



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361 = 19^2$$

$$n! + n!(n+1) + \cancel{n!} n!(n+1)(n+2) : 19^2$$

$$n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) : 19^2$$

$$n! (n^2 + 3n + 2 + n + 2) : 19^2$$

$$n! (n^2 + 4n + 4) : 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2$$

Заменим, что 19 - простое $\Rightarrow 19^2$ делится только на 1 и 19

$\Rightarrow$ чтобы $n!$ делилось на 19, n должно быть ≥ 19

Но $(n+2)^2$ может делиться на 19^2 и при $n = 17$, что меньше 19.

Покажи, что тогда нужно сделать именно так, чтобы $(n+2)^2$ было равно 19^2 , но если ~~$n = 17$~~ $n = 17$ - минимальное

Ответ: $n \leq 17$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x \in \mathbb{N}$ - первое число из пяти. Тогда:

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + \cancel{(x+3)^2} + (x+4)^2 - 10 = N^3, N > 6$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 6x + 9 + x^2 + 8x + 16 - 10 = N^3$$

$$5 \cdot x^2 + (2 + 4 + 6 + 8)x + (1 + 4 + 9 + 16) - 10 = N^3$$

$$5x^2 + 20x + 30 - 10 = N^3$$

$$5x^2 + 20x + 20 = N^3$$

$$\cancel{5} (x^2 + 4x + 4) = N^3$$

$$5(x+2)^2 = N^3$$

$$\Rightarrow N^3 \vdots 5 \Rightarrow N \vdots 5$$

Так как мы ищем наименьшее N , то рассмотрим $N = 10; 15; 20$ ($N = 5$ не рассматриваем, т.к. $N > 6$ по условию)

тогда:

N	10	15	20
N^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	$15 \cdot 15 \cdot 15$	$20 \cdot 20 \cdot 20$
	(1)	(2)	(3)

$$\textcircled{1} \quad 5(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 : 5$$

$$(x+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = 2^3 \cdot 5^2 - \text{не подходит}$$

$$\textcircled{2} \quad 5(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 15$$

$$(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 15 : 5$$

$$(x+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 3^3 \cdot 5^2 - \text{не подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③) 5(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20$$

$$(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20 : 5$$

$$(x+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 4 = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 5^2 \cdot 4^3 = 5^2 \cdot 2^6 = 5^2 \cdot (2^2)^2 = 5^2 \cdot 8^2 = (5 \cdot 8)^2 = 40^2 - \text{получаем}$$

$$\Rightarrow x+2=40 \Rightarrow x=38$$

~~Проверка:~~
Проверка:

$$38^2 + 38^2 + 40^2 + 40^2 + 40^2 - 10^2 \neq 20^3$$

$$(40-2)^2 + (40-1)^2 + 40^2 + (40+1)^2 + (40+2)^2 \neq 20^3$$
$$40^2 - 160 + 4 + 40^2 - 80 + 1 + 40^2 + 40^2 + 80 + 1 + 40^2 + 160 + 4 \neq 20^3$$
$$5 \cdot 40^2 + 8 + \frac{10^2}{2} \neq 20^3$$

$$5 \cdot 40^2 \neq 20^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 \neq 20^3$$

$$5^3 \cdot 8^2 \neq 20^3$$

$$10^3 \cdot 2^5 \neq 20^3$$
$$5^3 \cdot 2^8 \neq 40^2 \cdot 10$$

$$5^3 \cdot 8^2 \neq (5 \cdot 2^2)^3$$

$$5^3 \cdot 2^6 \neq 5^3 \cdot 2^6$$

✓

Ответ: $N = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

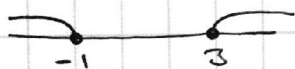
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

Реш: $x^2-2x-3 \geq 0$
 $(x+1)(x-3) \geq 0$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3}+6|}_{\geq 0} \underbrace{\geq}_{> 0} \sqrt{x^2-2x-3}+6$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \underbrace{|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|}_{(1)}$$

~~Рассмотрим левую часть подмодульного выражения (1)~~
~~наберем знак~~

~~$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \leq 0$
 $\sqrt{x^2-2x-3} = -(2x-1) \quad |^2$
 $x^2-2x-3 \leq 4x^2-4x+1$
 $3x^2-2x+4 \geq 0$
 $\Delta = 4-4 \cdot 3 \cdot 4 < 0$
 $\Rightarrow 3x^2-2x+4$ всегда > 0
 $\Rightarrow -(2x-1) \geq \sqrt{x^2-2x-3}$
 $\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1$~~

