратится испарение воды.

3) Найти относительную влажность φ в конце нагревания.

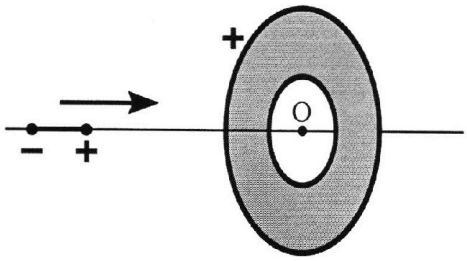
Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

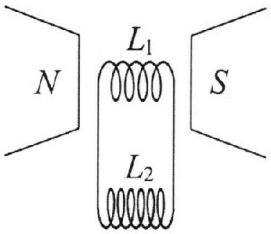
3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O. Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0. Заряды диполя уменьшают по модулю в 2 раза и сообщают диполю начальную скорость V_0.

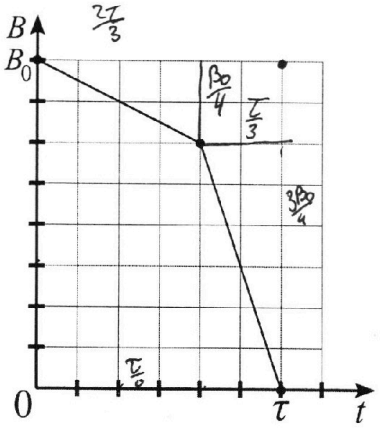


1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.

2) Найти разность максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0. Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 6L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ. Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.

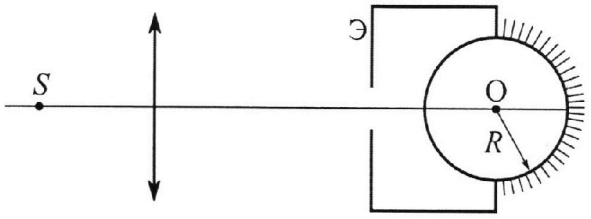




1) Найти ток I_0 через катушку L_2 в конце выключения внешнего поля.

2) Найти заряд, протекший через катушку L_2 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы расположены центр O прозрачного шара радиуса R и точечный источник S (см. рис.). Расстояние между источником S и центром линзы $a = 2R$. На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран Э с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 7R$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



1) Найти фокусное расстояние линзы F.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы уменьшилось на $\Delta = 4R$, изображение источника снова совпало с самим источником.

2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от н аружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран Э обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin\alpha \approx \alpha$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

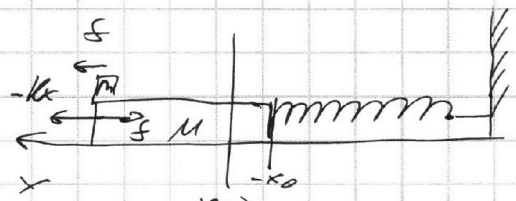
СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

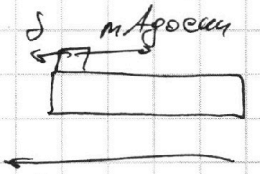
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) Вправо $a_{оси} \to 0$, $v_{отн} = 0$.

Перейдём в ИНСО оси.

$a_{оси} = -\frac{kx - f}{M}$.





На брусок:

$a_{отн} = \frac{f - ma_{оси}}{m} =$

$\frac{f}{m} - a_{оси}$. Если сила инерции на брусок не действует а/относ. движения нет, то сила трения тоже не действует!

$a_{отн} = 0 \to f - ma_{оси} = 0$.

На ось действует здесь сила упругости. $A = 0$; $x = 0$. Сила упругости $F_1 = 0$.

1) $a_{отн} = 0 \to f = ma_{оси}$. $a_{оси} = -\frac{kx}{M} - a_{оси}\frac{m}{M} \to a_{оси}(M+m) = -kx$.

$a_{оси} \to 0$, $kx \approx -f$, $x \approx -\frac{f}{k}$. В этом $f = \mu mg$,

$a_{оси} = \ddot{x} = -\frac{k}{M}x - \frac{\mu mg}{M}$. $x = \tilde{x} - \frac{\mu mg}{k}$.

$\ddot{\tilde{x}} = -\frac{k}{M}\tilde{x}$ — гарм. колебания, $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

$x(0) = -x_0 = \tilde{x}_0 - \frac{\mu mg}{k}$

$x(t) = \left(\frac{\mu mg}{k} - x_0\right)\cos\omega t + \frac{\mu mg}{k}$.

$a_{отн} = \mu g - a_{оси}$, $v = \mu g t + v_{оси} = v_{оси}$

$v_{оси} = \frac{\mu g t}{2}$.

