



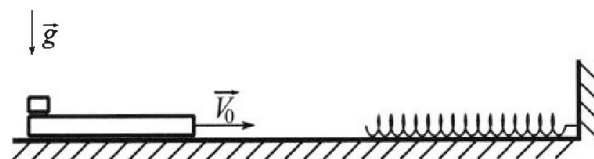
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Длинная доска массой $M = 2$ кг, на одном конце которой лежит небольшой брусок массой $m = 1$ кг, движется по горизонтальной гладкой поверхности со скоростью $V_0 = 1$ м/с. В некоторый момент доска начинает сжимать лежащую на поверхности легкую достаточно длинную пружину с коэффициентом жёсткости $k = 36$ Н/м, которая одним концом упирается в стенку (см. рис.). Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Число «пи» в расчётах можете считать равным $\pi \approx 3$. Груз и доска всё время движутся в одной вертикальной плоскости.

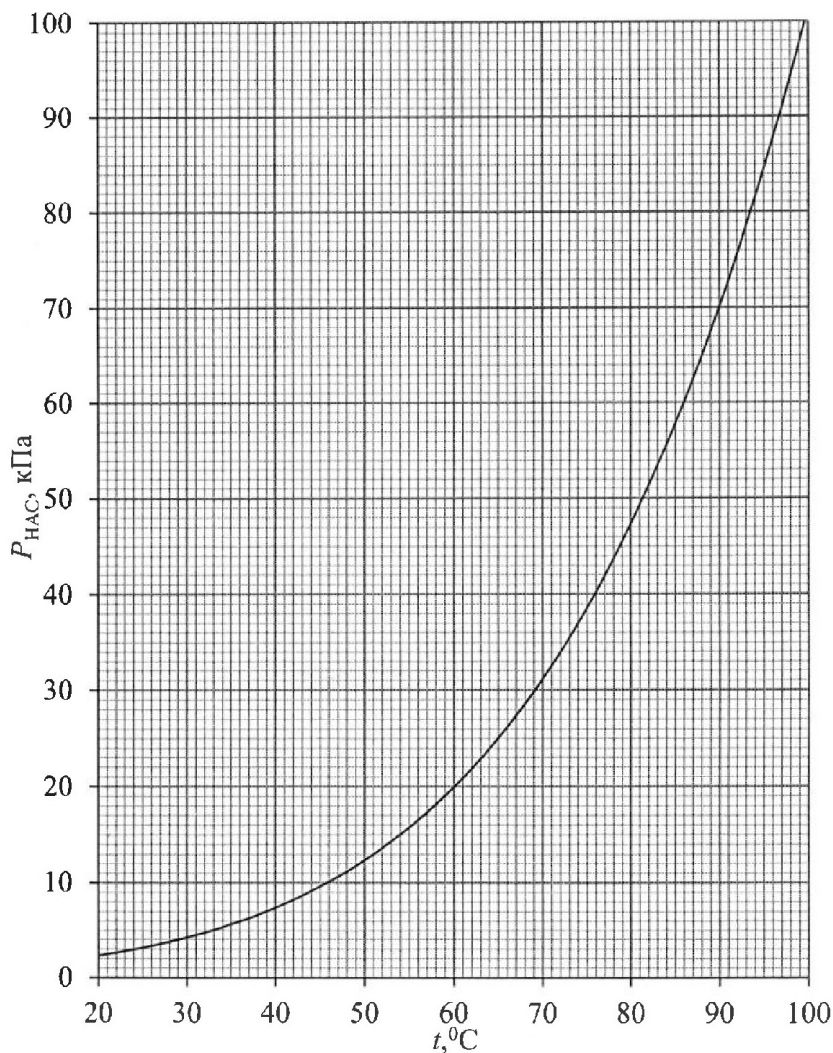


- 1) Найдите сжатие пружины в тот момент, когда начнётся относительное движение бруска и доски.
- 2) Найдите промежуток времени с момента начала сжатия пружины до момента начала относительного движения бруска и доски.
- 3) Найдите ускорение доски в момент максимального сжатия пружины.

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем находится влажный воздух при давлении $p_0 = 105$ кПа, температуре $t_0 = 97$ °С и относительной влажности $\varphi_0 = 1/3$ (33,3%). Содержимое цилиндра постепенно остывает до температуры $t = 33$ °С. Известен график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры.

- 1) Найти парциальное давление пара P_1 при 97 °С.
- 2) Найти температуру t^* , при которой начнётся конденсация пара.
- 3) Найти отношение объёмов содержимого цилиндра V/V_0 в конце и в начале остывания.

Объёмом жидкости по сравнению с объёмом газа можно пренебречь. Пар считать идеальным газом.





