



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Решение: 1) $n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) =$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$$

2) $361 = 19^2$

$$n! (n+2)^2 : 19$$

при $n = 17$, $17! \cdot (19)^2 : 19^2$ т.к. $19^2 : 19^2$

докажем, что при $n < 17$ $n! (n+2)^2 \not\vdots 19^2$: 19 простое $\Rightarrow$ для $n! (n+2)^2 : 19^2$

только если $n \geq 19$, тогда $n! : 19^2$, или $n+2 : 19$, тогда $(n+2)^2 : 19$, $n \geq 19 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ не подходит. т.к. мы рассматриваем $n < 17$, $n+2 = 19$ к минимальный n при $19 \nmid n$ комбинаторная

$k=1$, $n+2=19 \Rightarrow n=17$, но $n < 17$ противоречие. $\Rightarrow n=17$ минимальное.

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Представим 5 последовательных натуральных чисел как: $a, a+1, a+2, a+3, a+4$

тогда по условию $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$

раскроем скобки $a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) - 10 = N^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3$$

$$N^3 : 5, N \text{ натуральное} \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125 \Rightarrow N^3 = 125 \cdot K \text{ где } K - \text{натур}$$

Аналог N^3 делится на $K=1$, тогда $N^3 = 125 = 5^3 \Rightarrow N = 5$

$$N = 5, \text{ где } a \leq 3, \text{ тогда } 5 \cdot (3+2)^2 = 5^3$$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$O\partial\exists: x^2-2x-3 \geq 0, \text{ т.к. } \sqrt{x^2-2x-3} \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0, x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$1) \text{ рассмотрим } |\sqrt{x^2-2x-3}+6|: \text{ по } O\partial\exists \ x^2-2x-3 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0, 6 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0 \Rightarrow \text{ модуль можно убрать.}$$

$$2) \text{ рассмотрим } |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1|: 1) \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \text{ из неравенства } \sqrt{a} \geq b \text{ вытекают свойства:}$$

$$\text{тогда } \begin{cases} x^2-2x-3 \geq 0 \text{ по } O\partial\exists \text{ всегда } \geq 0 \\ 1-2x < 0 \Rightarrow x > 0,5 \end{cases}$$

$$x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2 \Rightarrow x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1 \Rightarrow -3x^2+2x-4 \geq 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4) = -44 < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{решение этой совокупности } x \in (0,5; +\infty) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0 \text{ при } x \in (0,5; +\infty) \cup O\partial\exists \ x \in [3; +\infty)$$

$$3) \text{ рассмотрим } |7-2x|, 7-2x \geq 0 \text{ при } x \leq 3,5$$

$$\text{из п.1), п.2) и п.3) и } O\partial\exists \begin{array}{c} - \text{ по } O\partial\exists \emptyset \quad + \quad + \\ + \quad -1 \text{ по } O\partial\exists \emptyset \quad 3 \quad + \quad 3,5 \quad - \end{array} \begin{array}{c} \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \\ x \\ 7-2x \end{array}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \text{ всегда } > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \quad - \quad \text{но } \emptyset \quad + \quad +$$
$$7-2x \quad + \quad -1 \quad \text{но } \emptyset \quad 3 \quad + \quad 3,5 \quad - \quad x$$

при $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3}-2x+1+7-2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3}+4x-2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \quad \text{из п.2)} \quad x \in [3; +\infty) \quad \text{но } x \leq -1 \Rightarrow \emptyset$$

при $x \geq 3, x \leq 3,5$:

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x$$
$$\underline{\underline{6}} \geq \underline{\underline{6}} \Rightarrow x \text{ любое, и по условию } x \in [3; 3,5]$$

при $x > 3,5$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1-7+2x$$
$$\underline{\underline{14}} \geq \underline{\underline{4x}}$$

$$x \leq \frac{14}{4}$$

$$x \leq 3,5 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

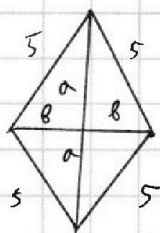
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Пусть диагональ ромба по длине равна $2a$ и $2b$, по свойству ромба диагонали перпендикулярны и делятся пополам пересечением диагоналей.