$v(t) = \frac{\mu g}{2}\left(\frac{\mu mg}{k} - x_0\right)(-\omega\sin\omega t) = \frac{\mu g t}{2}$

$\cos\omega t = 0 (A = 0)$, $\sin\omega t = 1$. $\omega\left(x_0 - \frac{\mu mg}{k}\right) = \frac{\mu g t}{2}$

Относ. движения прекратится → тела движутся как единое целое массой $(M+m)$, $a_{оси} = a_{бруска} = 0$.

Значит, $x = 0$

$a_{отн} = 0$: $A = \mu g$ — движение как одно целое.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

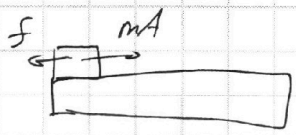
1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

x либо 0, либо $-\frac{\mu m g}{k}$. $-\frac{\mu m g}{k}$ достигается раньше.

1) $x = -\frac{\mu m g}{k}$; $v_{отн} = 0$



$A_0 = +\frac{kx_0}{m} = \mu g$.

Опред. движ. $v_{отн} = 0 = \int \frac{f}{m} dt - v_{доски}$ (f — $v(t)$) $\rightarrow v_{доски} = \mu g t$.

$\omega\left(x_0 - \frac{\mu m g}{k}\right)\sin\omega t = \mu g t$

$A = 0 \rightarrow \cos\omega t = 0$. $A = 0 \rightarrow \cos\omega t = 0 \rightarrow \sin\omega t = \pm 1$,

Выбираем случай +1!

$\omega x_0 - \mu g\left(t + \frac{m}{k}\right) = \mu g \cdot 0{,}32c$

$x_0 = \mu g\left(\frac{m}{k} + \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}}\right)$

$\omega t = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}} \approx$

$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{50}} = \frac{3}{10} = 0{,}3c$

$\omega x_0 - \omega\frac{\mu m g}{k} = \mu g t$. $\frac{m}{k} = \frac{1}{50} = 0{,}02c$

$x_0 = \mu g\left(\frac{t}{\omega} + \frac{m}{k}\right) = \mu g\left(\frac{\pi}{2\omega^2} + \frac{m}{k}\right) = \mu g\left(\frac{\pi M}{2k} + \frac{m}{k}\right) = \frac{\mu g}{2k}(\pi M + 2m) \approx$

$\approx 0{,}27м$ — по модулю.

2) $A_0 = +(25x_0 + 3) = +6\ (м/с^2)$

3) $v(t) = \omega\left(x_0 - \frac{\mu m g}{k}\right)\sin\omega t$. $x(t) = \left(\frac{\mu m g}{k} - x_0\right)\cos\omega t - \frac{\mu m g}{k} = -\frac{\mu m g}{k}$

$v = \omega\left(x_0 - \frac{\mu m g}{k}\right) =$

$\cos\omega t = 0 \rightarrow \sin\omega t = 1$,

$t = \frac{\pi}{2\omega}$.

$= \sqrt{\frac{k}{M}}\left(\frac{\mu\pi M g}{2k} + \frac{\mu m g}{k} - \frac{\mu m g}{k}\right) = \frac{\mu\pi g}{2}\sqrt{\frac{M}{k}} \approx 4{,}5 \cdot \frac{1}{5} \approx 0{,}9\ м/с$

Ответ: 1) $0{,}06м = \frac{\mu m g}{k}$

2) $6\ см/с^2 = \frac{\mu g}{2k}(\pi M + 2m)$

3) $0{,}9\ м/с = \frac{\mu g \pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

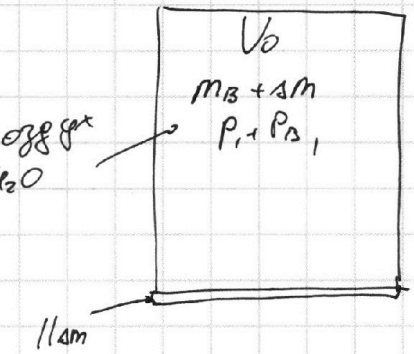
СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Δm - масса пара до нагрева

$m_в$ - масса воздуха

V_0 - объём сосуда.



Нагрев: $V \approx const$ для воздуха

$$\frac{P_{в_1}}{T_0} = \frac{P_{в_2}}{T}.$$

После испарения масса пара $12\Delta m$, до: Δm.