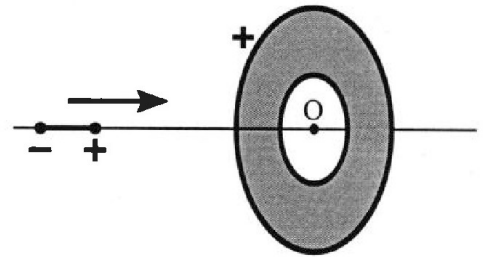
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2025

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

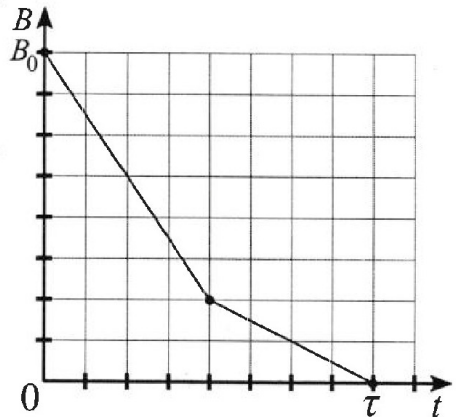
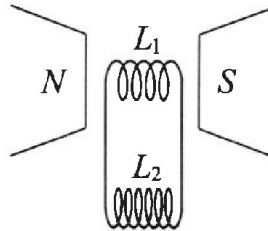


3. В плоском тонком диске в форме круга имеется круглое отверстие (см. рис.). Центры диска и отверстия совпадают в точке O . Диск имеет однородно распределенный по поверхности положительный заряд. Система из двух жестко связанных равных по модулю и противоположных по знаку точечных зарядов (диполь) движется с некоторой начальной скоростью из бесконечно удаленной точки вдоль оси симметрии диска и пролетает через отверстие. Заряды диполя находятся на маленьких шариках, на диполь действуют только силы электрического поля диска, диск закреплен, при пролете диполь не отклоняется от оси диска. Минимальная начальная скорость диполя, необходимая для пролета, равна V_0 . Диполь сообщают начальную скорость $\frac{3}{2}V_0$.



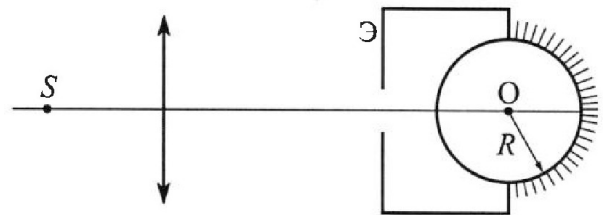
- 1) Найти скорость диполя при пролете центра диполя через центр отверстия.
- 2) Найти отношение максимальной и минимальной скоростей диполя при пролете.

4. Катушка индуктивностью $L_1 = L$ с числом витков n и площадью каждого витка S_1 находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией B_0 . Силовые линии поля перпендикулярны плоскости каждого витка. Вторая катушка индуктивностью $L_2 = 3L$ находится вне поля (см. рис.). Сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Изначально тока в катушках нет. Внешнее поле выключают в течение времени τ . Зависимость индукции внешнего поля от времени показана на рисунке. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.



- 1) Найти ток I_0 через катушку L_1 в конце выключения внешнего поля.
- 2) Найти заряд, протекший через катушку L_1 за время выключения внешнего поля.

5. На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены центр O прозрачного шара и точечный источник S , удаленный от линзы на расстояние $a = 1,1F$ (см. рис.). На поверхность шара, противоположную поверхности входа лучей, нанесено идеально отражающее зеркальное покрытие. С шаром жестко скреплен непрозрачный экран $\mathcal{E}$ с небольшим круглым отверстием. Если шар расположен так, что расстояние от центра линзы до ближайшей к нему точки шара равно $b = 10,5F$, то изображение источника в системе «линза-шар» совпадает с самим источником при любом показателе преломления вещества шара.



- 1) Найти радиус R шара.

После того, как центр шара переместили вдоль оптической оси так, что расстояние от него до центра линзы увеличилось на $\Delta = 5,5F$, изображение источника снова совпало с самим источником.

- 2) Найти показатель преломления вещества шара.

Отражение света от наружной поверхности шара пренебрежимо мало. Экран $\mathcal{E}$ обеспечивает малость углов α лучей (падающих на шар) с оптической осью и справедливость приближения $\sin \alpha \approx \alpha$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$M = 2 \text{ кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$V_0 = 1 \text{ м/с}$$

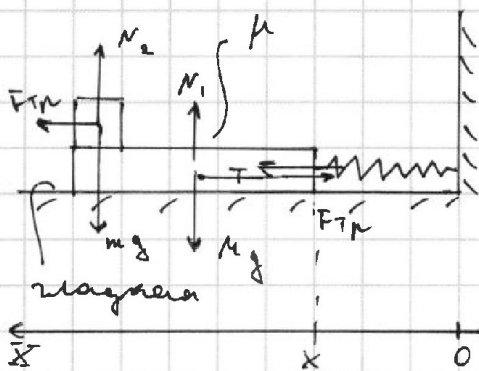
$$K = 36 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\mu = 0,3$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$\tau \approx 3$$

Задача 1.