Заметим, что подмодульное выражение (1) монотонно
убывает при $x < -1$ и монотонно возрастает при $x > 3$:
чтобы это доказать, возьмем $x_1 > x_2 > 3$ и $x_3 < x_4 < -1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

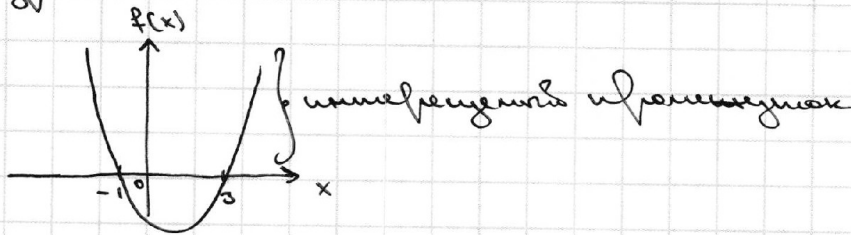
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} + 2x_1 - 1 \geq \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} + 2x_2 - 1$$
$$\sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} - \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} + \underbrace{2(x_1 - x_2)}_{>0} - \underbrace{1+1}_{\leq 0} \geq 0$$

Заметим также, что функция $x^2 - 2x - 3$ монотонно возрастает на $x > 3$

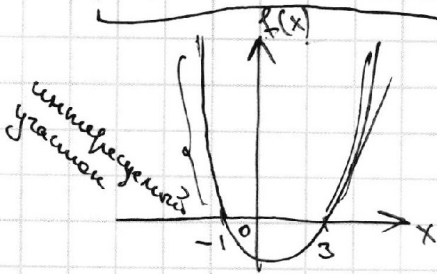


$$\Rightarrow \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} > \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3}$$
$$\Rightarrow \sqrt{x_1^2 - 2x_1 - 3} - \sqrt{x_2^2 - 2x_2 - 3} > 0$$

$\Rightarrow$ неравенство доказано

2) Аналогично:

$$\sqrt{x_3^2 - 2x_3 - 3} + 2x_3 - 1 \geq \sqrt{x_4^2 - 2x_4 - 3} + 2x_4 - 1$$
$$\sqrt{x_4^2 - 2x_4 - 3} - \sqrt{x_3^2 - 2x_3 - 3} + \underbrace{2(x_4 - x_3)}_{>0} - \underbrace{1+1}_{\leq 0} \geq 0$$



$\Rightarrow$ неравенство доказано



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

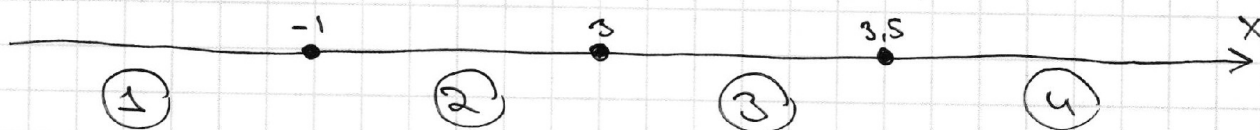
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 & \text{или } x \geq 3 \\ \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \leq 0 & \text{или } x \leq -1 \end{cases}$$

А еще: $\begin{cases} 7-2x \geq 0 & \text{или } x \leq 3,5 \\ 7-2x \leq 0 & \text{или } x \geq 3,5 \end{cases}$



①: $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -(\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1) + 7 - 2x$
 $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 7 - 2x$
 $2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x + 8 - 6$
 $\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x + 1 \quad |^2$
 $x^2 - 2x - 3 \geq 4x - 4x + 1$
 $3x^2 - 2x + 4 \leq 0$
 $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 < 0$
 $\Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0$
 $\Rightarrow \emptyset$

②: ~~$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$~~ не в ③

③: $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$
 $6 \geq 6$
 $\Rightarrow x - \text{любой}, x \in [3; 3,5]$

④: $\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 2x - 2$
 $6 \geq 4x - 8$
 $4x \leq 14$
 $x \leq 3,5$
 $\Rightarrow x \leq 3,5$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 5 \\ 405 & 5 \\ 81 & 9 \\ 9 & 9 \\ 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Заметим, что числа $y - 45$ и $y + 45$ одинаковой четности $\Rightarrow 2^x$ расфакторизована на 2^k и 2^{x-k} , где $k \neq 0$, в оба этих числа

$$\begin{array}{l} y + 45 = 2^k \\ y - 45 = 2^{x-k} \\ -90 = 2^k - 2^{x-k} \\ 90 = 2^{x-k} - 2^k \end{array}$$

