



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. Заметим, что $n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2))$. Заметим, что $1 + n+1 + (n+1)(n+2) = (n+2) + (n+1)(n+2) = (n+2)^2$. Тогда $n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n+2)^2$. Заметим, что $361 = 19^2$. Тогда можно понять, что так как 19 - простое число, то чтобы $n!$ делилось на 19^2 и делилось хотя бы на $19 \cdot 2 = 38$, а чтобы $(n+2)^2$ делилось на 19^2 и делилось хотя бы на $n+2 = 19 \Rightarrow n = 17$. Заметим, что при $n = 17$ и меньших $n!$ не делится на 19 , а при n меньших 17 $(n+2)^2$ не делится на 19 , так как 19 - простое число.
Ответ: при $n = 17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

☐

2

☒

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2. Пусть n — наименьшее из пяти последователь-

ных натуральных чисел. Тогда $N^3 = n^2 + (n+1)^2 +$

$$+ (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 \Leftrightarrow N^3 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n +$$

$$+ 4 + n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16 \Leftrightarrow N^3 = 20 + 5n^2 + 20n.$$

Заметим, что в силу того, что n — натуральное,

$f(n) = 20 + 5n^2 + 20n$ — строго возрастающая функция.

Примем $f(n) \div 5 \Rightarrow N^3 \div 5 \Rightarrow N \div 5$, поскольку 5 —

простое число. При $f(12) = 980$, а $f(13) = 1125 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^3 = 1000$ мы не сможем получить. $f(13) = 1125$,

а $f(14) = 1380 \Rightarrow 15^3 = 3375$ мы не сможем получить.

$$f(13) = 1125 = 15^3.$$

Ответ: 10.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. Заметим, что ~~линейный~~ ^{квадратный} корень

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \text{ по определению квадратного корня} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6.$$

$$\text{Заметим, что } x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \in [-\infty; -1] \cup [3; +\infty),$$

т.е. по теореме Виета $x \in \{3, -1\}$ корни уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$. При $7 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 3,5$;

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} +$$

$$+ 2x - 1| \Leftrightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 +$$

$$+ 2x - 7 \Leftrightarrow 6 \geq 4x - 8 \Leftrightarrow 14 \geq 4x \Leftrightarrow 3,5 \geq x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 3,5 \text{ подходит, но } x > 3,5 \text{ не подходит.}$$

$$\text{При } 0 \leq x < 3,5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x < 3,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x < 3,5 \end{cases}$$

$$\text{т.е. } 0,5 \leq x < 3,5$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + x - 1 + 7 - 2x \Leftrightarrow 6 \geq 6 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ из интервала $[0,5; 3,5)$ нам подходит только

$$[3; 3,5). \text{ При } x < 0,5; \text{ т.е. } x \leq -1: |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq$$

$$\geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq$$

$$\geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq$$

$$\geq -4x + 8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 4 \geq x^2 - 2x - 3 \geq$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\geq (-2x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow D_1 = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$.

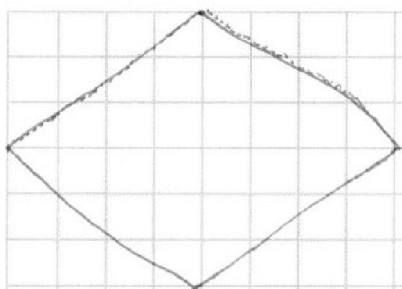


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено болсе одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

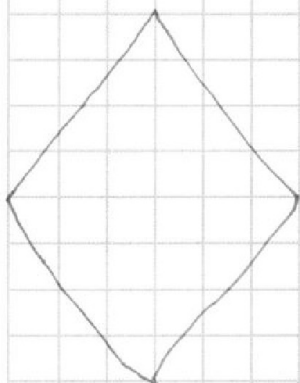


Заметим, что координаты его центра могут принимать целые значения x на интервале $[4; 46]$, $y - [3; 47]$.

(помощью поворотов на 90° относительно центра можно получить

2 вариации параллелограмма $\Rightarrow$ таких параллелограммов

2 $\cdot 43 \cdot 45 = 3870$. Рассмотрим вот такой параллелограмм



Заметим, что координаты ^{его} центра могут принимать

целые значения x на интервале $[3; 47]$, $y - [4; 46]$.