1) По II з. Ньютона:

$$O_x: -F_{Tp} + T = M \ddot{x}$$

$$O_y: N_1 = Mg$$

$$O_x: F_{Tp} = m a_{mx}$$

$$O_y: N_2 = m g$$

$$\text{также } F_{Tp} \leq \mu N_2$$

$$|T| = K(l_0 - x)$$

начальн. длина

1. Δx_1 - ?

стат., когда
будет пружина.

2. Δt_1 - ?

~~из~~ F_{Tp}

3. a_{mx} - ?

в момент
 $x \rightarrow \max$
статиче

2) Пружинизирование начнется в момент, когда

$$\ddot{x} > a_{mx}$$

$$\text{т.е. из с учетом 1): } -\frac{F_{Tp}}{M} + \frac{K(l_0 - x)}{M} > \frac{F_{Tp}}{m}$$

$$\text{значит } \Delta x_1 = \frac{\mu m g (1 + \frac{M}{m})}{K} =$$

$$= \frac{0,3 \cdot 1 \cdot 10}{36} \left(1 + \frac{2}{1}\right) = \frac{1}{4} \text{ м} = 0,25 \text{ м}$$

$$= \frac{9}{36} \cdot \frac{1}{2} \text{ м} = \frac{1}{4} \text{ м} = 0,25 \text{ м}$$

$$+ F_{Tp} \left(1 + \frac{M}{m}\right) < K(l_0 - x)$$

$$\text{или } F_{Tp \max} = \mu m g$$

$$\Delta x > \frac{\mu m g (1 + \frac{M}{m})}{K}$$

3) До отн. пружинизирования $a_{mx} = \ddot{x}$, тогда y-ние движения

$$\text{для этого примет вид: } -m a_{mx} + T = M \ddot{x}$$

$$\tilde{x} = x - l_0$$

$$K(l_0 - x) = (M + m) \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{M + m} \tilde{x} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{M + m} (x - l_0) = 0$$

y-ние колебаний отн. $x - l_0$

Продолжение задачи на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 1

4) Мы получили: $\ddot{\tilde{x}} + \frac{k}{m+m} \tilde{x} = 0$, где $\tilde{x} = x - l_0$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+m}}$$

$$\tilde{x} = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$\tilde{x}(0) = A = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{x}(t) = -\frac{V_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$\dot{\tilde{x}}(0) = -V_0 = B\omega$$

5) Через Δt_1 после начала статьи величины $|\tilde{x}| = \Delta x_1$:

$$\frac{V_0}{\omega} \sin(\omega \Delta t_1) = \Delta x_1 = \frac{\mu m g}{k} \left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

$$\sin(\omega \Delta t_1) = \frac{\mu m g}{k V_0} \frac{m+m}{m} \cdot \sqrt{\frac{k}{m+m}} = \frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+m}{k}}$$

после интересуют переноса x_{max} :

$$\Delta t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+m}{k}}\right) = \sqrt{\frac{m+m}{k}} \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+m}{k}}\right) =$$

$$\Delta t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+m}{k}}\right) = \sqrt{\frac{3}{96}} \arcsin\left(\frac{0,3 \cdot 10 \cdot 1}{2 \cdot 1} \sqrt{\frac{3}{36}}\right) \text{ с} =$$

$$= \sqrt{\frac{m+m}{k}} \arcsin\left(\frac{\mu g}{V_0} \sqrt{\frac{m+m}{k}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \arcsin\left(3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \text{ с} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ с} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{3} \text{ с} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \text{ с}$$

6) После начала пружинной y -лине движения доска примет вид:

$$M \ddot{\tilde{x}} = -\mu m g + k(l_0 - x) \quad \tilde{x} = x - l_0$$

$$\ddot{\tilde{x}} + \frac{k}{M} \tilde{x} + \frac{\mu m g}{M} = 0 \quad \tilde{x} = -\frac{\mu m g}{k} + A_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) + B_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right)$$

$$(\ddot{\tilde{x}} + \frac{k}{M} \tilde{x}) + \frac{\mu m g}{M} = 0 \quad |\tilde{x}(0)| = \Delta x_1, \quad \dot{\tilde{x}}(0) = -V(\Delta x_1)$$

$$\text{Также из (3): } \frac{k \Delta x_1^2}{2} + \frac{(m+m) V(\Delta x_1)^2}{2} = \frac{(m+m) V_0^2}{2}$$

(до мом. пружинной)

$$V(\Delta x_1) = \sqrt{V_0^2 - \frac{k \Delta x_1^2}{m+m}} = \sqrt{V_0^2 - \frac{k}{m+m} \cdot \frac{\mu^2 m^2 g^2 (m+m)^2}{k^2}} = \sqrt{V_0^2 - \frac{\mu^2 g^2}{k} \cdot \frac{m+m}{k}} = \sqrt{V_0^2 - \frac{\mu^2 g^2}{k} (m+m)}$$

Продолжение на стр 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 11.