по тл. Пифагора $a^2 + b^2 = 5^2$

$$a^2 = 5^2 - b^2$$

$$a^2 = (5-b)(5+b) \text{ т.к. вершины ромба в целых}$$

точках то a и b или целые, или имеют вид $\frac{k}{2}$ где k тоже целое нечетное.

$5-b \geq 0$ т.к. $(5-b)(5+b) = a^2$ и $b \geq 0 \Rightarrow b$ может равняться: $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2},$

$4, \frac{9}{2}$

b	a^2	a	ком
1	24	$2\sqrt{6}$	- не целое и не $\frac{k}{2} \Rightarrow$ не подходит
$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{2} \cdot \frac{7}{2}$	$\frac{13 \cdot 7}{4}$	- не целое и не $\frac{k}{2} \Rightarrow$ не подходит
2	21	$\sqrt{21}$	- не целое и не $\frac{k}{2} \Rightarrow$ не подходит
$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2} \cdot \frac{15}{2}$	$\frac{35}{4}$	- не подходит
3	$2 \cdot 8 = 16$	4	- подходит
$\frac{7}{2}$	$\frac{17}{2} \cdot \frac{3}{2}$	$\frac{17 \cdot 3}{4}$	- не подходит
4	$1 \cdot 9$	3	- подходит
$\frac{9}{2}$	$\frac{19}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{19}{4}$	- не подходит

$\Rightarrow a$ и b могут быть 3, 4 или 4, 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b = 3, 4 \text{ или } a, b = 4, 3$$

$$a=3$$

$$b=4$$

$$a=4$$

$$b=3$$

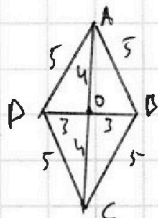
рассмотрим на коор. плоскости в диапазоне $[1; 50]$ ~~то~~ центр ромба (точку пересечения ~~диагоналей~~ диагоналей). и посчитаем кол-во ромбов с $a=4, b=3$

для точки пересечения диагоналей ромба с $a=4, b=3$ верно следующее:

пусть ~~и~~ координаты центра $(x; y)$ тогда $x \geq 4$ и $x \leq 47$, а

$y \geq 5$ и $y \leq 46$, т.к. иначе вершины ромба будут вне поле. можно

x и y - целые, т.к. ^{некоторые} вер координаты вершин ромба совпадают с x и y



$$O - (x; y)$$

$$A - (x; y+4)$$

$$C - (x; y-4)$$

$$D - (x-3; y)$$

$$B - (x+3; y)$$

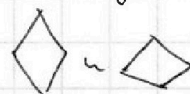
кол-во способов выбрать x , это $47 - 4 + 1 = 44$

кол-во способов выбрать y , $46 - 5 + 1 = 42$

кол-во способов выбрать центр $44 \cdot 42 = 1848$

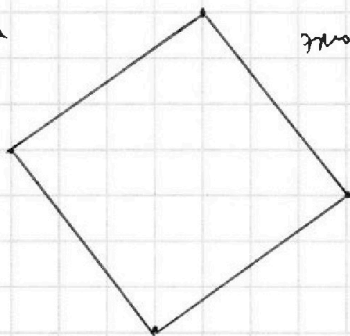
аналогично с $a=3, b=4$, кол-во способов выбрать $x \geq 5$ и $x \leq 46$ и $y \geq 4$ и $y \leq 47$

$= 42 \cdot 44 = 1848$. Это кол-во способов выбрать ромбы вида



также есть ромбы вида

это квадраты.





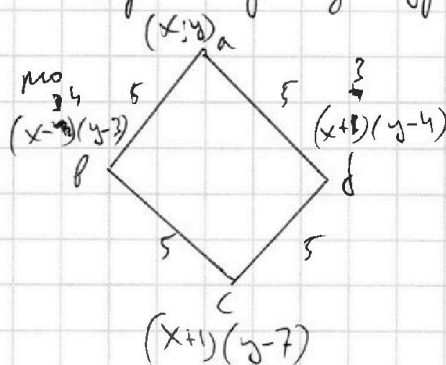
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