1) $\frac{12\Delta m}{\Delta m} = 12.$

2) Вначале испарение → в этот момент пар всё ещё насыщенный. $P_1 V_0 = \nu_п R T_0$ $\quad \Delta m \to 12\Delta m$

$P_2 V_0 = 12\nu_п R T^*$ $\quad \nu_п \to 12\nu_п$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_0}{12T^*}$, P_1 и P_2 - давления нас. пара в состояниях 1 и 2.

$P_2 = P_1 \cdot \frac{12T^*}{T_0} = P(T^*)$. Найдём T^* графически.

$P(T^*) = 12\frac{P_1(T_0)}{T_0} \cdot T^*$ - зависимость пропорциональности сугл. вопрос.

$k = \frac{12P_1}{T_0}$, $P_1 \approx 3,5$ кПа. $\frac{12P_1}{T_0} \approx \frac{12 \cdot 7}{2 \cdot 27}$ кПа/°C $= \frac{42}{300}$ кПа/К $= 0,14$ кПа/К.

~~Построим прямую на графике по двум точкам: 1. 42кПа - 27°C~~
~~2. 84кПа - 54°C.~~

$P = 0,14T(K)$. Построим прямую по двум точкам: 1. 27°C = 300K: 42кПа

2. 87°C = 360K: 42кПа · 1,2 = 50,4кПа. Пересечение при $t^* \approx 81$°C, $P_2 \approx 49,5$кПа.

3) $\varphi = \frac{P_{пара}}{P_{нас}}$. Пар считаем идеальным газом; испарение закончилось:

$\frac{P_2}{T^*} = \frac{P_3}{T}$. $P_3 = P_2 \frac{T}{T^*}$. $P_{нас}(T) \approx 31$кПа из графика. $P_3 \approx \frac{370}{354} \cdot 49,5$кПа $\approx$

$\approx \frac{185}{177} \cdot 50$кПа. $\varphi = \frac{50 \cdot 185}{177 \cdot 31} \approx 1,045 \cdot \frac{1}{1,82} \approx 0,57$. Ответ: 1) 12

2) 81°C

3) 0,57

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

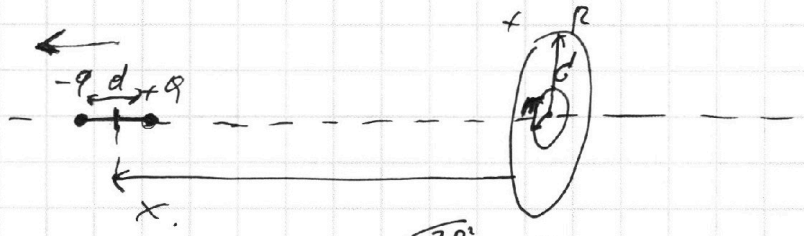
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

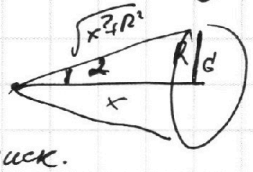
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Найдём выражение для потенциала диполя в поле диска. (плечо диполя d)

Радиусы диска: R и r, $R>r$.



$E(x) = k\sigma\Delta\Omega(x)$, где Ω - телесный угол, под которым из точки с координатой x виден диск.



$\Delta\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha)$, где α - угол полураствора конуса на рис.

$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$. $(u=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})$

$\Delta\Omega = 2\pi\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$. $E(x) = k\sigma\cdot 2\pi\left(x-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}-1+\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}\right) =$

$\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\right) = -\frac{dq}{dx}$.

~~Найдем~~ На ответ не повлияет размер диполя. Чтобы освободить себя от интегрирования этой истории, примем d очень маленьким ($d \ll R, r$). Тогда $W_{диполя} = q\left(\varphi\left(x-\frac{d}{2}\right)-\varphi\left(x+\frac{d}{2}\right)\right) \approx q\cdot\frac{dq}{dx}\cdot d$.

$W \approx qd\cdot\left(-\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\right)\right) = \frac{\sigma x q d}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$.

1) В центре отверстия $x=0$ - очевидно из физических соображений и полученной формулы: $W=0 \to v=v_0$.

2) Из соображений симметрии и полученной формулы ясно, что $W_{max}-W_{min} = 2W_{max}$. Найдем W_{max} для диполя с зарядом q. $(W_x'=0)$.

$\frac{\frac{x\cdot 2x}{2\sqrt{x^2+r^2}}}{x^2+r^2} - \frac{\sqrt{x^2+R^2}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+R^2}}}{x^2+R^2}$

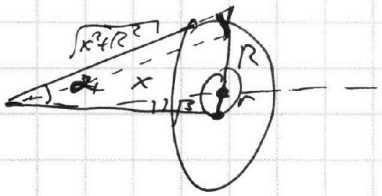
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$\frac{dqd}{2\varepsilon_0}\cdot\left(x\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot(x^2+R^2)^{-\frac{3}{2}}\right)2x - \sqrt{x^2+R^2} - x\cdot\left(-\frac{1}{2}(x^2+R^2)^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot 2x + \sqrt{R^2}\right)$~~



$W = \frac{dqd}{2\varepsilon_0}\cdot(\cos\beta - \cos\alpha)$.