$\Rightarrow$ 2 случая:

$$\begin{array}{l} 1. \quad y - 45 = 2^{k_1} \cdot 19 \\ y + 45 = 2^{x-k_1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad y - 45 = 2^{k_2} \\ y + 45 = 2^{x-k_2} \cdot 19 \end{array}$$

$$1. \quad 90 = 2^{x-k_1} - 2^{k_1} \cdot 19$$

$$2. \quad 90 = 2^{x-k_2} \cdot 19 - 2^{k_2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение 10 степеней двойки:

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \\ 2^6 &= 64 \\ 2^7 &= 128 \\ 2^8 &= 256 \\ 2^9 &= 512 \\ 2^{10} &= 1024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cancel{83} \\ &\cancel{86} \\ &\cancel{82} \\ &\cancel{74} \\ &\cancel{58} \\ &\cancel{26} \\ &38 \\ &166 \\ &422 \\ &934 \end{aligned}$$

Они же, но $\cdot 19$:

$$\begin{aligned} &38 \\ &76 \\ &152 \\ &304 \\ &608 \\ &1216 \\ &\cancel{2432} \\ &4864 \\ &\cancel{9728} \\ &19456 \end{aligned}$$

Они же, но $\cdot 19$ и -90

$$\begin{aligned} &\cancel{52} \\ &\cancel{14} \\ &62 \\ &214 \\ &518 \\ &\cancel{1126} \\ &2342 \\ &4774 \\ &9638 \\ &19366 \end{aligned}$$

они же,
но -90

Чтобы найти x и k , либо x и k_2 , нужно искать совпадающие числа в 2 и 3 столбцах и 1 и 4 столбцах соответственно

У решений 10 степеней 2 нашлось только одно совпадение: $2^7 - 90 = 2 \cdot 19$, т.е. $90 = 2^7 - 2 \cdot 19$
 $\Rightarrow x - k_1 = 7$; $k_1 = 1 \Rightarrow x = 8$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y^2 &= 19 \cdot 2^8 + 2025 = 19 \cdot 256 + 2025 = 4864 + 2025 = \\ &= 6889 = 83^2 \Rightarrow y = \pm 83 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x, y) = (8, 83)$$

Ответ: $(8, 83), (8, -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

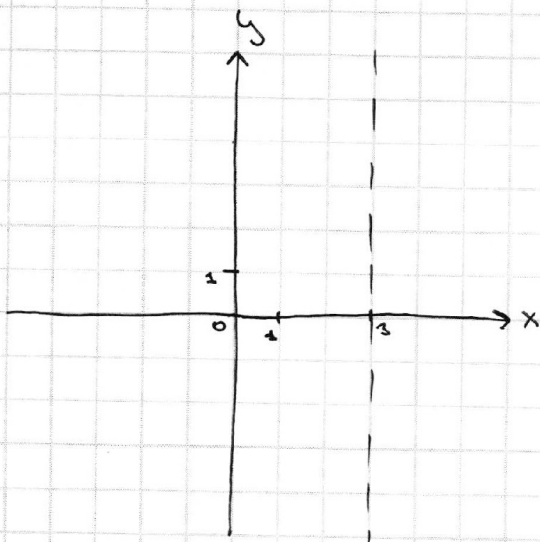
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 \leq a^2$ — уравнение окружности с центром $(0, 0)$ и радиусом a

$x^2 - 6x + a$ — параболы, вершина которой лежит на прямой $x = -\frac{-6}{2} = 3$



У параболы с положительным коэффициентом при x^2 не может быть наибольшего значения

Ответ: таких a не существует



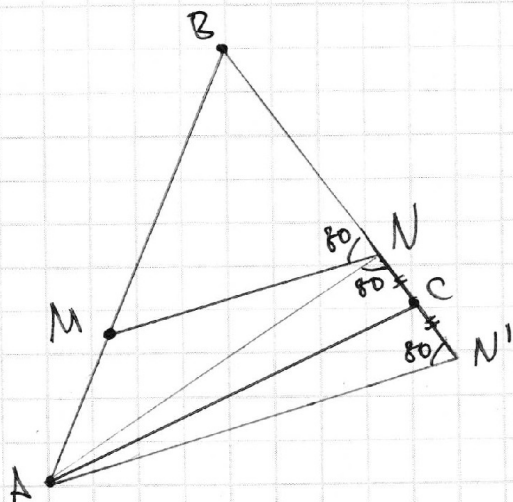
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BN}{NC} = \frac{BN}{2NC}$$