(помощью поворотов на 90° относительно центра

можно получить 2 вариации этого параллелограмма $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ таких параллелограммов $2 \cdot 43 \cdot 45 = 3870 \Rightarrow$ всего параллелограммов

$2025 + 1849 + 7728 + 7708 + 3870 \cdot 2 = 27050$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 27050 разбав.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4. Рассмотрим случай когда ~~ровно~~ ^{напада} ~~и квадрат~~
Тогда ~~координата~~ ^{координаты} у ~~которой~~ ^{которой} ~~сторона~~ ^{сторона} ~~параллельна~~
~~или~~ ^{или} ~~абсциссе~~ ^{абсциссе} или ординате. Тогда ~~координаты~~
~~x~~ ^и ~~y~~ ^и ~~вершины~~ ^{вершины} ~~левого~~ ^{левого} ~~квадрата~~ ^{квадрата} могут
~~принимать~~ ^{принимать} ~~любое~~ ^{любое} ~~значение~~ ^{значение} в диапазоне $[1; 45]$.
Итого таких ~~квадратов~~ $45^2 = 2025$. Рассмотрим
квадраты у которых ~~напада~~ ^{напада} ~~сторона~~ ^{сторона} ~~не~~ ^{не} ~~параллельна~~
~~или~~ ^{или} ~~абсциссе~~ ^{абсциссе} и ординате. Заметим, что
тогда ~~разница~~ ^{разница} между ~~x~~ ^x соседних вершин ~~и~~ ^и ~~y~~ ^y ~~принимает~~
одно значение 4, другое 3. Тогда мы найдем
что такой ~~квадрат~~ ^{квадрат} ~~можно~~ ^{можно} ~~вписать~~ ^{вписать} в ~~квадрат~~ ^{квадрат}, у
которого ~~напада~~ ^{напада} ~~сторона~~ ^{сторона} ~~параллельна~~ ^{параллельна} ~~или~~ ^{или} ~~абсциссе~~
~~или~~ ^{или} ~~ординате~~ ^{ординате} и равна 7. У ~~соседних~~ ^{соседних} ~~квадратов~~
~~координаты~~ ^{координаты} ~~верхней~~ ^{верхней} ~~левой~~ ^{левой} ~~вершины~~ ^{вершины} могут ~~принимать~~
~~целые~~ ^{целые} ~~значения~~ ^{значения} в диапазоне $[1; 43] \Rightarrow$
таких ~~квадратов~~ $43^2 = 1849$. ~~Рассмотрим~~ ^{Рассмотрим} ~~все~~ ^{все} ~~мы~~ ^{мы} ~~знаем~~
~~или~~ ^{или} ~~ровно~~ ^{ровно} ~~это~~ ^{это} ~~параллелограмм~~ ^{параллелограмм}. Тогда рассмотрим ~~все~~
такие ~~параллелограммы~~

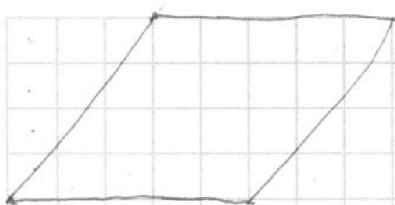


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

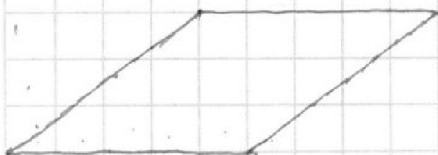
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что координаты x его нижней левой вершины могут принимать целые значения в диапазоне $[1; 42]$, а y — в диапазоне $[1; 46]$. Также можно заметить, что с помощью поворотов на 90° относительно центра точки получим 4 разные вариации этого параллелограмма с целыми координатами вершин $\Rightarrow$ точек параллелограммов $4 \cdot 42 \cdot 46 = 7728$. Рассмотрим вот такие параллелограммы



Заметим, что координаты нижней левой вершины могут принимать целые значения x в интервале $[1; 41]$, y — $[1; 47]$. С помощью поворотов на 90° ~~о~~ относительно центра точки получим 4 вариации одного параллелограмма с целыми сторонами $\Rightarrow$ точек параллелограммов $4 \cdot 41 \cdot 47 = 7708$. Рассмотрим вот такой параллелограмм



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Leftrightarrow 19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

Отсюда тут же можно найти ^{одно} решение $y = 46, x = 1$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^x = (46 - 45) \cdot (46 + 45) \quad y = 83, x = 8: 19 \cdot 2^8 =$

$= (83 - 45) \cdot (83 + 45) \Leftrightarrow 19 \cdot 2^8 = 38 \cdot 128$. Далее и

$y + 45$ мы будем добавлять по 38 и выведем

степени двойки не получим. Если мы хотим,

чтобы $y - 45$ было равно степени 2, то $y + 45$

должно быть кратно 38 $\Rightarrow$ минимальный $y = 96 - 45 =$

$= 51$, но $51 + 38 \cdot k$ никогда не даст степени

2.