$W'_x = 0$. $\quad -\sin\beta\frac{d\beta}{dx} + \sin\alpha\frac{d\alpha}{dx} = 0$.

$ctg\alpha = \frac{x}{R}$, $\left(ctg\alpha\right)'_x = \frac{1}{R} = -\frac{1}{\sin^2\alpha}\frac{d\alpha}{dx} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dx} = -\frac{\sin^2\alpha}{R}$

Аналог.: $\frac{d\beta}{dx} = -\frac{\sin^2\beta}{r}$.

$\frac{\sin^3\beta}{r} = \frac{\sin^3\alpha}{R}$ $\qquad \sin\beta = \sin\alpha\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{3}}$.

$\frac{r^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{R^2}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$. $\qquad \cos^2\beta = 1-\sin^2\beta = 1-\sin^2\alpha\cdot\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{2}{3}}$.

$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$.

$\frac{1}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{(x^2+R^2)^{\frac{1}{2}}}$. $\qquad$ ~~$W_{max} =$~~ $\cos^2\beta = 1-\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{2}{3}}\cos^2\alpha$.

$\sin\beta = \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\sin\alpha$ – эти описывается положение максимальной энергии. для q: $W_{max_1} = \frac{mV_0^2}{2}$.

для $\frac{q}{2}$: $W_{max_2} = \frac{W_{max1}}{2} = \frac{mV_0^2}{4}$. ЗСЭ:

$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{4} + \frac{mV_1^2}{2} = -\frac{mV_0^2}{4} + \frac{mV_2^2}{2}$, отсюда: $\frac{V_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{4}$

$V_1 = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$.

$\frac{V_2^2}{2} = \frac{3V_0^2}{4} \Rightarrow V_2 = V_0\sqrt{\frac{3}{2}}$

Ответ: $\Delta V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1)$.

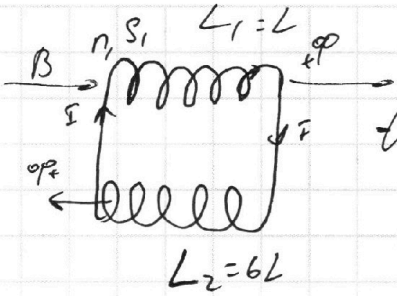
Ответ: 1) V_0

2) $\frac{V_0}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\Phi_1 = B \cdot S_1 n$. Контур из двух катушек ~ сверхпроводящий $\rightarrow \Phi = const$.

$L\dot{I} + 6L\dot{I} + BS_1 n = const = B_0 S_1 n$.

Уменьшается $B \to$ ток старается её поддерживать.

$7L\dot{I} + BS_1 n = const$.

1) $B = 0 \rightarrow 7LI_0 = B_0 S_1 n$.

$I_0 = \frac{B_0 S_1 n}{7}$.

2) $7LI = S_1 n(B_0 - B)$

$I = \frac{dq}{dt} = \frac{S_1 n}{7L}(B_0 - B) \rightarrow dq = \frac{S_1 n}{7L}(B_0 dt - B dt)$

$q = \frac{S_1 n}{7L}\underbrace{(B_0 \tau - \int B(t)dt)}_{\int B\,dt}$.

Найдём погрешность.

$\int B\,dt = \frac{B_0}{4} \cdot \frac{2\tau}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{B_0 \tau}{12} + \frac{3B_0}{4} \cdot \frac{\tau}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{B_0 \tau}{6} + \frac{B_0 \tau}{8} =$

$= \frac{4B_0\tau}{24} + \frac{3B_0\tau}{24} = \frac{7B_0\tau}{24}$. $q_1 = q_2$, это ведь один контур.