$\Rightarrow$ угловым CN^* за точку N' ~~с точки~~ C - получим

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{NN'}$$

$\Rightarrow$ по теореме Фалеса, $MN \parallel AN'$

$$\Rightarrow \angle AN'C = \angle MNB = 80^\circ \text{ и } \angle N'AN = \angle ANM = 180 - 80 - 80 = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AN'C = \angle ANC \Rightarrow \angle N'AN - \text{ис}$$

AC - медиана $\Rightarrow AC$ - биссектриса

$$\Rightarrow \angle \text{CAN} = \frac{1}{2} \angle N'AN = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10^\circ$$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\Rightarrow 2x \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$$

$$\sqrt{(x+1)(x-3)} \geq -(2x-1) \quad |^2$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$0 \geq 3x^2 - 2x + 4$$

$$\Delta = 4 - 48 = -44 < 0$$

$$D_{\text{выраж}} \geq 0$$

$$g_0 = 2^k - 19 \cdot 2^k$$

$$k \neq 0$$

$$7 - 2x > 0$$

$$2x \leq 7$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + |7 - 2x|$$

$$6 \geq 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$2^1 = 2$$

$$6 \geq 6$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq 3,5$$

$$50 - 45 - 4$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{11} = 2048$$

$$19 \cdot 2^x + (45)^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

ограничения
 решение

$$y - 45 = 19 \cdot 2^k$$

$$y + 45 = 2^k - k$$

$$2y = 2^k(19 + 2^k - 2k)$$

$$y = 2^k(19 + 2^k - 2k)$$

$$y = 2^k(19 + 2^k - 2k)$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 5} \\ 405 \overline{) 5} \\ 20 \overline{) 2} \\ 0 \overline{) 25} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 5} \\ 405 \overline{) 5} \\ 21 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \overline{) 28} \\ 405 \overline{) 162} \\ 2025 \overline{) 2025} \end{array}$$

$$2025 \leq 5 \cdot 2^9$$

$$\begin{array}{r} 256 \cdot 205 \\ = 5120 \\ 856 \overline{) 4864} \\ 256 \overline{) 256} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4864 \overline{) 2025} \\ 6889 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