Ответ: $y = 83, x = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Заметим, что x может принимать значения от $-a$ до a . Так что будем рассматривать только те случаи когда x принимает значения $-a$ и a . Тогда $x^2 - 6x + a$ становится выражением
При $x = a$: $x^2 - 6x + a = a^2 - 6a + a = a^2 - 5a$. Тогда решим неравенство $a^2 - 5a \leq 8 \Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 \leq 0$, $D = 25 + 4 \cdot 8 = 57 \Rightarrow a \in \left[\frac{5 - \sqrt{57}}{2}; \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \right]$. При $x = -a$: $x^2 - 6x + a = a^2 + 6a + a = a^2 + 7a$. Тогда решим неравенство $a^2 + 7a \leq 8 \Leftrightarrow a^2 + 7a - 8 \leq 0$, по теореме Виета корни уравнения $a^2 + 7a - 8 = 0$ будут $a \in \{1; -8\} \Rightarrow a \in [-8; 1]$. Заметим, что нам подходит ситуация когда a удовлетворяет обоим неравенствам.

Ответ: $a \in \left[\frac{5 - \sqrt{57}}{2}; 1 \right]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

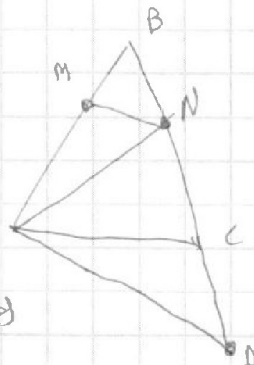
7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. ~~Дано:~~ *М-точка*

Дано: $\triangle ABC$, M - точка на стороне AB , N - точка на стороне BC , $\angle MNB = \angle ANC = 90^\circ$, $BN \cdot AM = BM \cdot 2CN$.
 $\angle CAN = ?$



1) Проведем отрезок AD на AD

до точки D как на рисунке.

2) $BN \cdot AM = BM \cdot 2CN \Leftrightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{BN}{2CN} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по теореме о пропорциональных отрезках $MN \parallel AD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADN = 180^\circ - \angle MND = \angle BNM$ по свойству параллельных прямых, но $\angle BNM = \angle ANC \Rightarrow \triangle AND$ - р/б по признаку р/б $\triangle$ -на.

3) Заметим, что AC - медиана в треугольнике $AND \Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ - высота по свойству р/б $\triangle$ -на $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAN = 180^\circ - \angle ACN - \angle ANC = 10^\circ$.

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$5n^2 + 20n + 20 = 11^3$

$800 + 20 = 820$

$500 + 200 + 20 = 720$

$720 + 240 + 20 = 980; 12$

$845 + 260 + 20 = 1125; 13$

$2000 + 400 + 20 = 2420$

$2420 + 440 + 20 = 2880$

$2645 + 460 + 20 = 3125$

$2880 + 480 + 20 = 3380$

$4500 + 600 + 20 = 5120$

$34; 5780 + 680 + 20 = 6480$

$38; 7220 + 760 + 20 = 8000$

$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$

$19 \times 4 = 38 \cdot 2 = 96$

$y = 46; x = 2$

$2^2 - 1$

45

38

96

45

51

45

6

38

304

114

444

5

7220

96

38

24

24

96

48

576

5

2880

34

34

136

102

1156

41

47

287

164

1927

4

7708

43

45

215

172

1935

2

3870

3870

2

7740

7708

15448

7728

23176

1849

25025

2025

27050

225

15

1125

225

3375

400

20

8000

5

5780

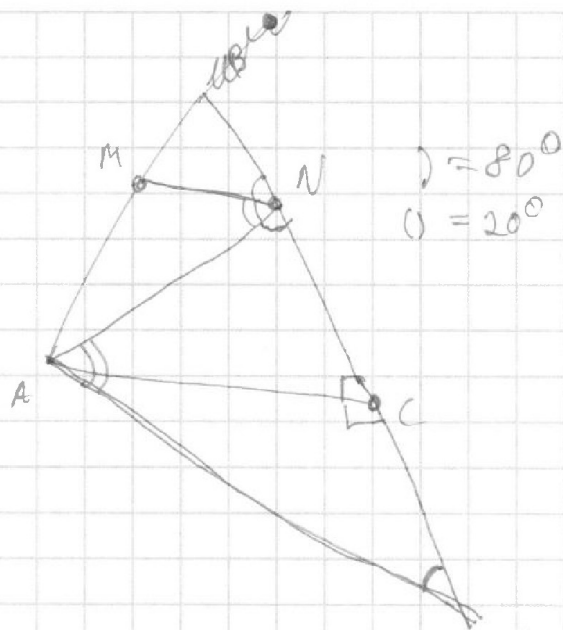


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BM \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$\angle CAN = ? \quad 24 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64$$