Ответ: 1) $I_0 = \frac{B_0 S_1 n}{7}$

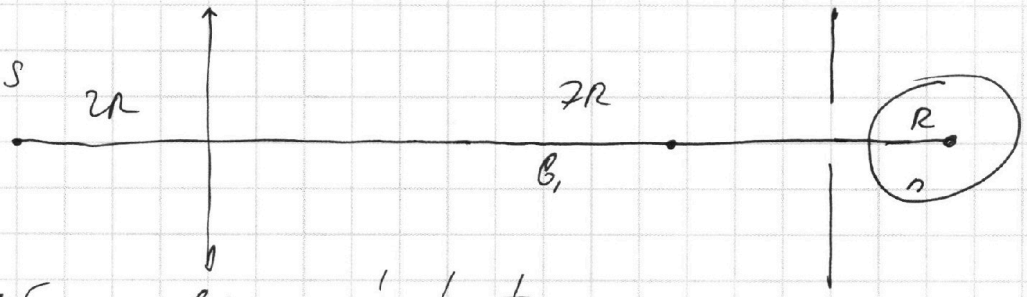
2) $q = \frac{7B_0\tau}{24}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

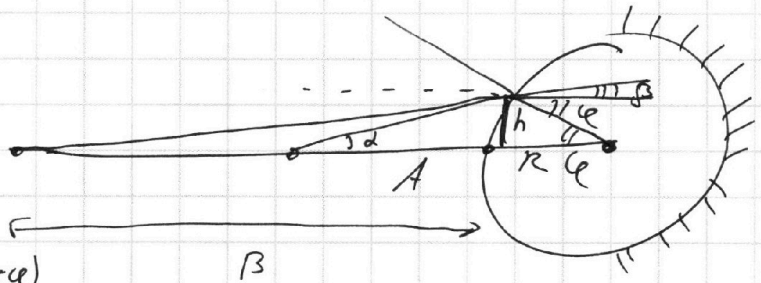
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sin\alpha \approx \alpha \ (\alpha < 1)$



Изображение в линзе: $\frac{1}{2R} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$.

В шаре:



$1(\alpha+\varphi) \approx n(\beta+\varphi)$.

$\beta \approx \frac{h}{B}; \ \alpha \approx \frac{h}{A}; \ \varphi \approx \frac{h}{R}$.

$\frac{1}{A} + \frac{1}{R} = n\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{B}\right)$, $\frac{1}{A} - \frac{n}{B} = \frac{1}{R}(n-1)$. Изображение собр. с источником $\to B = 3R$, $A = 2R - b_1$. b_1 не зависит от n.

$b_1 = \frac{2RF}{2R-F}$. $\to A = 2R - b_1 = R\left(\frac{14R-3F}{2R-F}\right)$.

$\frac{2R-F}{14R-3F} - \frac{n}{3} = n-1 \to \frac{2R-F}{14R-3F} = \frac{16}{3}n - 1$ для любой A! Избежание F.

C.

$2R - F = 14RC - 3FC$, $\forall C$. $F(3C-1) = R(14C-2)$

$F = R\frac{14C-2}{3C-1}$ г. При $C = 1$: $\frac{14-2}{3-1} = \frac{12}{7}$

При $C \to 0$, $F \to 2R$. Луч падающий на фокуса, будет

Не получается постоянная $F(C)$. Видимо, мир вовсе не устроен в формировании изображения. Можно считать что $n \to 1$. Тогда $C = \frac{1}{3}$, $F \to R\frac{14-18}{3-6} \to \infty$.

Формулы не работают.

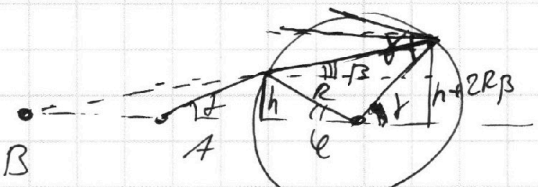
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

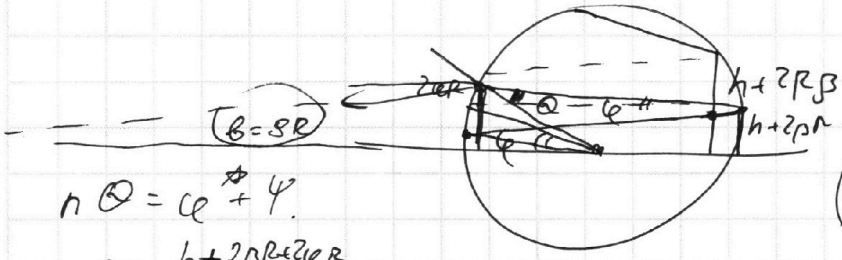
Забыл огибающее понятие!

Огибающая под углом $(\delta-\beta)$ = $\frac{h}{R}+\beta$.



$\delta \approx \frac{h}{R}+2\beta$

К горизонтали луч имеет угол $\delta-2\beta$ после огибания, это $\frac{h}{R}=\varphi$.



$n\Theta = \varphi^* + \psi$.

$\varphi^* = \frac{h+2R(\beta+\varphi)}{R} = \varphi + 2\beta + 2\varphi$.

$\psi = \frac{h+2\beta R+2\varphi R}{b}$.