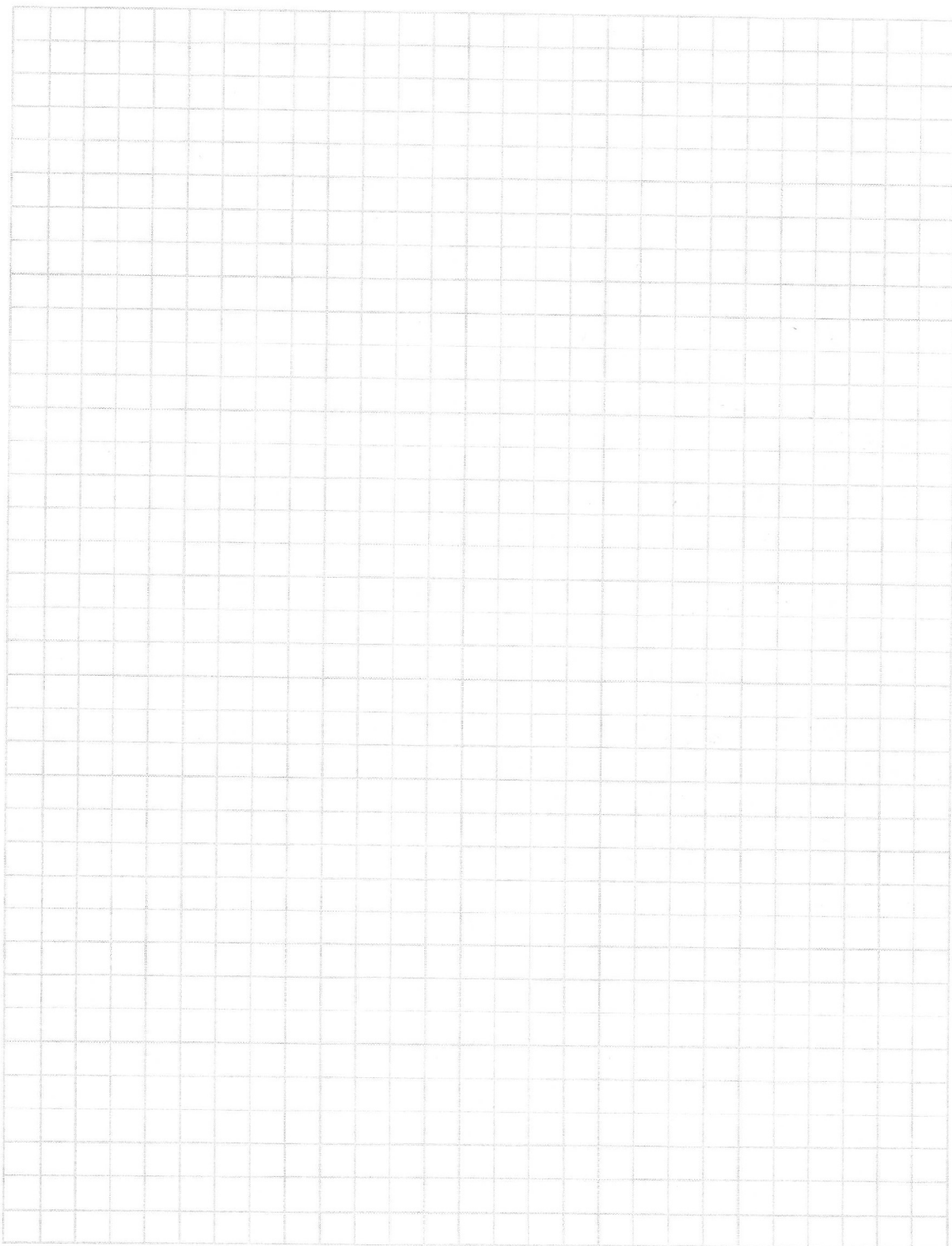
5
☐

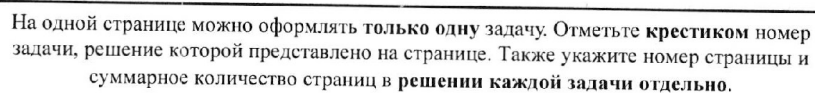
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1
2
X3
☒

4

5

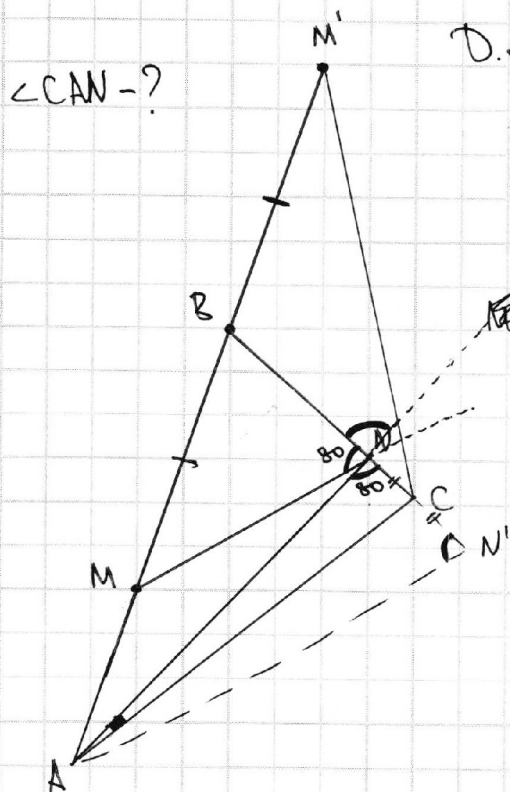
6

7
X

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



D.n.: $BM' = BM$; $MM' = 2BM$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\Rightarrow \frac{2BM}{MA} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{M'M}{MA} = \frac{BN}{NC}$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{1}{2} \frac{BN}{NC} = \frac{BN}{NC}$$

$$\Rightarrow N' \in (NC), \quad NN' = 2NC$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NN'}$$

4) по теореме Параллель,
 $MN \parallel AN'$

$$\Rightarrow \angle N A N' = \cancel{\angle M N A} = 180 - 80 - 80 = 20$$

$$\angle NN'A = 180 - 80 - 20 = 80$$

5) ~~AB~~ $\triangle N'AN$ - w/o

⇒ AC - медиана и биссектриса

$$\Rightarrow \angle CAN = \frac{1}{2} \angle N'AN = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10^\circ$$

Zehebuk!!!