$$7) \text{ из 6): } \mathcal{V}(\Delta x_1) = \sqrt{V_0^2 - \frac{\mu^2 g^2}{k^2} \frac{M+m}{k}}$$

$$\vec{x} = -\frac{\mu m g}{k} + A_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) + B_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) \quad \text{или} \quad -\frac{\mu m g}{k} + C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right)$$

$$|\vec{x}(0)| = \Delta x_1$$

$$-\frac{\mu m g}{k} + A_1 = -\Delta x_1 = -\frac{\mu m g}{k} \quad \text{или} \quad -\frac{\mu m g}{k} + C_1 \cos \varphi = -\Delta x_1 = -\frac{\mu m g}{k} \left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

$$\dot{\vec{x}}(0) = -\mathcal{V}(\Delta x_1) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{\mu m g}{k} + C_1 \cos \varphi = -\Delta x_1 = -\frac{\mu m g}{k} \left(1 + \frac{M}{m}\right) \\ -\mathcal{V}(\Delta x_1) = -C_1 \sqrt{\frac{k}{M}} \sin \varphi \end{cases}$$

Макс. смещение:

$$|\vec{x}| \rightarrow \max$$

$$\frac{\mu m g}{k} - C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right) \rightarrow \max$$

$$\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} C_1^2 \cos^2 \varphi = \frac{\mu^2 g^2 m^2}{k^2} \\ C_1^2 \sin^2 \varphi = \frac{M}{k} \mathcal{V}^2(\Delta x_1) \end{cases}$$

$$C_1^2 = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{k^2} + \frac{M}{k} \cdot \left(V_0^2 - \frac{\mu^2 g^2}{k^2} \frac{M+m}{k}\right) = \left(\frac{M}{k} V_0^2 + \frac{\mu^2 g^2}{k^2} (m^2 - M(M+m))\right)$$

$$8) \quad \ddot{\vec{x}} = -\sqrt{\frac{k}{M}} C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right) = \frac{M}{k} V_0^2 + \frac{\mu^2 g^2}{k^2} (m^2 - M(M+m))$$

$$\ddot{\vec{x}} = \frac{k}{M} C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi\right)$$

$$\Rightarrow |\ddot{\vec{x}}| = \frac{k}{M} C_1 = \frac{k}{M} \sqrt{\frac{M}{k} V_0^2 + \frac{\mu^2 g^2}{k^2} (m^2 - M(M+m))}$$

$$T \cdot k \cdot \sqrt{\frac{k}{M}} t + \varphi = \pi$$

$$\alpha_M = \frac{36}{2} \sqrt{\frac{2}{36} \cdot 1 + \frac{0.3^2 \cdot 10^2 \cdot 1}{2^2 \cdot 36^2} (1 - 2^2 - 2)} \cdot \mu/c^2 =$$

$$= 18 \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{1}{4 \cdot 12^2 \cdot 5}} \cdot \mu/c^2 = \sqrt{18 - \frac{3^2 \cdot 3^2}{4 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 5}} \cdot \mu/c^2 =$$

$$= \sqrt{18 - \frac{45}{16}} \cdot \mu/c^2 = 3 \sqrt{\frac{32-5}{16}} \cdot \mu/c^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot \mu/c^2$$

$$\alpha_M = \frac{36}{2} \sqrt{\frac{2}{36} \cdot 1 + \frac{3^2}{36^2} (1 - 4 - 2)} \cdot \mu/c^2 = \sqrt{18 + \frac{9}{4} \cdot (-5)} \cdot \mu/c^2 = \sqrt{\frac{23}{4}} \cdot \mu/c^2 = \frac{\sqrt{23}}{2} \cdot \mu/c^2$$

Ответ: $\Delta x_1 = \frac{\mu(m+M)g}{k}$; $\Delta t_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}} c$; $\alpha_M = \frac{\sqrt{23}}{2} \mu/c^2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$p_0 = 105 \text{ кПа}, p_{\text{нас}}(t)$$

$$t_0 = 33^\circ\text{C}$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{3}$$

$$t = 33^\circ\text{C}$$

1) $p_1(33^\circ\text{C})$ - ?

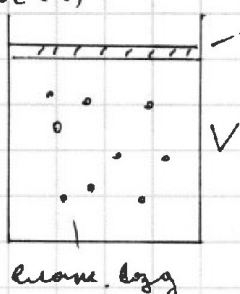
гавл. паря

2) t^* - ?

конденсация

3) $\frac{V}{V_0}$ - ?

Задача №2.



по формуле 1) $\varphi = \frac{p_{\text{пар}}(t)}{p_{\text{нас}}(t)}$

$$\Rightarrow p_1(33^\circ\text{C}) = p_{\text{нас}}(33^\circ\text{C}) \cdot \varphi$$

по графику $p_{\text{нас}}(33^\circ\text{C}) \approx 30 \text{ кПа}$

$$\Rightarrow p_1(33^\circ\text{C}) = 30 \text{ кПа} \cdot \frac{1}{3} \approx \boxed{30 \text{ кПа}}$$

2) т.к. поршень массивный, то оставшаяся паровая смесь при постоянном давлении p_0

тогда гавл. см. возд. при t_0 : $p_{\text{сух}0} = p_0 - p_1(33^\circ\text{C}) =$