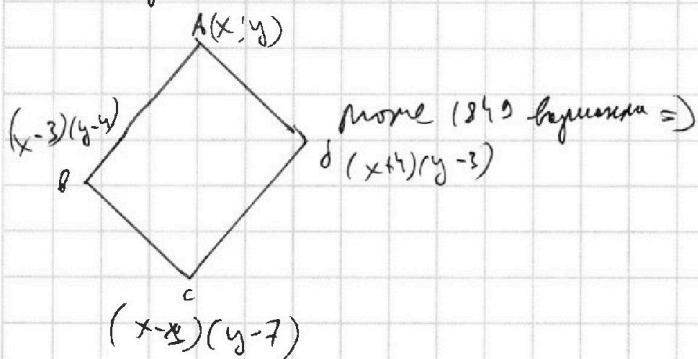
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

добавим будем перебирать на плоскости вершину вершину квадрата, тогда
если её координаты x и y



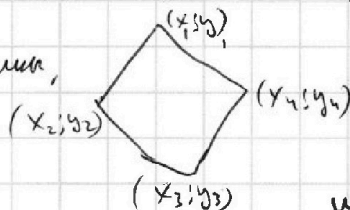
тогда ограничение на x, y $x \geq 5$ и $x \leq 47$ и $y \geq 8$ и $y \leq 50$

всего вариантов $(47-5+1) \cdot (50-8+1) = 43 \cdot 43 = 1849$ аналогично для квадрата



$\Rightarrow$ всего вариантов $1848 \cdot 2 + 1849 \cdot 2 = 2 \cdot (3697) = 7394$ Ответ: 7394

докажем что другие расположения не может: сторона стороны = 5 и все вершины
в целых точках, от верхней вершины,



x_2, y_2 отличаются на -3, -4 или -4, -3

x_3, y_3 отличаются на -1, +1 и 7

x_4, y_4 - однозначно определены; $\Rightarrow$ всего вариантов 2024

и 2 квадрата ~~вершины~~

2 ребра $\nearrow$ 2 для квадрата и 2 для ребра.

$\nearrow$ из-за способа выбора x_2, x_3

$\searrow$ из-за способа выбора



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } x=1$$

$$\begin{cases} y-45=38 \Rightarrow y=83 \\ y+45=2^{x-1} \end{cases}$$

$$83+45=2^{x-1}$$

$$128=2^{x-1}$$

$$2^7=2^{x-1}$$

$$x-1=7$$

$$x=8 \quad x=8, y=83$$

$$2) \begin{cases} y-45=2^{x-k} & (1) \\ y+45=19 \cdot 2^k & (2) \end{cases}$$

$$(2)-(1) \quad 90=19 \cdot 2^k - 2^{x-k}$$

$$m = \min(k, x-k)$$

$$90=2^m(19 \cdot 2^{k-m} - 2^{x-k-m}) \quad m=1 \quad \text{так } 90 < 45 \cdot 2^1 \Rightarrow k=1 \text{ и } x-k=1$$

$$k=1: \begin{cases} y-45=2^{x-1} \\ y+45=38 \Rightarrow y=-7 \end{cases}$$

$$-7+45=2^{x-1}$$

$$-52=2^{x-1} \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{Ответ: } (x=8, y=83)$$

$$\text{при } x-k=1 \quad x=k+1$$

$$\begin{cases} y-45=2^k \cdot 19 \\ y+45=2 \end{cases}$$

$$y=-43$$

$$-88=2^k \cdot 19$$

$$-\frac{88}{19}=2^k \Rightarrow \emptyset$$

$$x=k+1:$$

$$\begin{cases} y-45=2 \Rightarrow y=47 \\ y+45=19 \cdot 2^k \\ 47+45=19 \cdot 2^k \\ 92=19 \cdot 2^k \Rightarrow \emptyset \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$19 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2^x \equiv 1 \pmod{3} \text{ при } x \div 4$$

$$2025 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$y^2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ при } y \equiv 0 \pmod{3}$$

$$y^2 \equiv 1 \pmod{3} \text{ при } y \equiv 1 \pmod{3}$$

$$y^2 \equiv 1 \pmod{3} \text{ при } y \equiv 2 \pmod{3}$$

при $2^x \equiv 2 \pmod{3}$ $19 \cdot 2^x + 2025 \equiv 2 \pmod{3}$, но y^2 может быть $\equiv 2 \pmod{3}$ не
к где k натуральное и $k \leq x$