BN

$$128 \quad 256 \quad 512 \quad 1024$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC \cdot 2}$$

$$6 + 38 = 44 + 38 = 82 + 38 = 120 +$$

$$+ 38 = 158 + 38 = 196 + 38 =$$

$$= 234 + 38 = 272 + 38 = 310 +$$

$$+ 38 = 348 + 38 = 386 + 38 =$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 15)(y + 15)$$

$$y = 51; 6.$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 19 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 + 19 = \\ = 109 + 19 \\ \hline \end{array}$$

$$= 128$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ \cdot 45 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$y = 90$$

$$90 + 38 \cdot 2$$

$$2 \quad 2$$

$$51 + 38$$

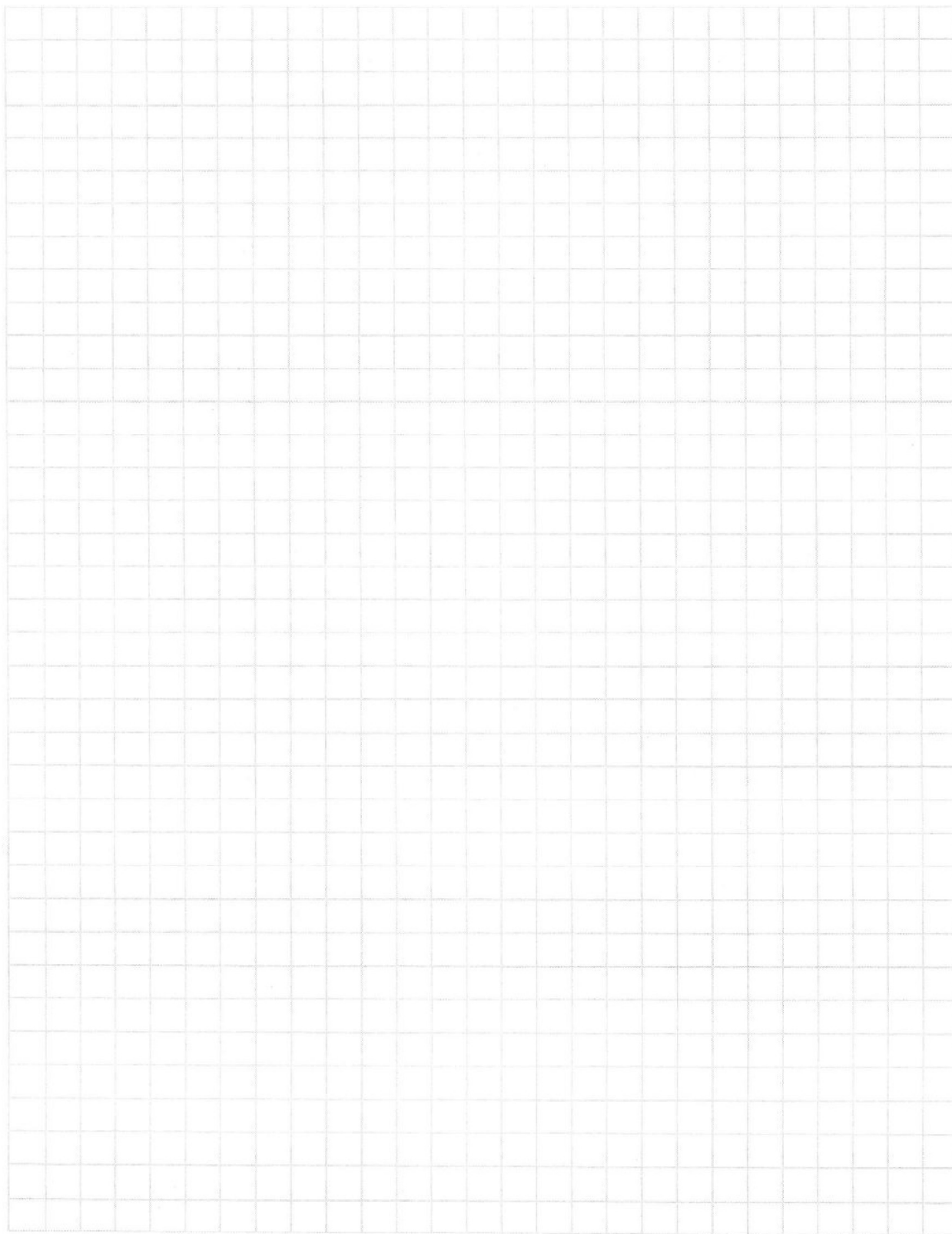


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l} 361 & 13 \\ \hline 26 & 2 \\ \hline 101 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 361 & 17 \\ \hline 34 & 2 \\ \hline 21 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 361 & 19 \\ \hline 19 & 19 \\ \hline 171 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 361 & 19 \\ \hline 171 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 2^x \\ \hline 5 \cdot 2^x \end{array}$$

$$361 = 19^2 \times \frac{144}{720}$$

$$n! \cdot (1 + n + 1 + (n+1)(n+2))$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n+2$$

$$(n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2 + n + 2$$

$$n+2 \Rightarrow n^2 + 4$$

$$720 \quad n^2 + 4n$$

$$500 + 200 + 100 \quad n+2 + (n+1)(n+2) = (n+2)^2$$

$$720 + 240 + 20 = 980$$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 30 - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$n=1; 5 + 20 + 20 = 45$$

$$n=2; 20 + 40 + 20 = 80$$

$$n=3; 45 + 60 + 20 = 125$$

$$n=4; 80 + 80 + 20 = 180$$

$$n=5; 125 + 100 + 20 = 245$$

$$n=6; 180 + 120 + 20 = 320$$