$\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)-\left(\frac{\pi}{2}-\varphi^*\right) = \varphi^*-\varphi = 2(\beta+\varphi) = \Theta$.

$b = \frac{h+2n(\varphi+\beta)}{2(\beta+\varphi)(n-1)-\varphi}$

$\psi = 2n(\beta+\varphi)-\varphi-(2\beta+2\varphi) = 2(\beta+\varphi)(n-1)-\varphi$.

$\varphi = \frac{h}{R}$. $\quad \delta+\varphi = n\beta+n\varphi$.

$(\beta+\varphi) = \frac{\delta+\varphi}{n}$

$\beta = \frac{\delta+\varphi(n-1)}{n}$, $\delta = \frac{h}{A}$

$\frac{\frac{h}{A}-\frac{h}{R}(n-1)}{n}$

$b = \frac{3h+\frac{h}{n}\left(\frac{2R}{A}-2(n-1)\right)}{\frac{2(n-1)h}{n}\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{R}\right)+\frac{h}{R}}$

$b = \frac{h+\frac{h}{n}\left(\frac{2R}{A}+2\right)}{\frac{2(n-1)h}{n}\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{R}\right)+\frac{h}{R}} = \frac{1+\frac{\frac{2R}{A}+\frac{2}{n}}{1}}{2\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{R}\right)+\frac{1}{R}}$. $= 9R$, независимо от n.

Примем $n=1$.

$b = -3+\frac{2R}{A}$, $R = 3R+\frac{2R^2}{A}$, $A = 7R-b$. $A = -\frac{R}{6}$. $\to b_1 = \frac{43R}{6}$.

$\frac{1}{2R}+\frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$

$\frac{11}{22R}+\frac{3}{22R} = \frac{1}{F} = \frac{14}{22R} = \frac{7}{11R}$. $\to F = \frac{11R}{7}$

$A = \frac{2R}{6} = \frac{R}{3}$ $\to 3R = b_1 \to b = \frac{22}{3}R$.

Отсюда $F = \frac{55R}{55}$.

2) Теперь должно $b'-A = 3R$, слова совпадение $\to b = 5R$.

Воспользуемся выражением для β.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$b = \dfrac{n + \frac{2R}{A} + 2}{2(n-1)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{R}\right) - \frac{n}{R}} = 5R.$ $\quad A = 7R - b_1.$

$\frac{43}{86R} + \frac{1}{b_1} = \frac{55}{86R} = \frac{1}{F}.$

$\frac{1}{b_1} = \frac{12}{86R} = \frac{6}{43R}$

$b_1 = \frac{43R}{6}$, слова. (логично).

$A = -\frac{R}{6}, \quad \frac{1}{A} = -\frac{6}{R}$

$-\frac{10(n-1)}{R} - \frac{n}{R}$

$b = 5R = \dfrac{n+2 - \frac{2n}{R}\cdot 6}{-\left(\frac{10(n-1)}{R} + \frac{n}{R}\right)} = \dfrac{10-n}{11n-1} R$

$5 = \dfrac{10-n}{11n-1} \rightarrow 55n - 5 = 10 - n$

$15 = 56n$ – невозможно...

---

1) При $n=1$: $8R = \dfrac{3 + \frac{2R}{A}}{R} R \rightarrow \dfrac{2R^2}{A} = 6R \rightarrow A = \dfrac{R}{3} = 7R - b_1.$

$b_1 = \frac{20}{3} R.$ $\quad \frac{1}{2R} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}.$

$\frac{10}{20R} + \frac{3}{20R} = \frac{1}{F} = \frac{13}{20R} \rightarrow F = \frac{20R}{13}.$

2) Воспользуемся выражением для b. $\dfrac{n + \frac{2R}{A} + 2}{2(n-1)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{R}\right) + \frac{n}{R}} = 5R.$ A слова $\frac{R}{3}$, b_1 слова $\frac{20R}{3}$.

$n + \frac{6R}{R} + 2 = n + 8.$

$2(n-1)\left(\frac{3}{R} + \frac{1}{R}\right) + \frac{n}{R} = \frac{8(n-1) + n}{R} = \frac{9n - 8}{R}.$