3) конденсация начнется, когда $\varphi' = 100\%$, $\approx 105 \text{ кПа} - 30 \text{ кПа} =$
 $= \underline{75 \text{ кПа}}$

Тогда: $p_0 = p_{\text{сух}}(t) + p_{\text{пар}}(t)$

γ - из Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} p_{\text{сух}} \cdot V(t) = \nu_{\text{сух}} R T \\ p_{\text{пар}} \cdot V(t) = \nu_{\text{пар}} R T \end{cases} \leftarrow \text{до конденсации}$$

$$\nu_{\text{сух}} + \nu_{\text{пар}} = \text{const}$$

т.к. $\nu_{\text{пар}} = \text{const}$

$$p_0 V(t) = (\nu_{\text{сух}} + \nu_{\text{пар}}) R T$$

$$\Rightarrow V(t) \sim T$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}, \quad V(t) = V_0 \frac{T}{T_0}$$

4) $V(t) \sim T$

значит $p_{\text{сух}} = \text{const}$

$p_{\text{пар}} = \text{const}$

Тогда конденсация начнется, когда

$$\varphi' = 100\% = \frac{p_1(33^\circ\text{C})}{p_{\text{нас}}(t^*)}$$

$$p_{\text{нас}}(t^*) = p_1(33^\circ\text{C}) = 30 \text{ кПа}$$

по графику $p_{\text{нас}}(t^*) = 30 \text{ кПа}$

при $\boxed{t^* = 63^\circ\text{C}}$

4) Далее при охлаждении пар всё время будет насыщенным

тогда $p_{\text{нас}}(33^\circ\text{C}) = 5 \text{ кПа}$ - из графика

$$\Rightarrow p_{\text{сух}}(33^\circ\text{C}) = p_0 - p_{\text{нас}}(33^\circ\text{C}) = 100 \text{ кПа}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_{\text{сух}0}}{p_{\text{сух}}} = \frac{33^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}}{33^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}} \cdot \frac{75}{100} = \frac{306}{330} \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{453}{740}}$$

Ответ: $p_1 = 30 \text{ кПа}$; $t^* = 63^\circ\text{C}$; $\frac{V}{V_0} = \frac{453}{740}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

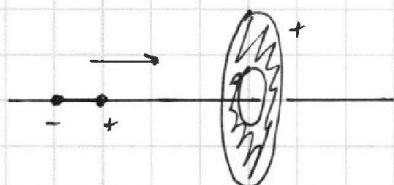
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$V_0, \frac{3}{2} V_0$$

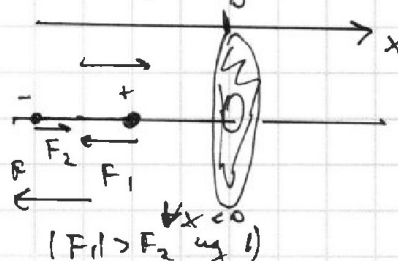
1) u - ?

спр. прелёта
через центр
отверстия



2) $\frac{V_{max}}{V_{min}} - ?$

2) Тогда до прелёта:



суммарная сила F
направлена против оси x

3) Получается диск с отверстием
начинно совершает ~~работу~~ отрицательную
работу, тогда работа при движении от
 $-\infty$ до $+\infty$ будет равна:

$$A = -\frac{mV_0^2}{2}$$

т.к. V_0 - мин скорость для прелёта

4) Значит ~~минимальной~~ ^{макс.} скорости при прелёте соств.

скорость на $-\infty$, равная $\frac{3}{2} V_0$, ~~максимальной~~ ^{миним.} - на $+\infty$: V_{min}

$$\text{но ЗСЗ: } \frac{mV_{min}^2}{2} - \frac{m(\frac{3}{2}V_0)^2}{2} = A = -\frac{mV_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow V_{min}^2 = \frac{9}{4}V_0^2 - V_0^2 = \frac{5}{4}V_0^2$$

$$V_{min} = \frac{\sqrt{5}}{2}V_0$$

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{3/2}{\sqrt{5}/2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

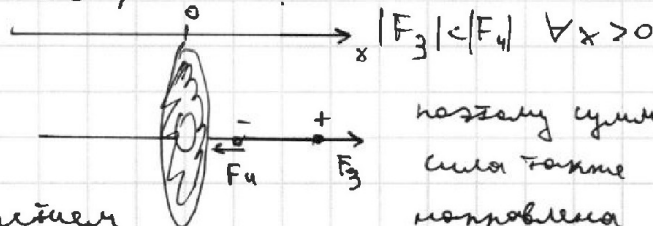
5) Из симметрии $F_{z1} = F_1 - F_2 = F_{z2} = F_4 - F_3$

ЗСЗ: $\frac{mu^2}{2} - \frac{m(\frac{3}{2}V_0)^2}{2} \Rightarrow \text{работа до центра диска: } \frac{A}{2}$

т.е. $\frac{mu^2}{2} - \frac{m(\frac{3}{2}V_0)^2}{2} = -\frac{mV_0^2}{4} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{9}{4}V_0^2 - \frac{V_0^2}{2}} = \frac{\sqrt{7}}{2}V_0$ Ответ: $u = \frac{\sqrt{7}}{2}V_0$; $\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

1) Напряжённость на
оси диска с отверстием
будет складываться из
напряжённостей колец,
на которые можно разбить диск.
Как известно напряжённость гравит.
колец на ос. падает монотонно, при
этом увеличении её радиуса, значит
напряжённость диска с отверстием
также монотонно падает, т.к. её
можно представить как систему
из колец.