$$n=7; 245 + 140 + 20 = 405$$

$$n=8; 320 + 160 + 20 = 500$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 5 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 5 \\ \hline 245 \end{array}$$

$$50 \cdot 5 - 5 = 250 - 5 = 245$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ \times 5 \\ \hline 10125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \\ \times 5 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$n=9$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = 8^2$$

$$2025 = 9^2 \cdot 5^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 22 \\ 41 \\ x:2 \\ 11 \\ 46 \\ x42 \\ 92 \\ +184 \\ x193 \\ 7728 \\ 5 \end{array}$$

$$X \equiv 2/4$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 2 & 2 & 4 & 1 & \end{array}$$

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)

$$\begin{array}{r} 2025 \\ 14 \end{array} \begin{array}{r} 7 \\ 289 \end{array}$$

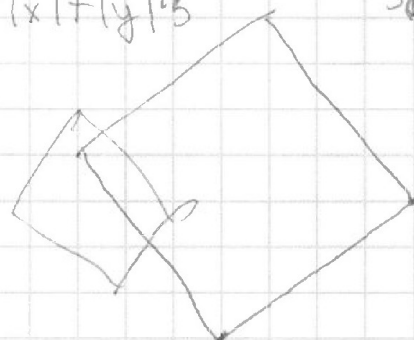
$$\begin{array}{r} 62 \\ 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 63 \\ 2 \end{array}$$

$$1/4/2/0$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = |x| + |y|/5$$

50



$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$(40 + 5)^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$D_1 = 9 - a + 8 = 17 - a$$

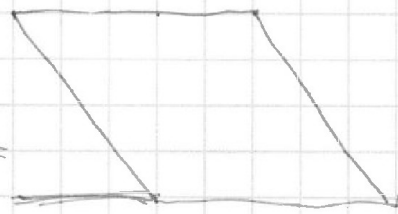
$$(x - 3)^2$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{17 - a}$$

$$3 - \sqrt{17 - a} \leq x \leq 3 + \sqrt{17 - a}$$

$$-a \leq x \leq a$$

$$3 + \sqrt{17 - a} \geq a$$



[13]

$$\text{при } a \geq 0; x = a$$

$$a^2 + 7a - 8 \leq 0$$

$$a = 1$$

$$a = -8$$

$$(x^2 - 3)^2 + a - 17 \leq 0$$

$$x^2 = a^2$$

$$\text{при } a < 0;$$

$$(45 - 2)^2 = 2025 - 180 + 4 = 1849$$

$$a^2 - 7a - 8 \leq 0$$

$$a = -1$$

$$a = 8$$

$$\begin{array}{r} 6+15+4+6 \\ 2(10) \end{array} = 31$$