$\dfrac{n+8}{9n-8} = 5. \rightarrow n + 8 = 45n - 40. \rightarrow 44n = 48$

$n = \frac{48}{44} = \frac{12}{11}$

Ответ: 1) $F = \frac{20R}{3}$

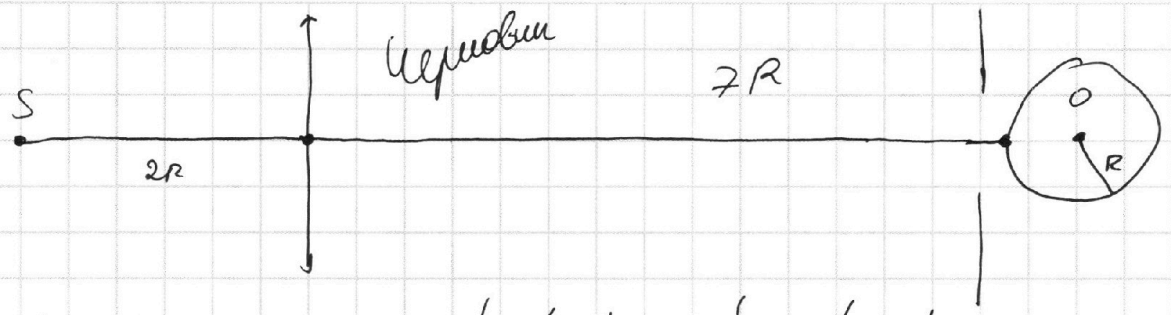
2) $n = \frac{12}{11}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

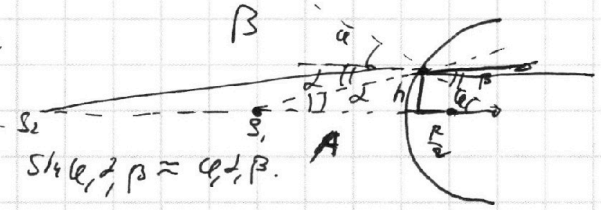
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) Изображение линзе: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{F} \to \frac{1}{2R}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{F}$.

Изображение в шаре:



Луч преломляется в $\frac{R}{2}$.

$\sin(\varphi+\alpha)=n\sin\beta$. $\sin\varphi,\alpha,\beta \approx \varphi,\alpha,\beta$.

$\beta \approx \frac{\varphi+\alpha}{n}$. A - расстояние от S_1 до шара

B - до изображения S_1.

$\beta \approx \frac{h}{B}$. $\alpha \approx \frac{h}{A}$

$\varphi \approx \frac{h}{R}$.

$\frac{1}{B} \approx \frac{1}{n}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{A}\right)$.

Сферическая поверхность: $\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$

Изображение мнимое и совпадает с S. $\to B = 8R$; $A = 7R - b_1$.

$$\begin{cases} \frac{n}{8R} = \frac{1}{R}+\frac{1}{7R-b_1} \\ \frac{1}{b_1}=\frac{1}{F}-\frac{1}{2R} \end{cases}$$

$b_1 = \frac{2FR}{2R-F}$. $7R-b_1 = R\left(7-\frac{2F}{2R-F}\right) = R\cdot\frac{14R-8F}{2R-F}$.

~~$\frac{1}{2R}+\frac{2R-F}{R(14R-8F)} = \frac{1}{R}\left(\frac{14R-8F+4R-2F}{2R-F}\right) = \frac{2R}{14R-8F}$~~

$\frac{n}{8}=1+\frac{2R-F}{14R-8F} \to n = 8+\frac{8(2R-F)}{14R-8F}$ ~~$\neq \text{const}(F)$~~.

$\frac{n}{8}-1=\frac{R}{7R-b_1} \to \frac{7R-b_1}{R}=\frac{8}{n-8}=7-\frac{b_1}{R}$. $\to \frac{b_1}{R}=7-\frac{8}{n-8}=\frac{7n-72}{n-8}$

$b_1 = \text{const}(n)$, т.к. зависит только от линзы. $\frac{7n-72}{n-8} = \text{const}(a)$ ~~$\neq \text{const}(F)$~~.

~~$7(n-8)=(7n-72) \to$~~ $\frac{7n-72}{n-8}=1-\frac{8}{7(n-8)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

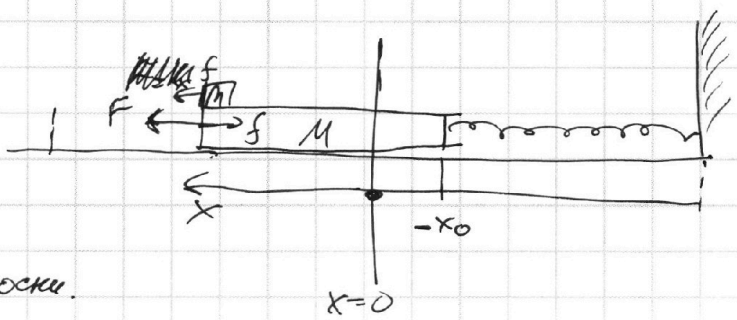
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$F = -kx$.