после прелёта:



насталу суммарная
сила также
направлена
против оси x .



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

Дано:

$$L_1 = L$$

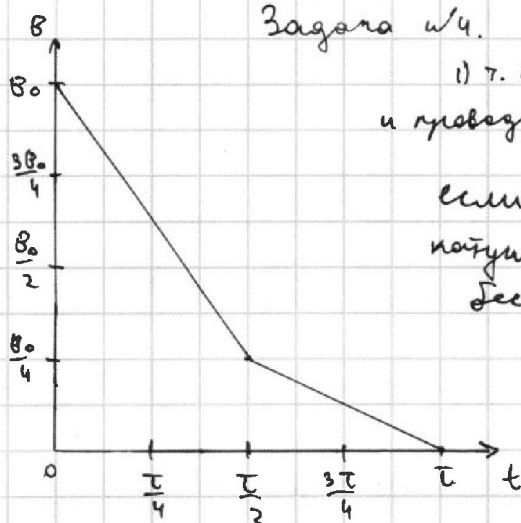
$$n, S_1$$

$$L_2 = 3L$$

$$\tau$$

$$1) I_0 = ?$$

$$2) q_\tau = ?$$

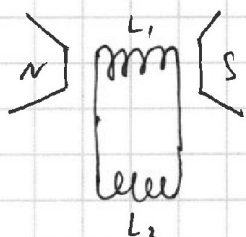


1) т.к. сопротивления катушек и проводов пренебрежимо малы, то

если при падении поля в катушке создается сила $\mathcal{E}_i$ будет индуцированный ток, тогда

$$\mathcal{E}_i = 0 \Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} = 0$$

$$\Phi = \text{const}$$



$$2) \Phi(0) = B_0 n S_1$$

$$\Phi(t) = L_1 I + L_2 I + B n S_1$$

$$\Phi(0) = \Phi(t) \Rightarrow B_0 n S_1 = (L_1 + L_2) I + B n S_1$$

$$I(t) = \frac{(B_0 - B(t)) n S_1}{L_1 + L_2}$$

$$I(\tau) = I_0 = \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} = \boxed{\frac{B_0 n S_1}{4L}}$$

$$3) q(t) = \int_0^t I(t) dt =$$

$$= \int_0^t \frac{B_0 n S_1}{L_1 + L_2} dt - \int_0^t \frac{B(t) n S_1}{L_1 + L_2} dt = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(B_0 t - \int_0^t B(t) dt \right)$$

↑
интеграл по графику $B(t)$

$$\text{тогда } q(\tau) = q_\tau = \frac{n S_1}{L_1 + L_2} \left(B_0 \tau - \int_0^\tau B(t) dt \right)$$

$$\int_0^\tau B(t) dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{3B_0}{4} \cdot \frac{\tau}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{B_0}{4} \cdot \frac{\tau}{2} + \frac{B_0}{4} \cdot \frac{\tau}{2} = B_0 \tau \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} \right) = \frac{3}{8} B_0 \tau$$

$$q_\tau = \frac{n S_1}{4L} \left(B_0 \tau - \frac{3}{8} B_0 \tau \right) = \boxed{\frac{5 n S_1 B_0 \tau}{32 L}}$$

$$\text{Ответ: } I_0 = \frac{B_0 n S_1}{4L}; q_\tau = \frac{5 n S_1 B_0 \tau}{32 L}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
F
 $\alpha = 1,1F$
 $b = 10,5F$
1) R-?
2) $\Delta = 5,5F$
 $n = ?$

Задача 1/5

Ис.

1) Изобр. совпадает с источником ∇n
2) Мы эквивалентны системе из двух линз и плоско-плоскости:

Т.к. экран определяет малость углов

опт. сила линз: $D_1 = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right)(n-1) = \frac{n-1}{R}$
плоско-плоскость сводит изоброт. ма $\Delta x = \frac{n-1}{n} \cdot 2R$

S_1 - носитель
 S_2 - носитель
 S_3 - носитель н.плоск.
 S_4 - носитель B и т.д.