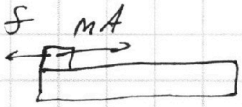
$x(0) = -x_0$.



1) Перейдём в НИСО доски.

$MA_{доски} = F - f$, где f - сила трения, $A_{доски} = A$ - ускорение доски.

$MA = -kx - f$. $\rightarrow A = -\frac{kx+f}{M}$.



Тогда: $a_{бруска} = \frac{f - mA}{m} = a_{отн}$

Когда $a_{отн} = 0$: $f = mA$. Отсюда ищу $A = -\frac{kx+f}{M}$:

$A = -\frac{kx}{M} - A\frac{m}{M} \rightarrow A\left(\frac{m+M}{M}\right) = -\frac{kx}{M} \rightarrow A = -\frac{kx}{M+m}$.

При $x=0$: $f = \mu mg$. Выполнено, когда $x=0$, $a_{отн}=0$, $a_{доски} = \frac{f}{m}$.

При $x=0$, $A = -\frac{kx+\mu mg}{M} = \ddot{x}$.

$x = \tilde{x} - \frac{\mu mg}{k}$. $\ddot{\tilde{x}} = -\frac{k\tilde{x}}{M}$. $\rightarrow$ ур-е гарм. колебаний: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$

$\tilde{x} = A\cos\omega t + B\sin\omega t$, $x = \tilde{x} - \frac{\mu mg}{k}$. $x(0) = -x_0 = \tilde{x}_0 - \frac{\mu mg}{k}$.

$\tilde{x}_0 = \frac{\mu mg}{k} - x_0 = A$. $\dot{x}(0) = \dot{\tilde{x}}(0) = 0 = \frac{B}{\omega} \rightarrow B = 0$.

$x = \left(\frac{\mu mg}{k} - x_0\right)\cos\omega t - \frac{\mu mg}{k} = 0$. В этот момент $A = -\frac{kx+f}{M} = 0$.

1. $a_{отн} = 0 \rightarrow x = 0$.

$f = 0$.

$a_{отн\ бруска} = 0$.

885

100 / 182

1045 | 1820

1045 | 182 / 0,56

1250

1082

1580

1850 | 177 / 1045.2

800

708

820

885

350

158

500 / 385

4: 600 / 480 / 28

600 − 308 = 292

500 / 400 / 20

820

600 / 480 / 12

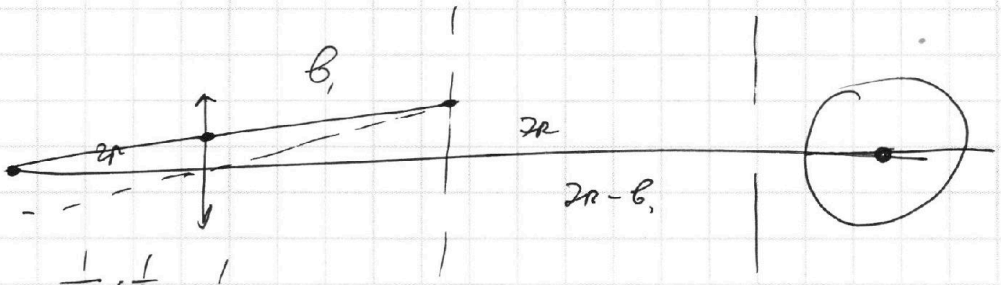
600 + 182 = 1082

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

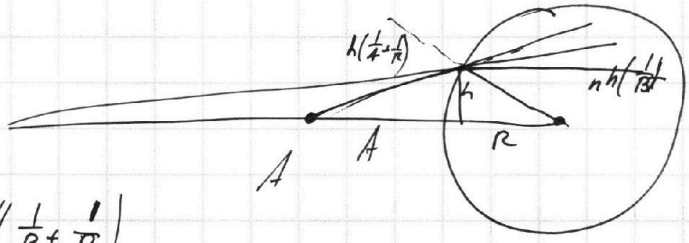
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\frac{1}{2R} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$.



$h\left(\frac{1}{A}+\frac{1}{R}\right) = nh\left(\frac{1}{B}+\frac{1}{R}\right)$

$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{R}(n-1)$

$-3R - \frac{2R^2}{A} = 8R$

$\frac{2R^2}{A} = -12R$

$A = -\frac{R}{6} = 2R - b_1$

$b_1 = \frac{42R}{6} + \frac{R}{6} = \frac{43}{6}R$; $\frac{43}{86R} + \frac{12}{86R} = \frac{1}{F} =$

$\frac{55}{86R} = \frac{1}{F}$

$F = \frac{86R}{55}$