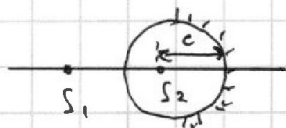
Система из линзы + зеркала должна давать изображение

источника S_1 в самом же этом источнике (т.к. линза L формирует изоброт. S в т. S , если источник находится в S_1 ;

принцип изобразимости лучей света

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{R} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{R}{\alpha - F} = \frac{1,1F}{0,1F} = 11F$$

4)



лучи от источника формируют

изобр. ист. S_2 , из тогда чтобы

изобр. S_1 в системе линза + зеркало

также было в т. S_1 , зеркало должно

формировать изоброт. из ист. S_2 в

т. S_2 , тогда потом линза это

изоброт. вернёт в т. S_1

(из принципа обратимости лучей света)

Тогда для зеркала

имеем ф-лу:

$$\frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{R} \Rightarrow C = R$$

найдем C

Продолжение на стр. 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

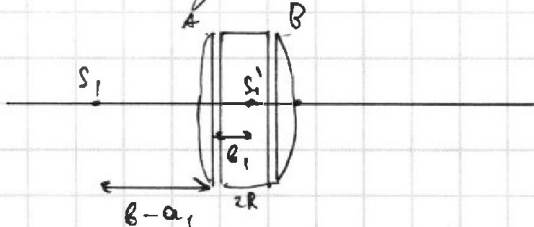
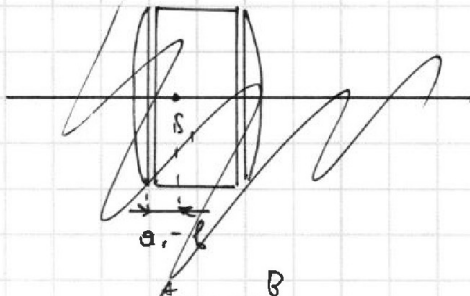
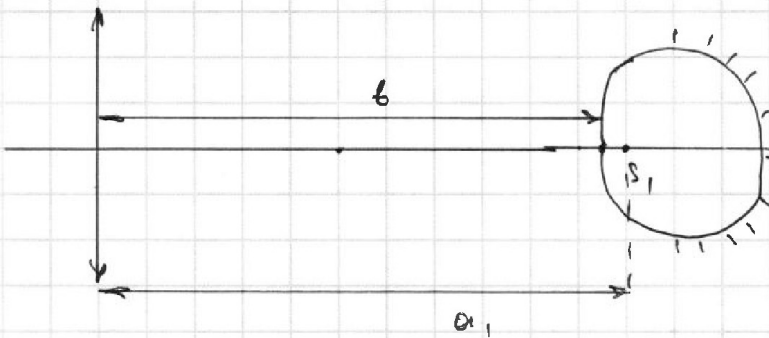
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 5

5) Найти ϵ :

$$b = 10,5 F$$

$$a_1 = 11 F$$



$$\text{В точке A: } \frac{1}{b-a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{n-1}{R} \quad (1)$$

$$\text{Связь в н. ф. мост.: } \Delta x = \frac{n-1}{n} \cdot 2R$$

В точке B: поскет. го мосту:

$$2R - (b_1 + \Delta x) = 2R - b_1 - \frac{n-1}{n} \cdot 2R =$$

$$= 2R \frac{n-n+1}{n} - b_1 = \frac{2R}{n} - b_1$$

$$\frac{1}{\frac{2R}{n} - b_1} + \frac{1}{C} = \frac{n-1}{R}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{\frac{2R}{n} - b_1}; \quad b_1 \text{ из (1):}$$

$$b_1 = \frac{(b-a_1)R}{(n-1)(b-a_1)-R} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}FR}{-(n-1)\frac{1}{2}F-R} = \frac{FR}{(n-1)F+2R}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{n-1}{R} - \frac{n}{2R - nb_1} =$$

$$= \frac{n-1}{R} - \frac{n}{2R - \frac{nFR}{(n-1)F+2R}} =$$

$$= \frac{n-1}{R} - \frac{n((n-1)F+2R)}{2nFR-2FR+4R^2-nFR} = \frac{1}{R} \left(n-1 - \frac{n((n-1)F+2R)}{nF-2F+4R} \right)$$

$C = R \text{ из (4) } \Rightarrow$

$$(n-1)(nF-2F+4R) - n(n-1)F - 2nR = nF-2F+4R$$

$$n(n-1)F - 2(n-1)F + 4R(n-1) - n(n-1)F - 2nR = (n-2)F + 4R$$

$$R(4(n-1) - 2n - 4) = F((n-2) + 2(n-1))$$

$$R = F \frac{3n-4}{2n-8}$$

Продолжение на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи №5

6) Мы получили: $\frac{1}{c} = \frac{1}{R} \left(n-1 - \frac{n(n-1)F+2R}{nF-2F+4R} \right)$

по ум. $\forall n$ с-ограничения

Тогда $\frac{1}{c} = \frac{1}{R} \cdot \frac{F(n^2-n-2n+2-n^2+n)+R(4n-4-2n)}{nF-2F+4R} =$

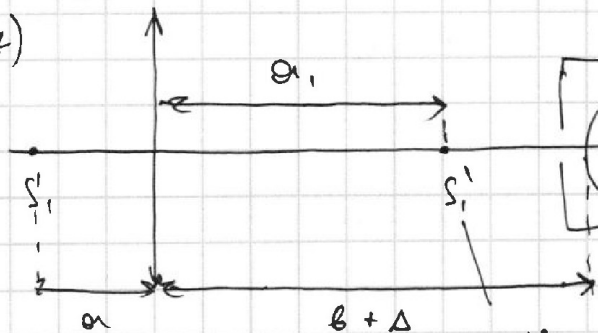
$= \frac{1}{R} \cdot \frac{F(2-2n)+R(2n-4)}{nF-2F+4R}$

Заметить, что при $R = \frac{F}{2}$, величина $\frac{1}{c}$ не зависит от n :

$\frac{1}{c} = \frac{1}{R} \cdot \frac{-F \cdot 2n + R \cdot 2n}{nF} = \frac{1}{R} \cdot \frac{2(R-F)}{F}$

Значит $R = \frac{F}{2}$ - искомый ответ

7)



Аналогичный 5) расчёт:

$\frac{1}{c} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{\frac{2R}{n} - b_1}$
 $\frac{1}{b_1 + \Delta - \alpha_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{n-1}{R}$
 из 4): $c = R$; $\alpha_1 = nF$ из 3)
 $R = \frac{F}{2}$ из 6)

$\frac{1}{R} = \frac{n-1}{R} - \frac{1}{\frac{2R}{n} - b_1}$
 $1 = n-1 - \frac{n}{2 - n \frac{b_1}{R}}$

$n = (n-2) \left(2 - \frac{n}{R} \cdot \frac{5F}{10n-11} \right)$
 $n = (n-2) \left(2 - \frac{10n}{10n-11} \right)$

$10n^2 - 4n = 20n^2 - 40n - 22n + 44 - 10n^2 + 20n$
 $0 = 4n - 40n - 22n + 44 + 20n$
 $n = \frac{44}{31}$

Ответ: $R = \frac{F}{2}$; $n = \frac{44}{31}$.

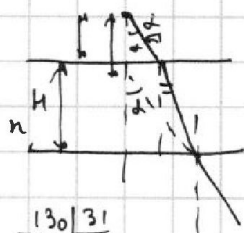


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

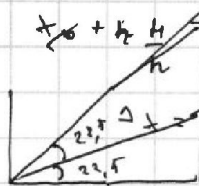
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_0 + \beta h = (x_0 + h - \Delta x) \alpha$$

$$\alpha = \beta h$$

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$A = \frac{m V_0^2}{2}$$

$$\frac{m (\frac{3}{2} V_0)^2}{2} - \frac{m V_k^2}{2} = A$$

$$\frac{A(2n^2 - 4n + 2 - k^2 + h - k^2 + h) + R(2n - 1)}{A(2n - 3) + 2R}$$

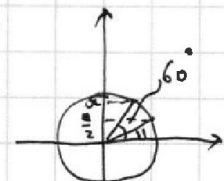
$$\frac{A(2 - 2n) + R(2n - 1)}{A(2n - 3) + 2R}$$

$$2A - R = 0 \quad R = 2A$$

$$-3A + 2R = 0 \quad R = \frac{3}{2}A$$

$$V_{max} = \frac{3}{2}V_0$$

$$V_k^2 = \frac{5}{4}V_0^2 - V_0^2 = \frac{1}{4}V_0^2$$



$$2(n-1)^2 A + 2R(n-1) - n(n-1)A - n(n-1)A + \frac{V_{max}^2}{2} = \frac{5}{2}V_0^2$$

$$A(2n-3) + 2R$$

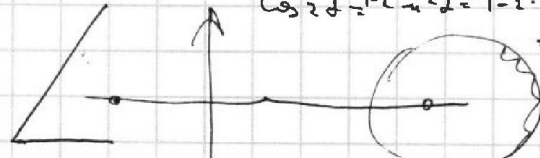
$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{R} \left(n-1 - \frac{n(A(n-1)-R)}{2A(n-1)+2R-nA} \right)$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

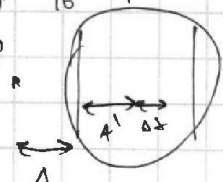
$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{3}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$



$$60^\circ$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx \frac{1}{2\sqrt{3}}$$



$$\frac{1}{A} + \frac{1}{A'} = \frac{n-1}{R} \quad A' = \frac{AR}{A(n-1)-R}$$

$$2R - A' - \Delta x = 2R - A' - (1 - \frac{1}{n})2R =$$

$$\frac{1}{\frac{2R}{n} - A'} + \frac{1}{C} = \frac{n-1}{R} = \frac{2R}{n} - A'$$

$$\frac{1}{C} = \frac{n-1}{R} - \frac{n}{2R - \frac{nAR}{A(n-1)-R}}$$

$$F(k^2 - k - k^2 + k - 2n + 2) +$$

$$+ R(4n - 4 + 2n) =$$

$$= F(2 - 2n) + R(6n - 4)$$

$$2F -$$

$$\frac{-2nF + 6Rn}{Fn}$$

$$F(n-2) + 4R$$

$$-2F + 4R = 0 \Rightarrow R = \frac{F}{2}$$