$$\Rightarrow x \div 4$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45) \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} y - 45 = 2^k \cdot 19 \\ y + 45 = 2^{x-k} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y - 45 = 2^{x-k} \\ y + 45 = 19 \cdot 2^k \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y - 45 = 2^k \cdot 19 \\ y + 45 = 2^{x-k} \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(2) - (1) \quad 90 = 2^{x-k} - 19 \cdot 2^k$$

$$90 = 2^m (2^{x-k-m} - 19^{k-m}) \Rightarrow m = 1, m, k. 90 = 45 \cdot 2^1 \Rightarrow$$

$$m = \min(x-k, k)$$

$$k=1 \text{ или } x-k=1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

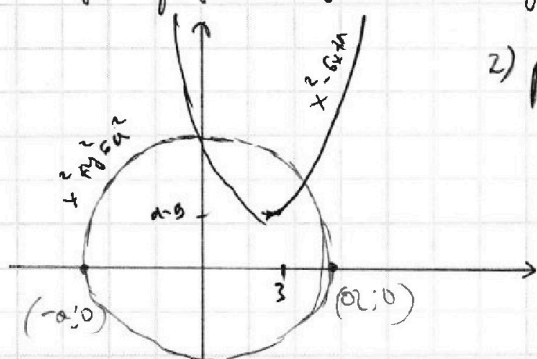
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = 8$$

1) рассмотрим график $x^2 + y^2 = a^2$ это окружность с радиусом a и центром в $(0; 0)$



2) рассмотрим график $x^2 - 6x + a$

$$x_0 = -\left(-\frac{6}{2}\right) = 3 \quad y_0 = a - 9$$

~~$x_0 = 3, y_0 = 0$~~

3) x , при $x^2 + y^2 = a^2$ принимает значения от $[-a; a]$ при $x \in (-\infty; 3]$

$x^2 - 6x + a$ убывает монотонно, $\Rightarrow x^2 - 6x + a$ минимально при $x = -a$

тогда $\begin{cases} a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a^2 - 6a - 8 \leq 0 \end{cases}$

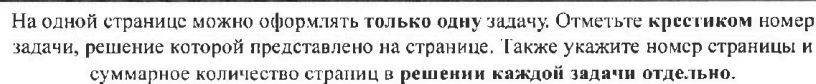
при $x = -a$ $(-a)^2 - 6(-a) + a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 \leq 0$

$$D = 49 + 4 \cdot 8 = 81 = 9^2$$

$$a_1 = \frac{-7 - 9}{2} = -8 \Rightarrow x = 8$$

$$a_2 = \frac{-7 + 9}{2} = 1 \Rightarrow x = -1$$

Ответ: при $a = -8, a = 1$

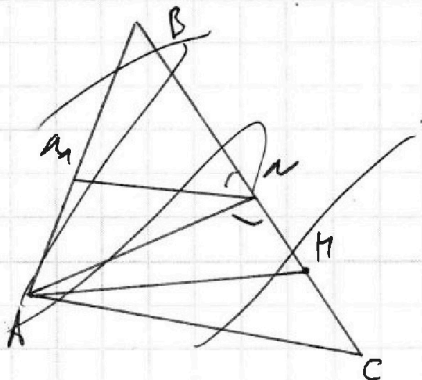


СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Kainan: $\angle CAN$

Решение:

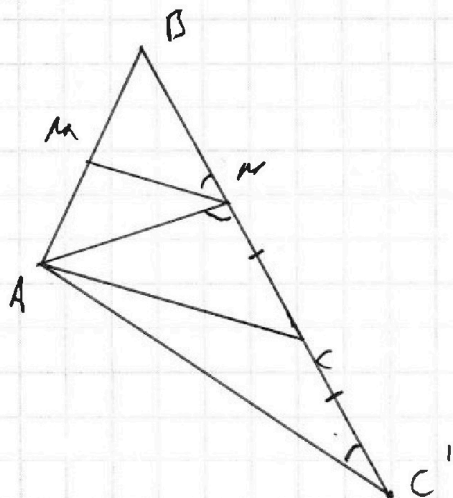


1) Проведен медиану в $\triangle ABC$ из вершины A . АК-медиана.

до гидролиза $BH \cdot nA = 2BH \cdot nC \Rightarrow$

$$\frac{BM}{NC} = \frac{2BM}{MA} \quad | : 2$$

Темне!



1) прогнати ВС на MC за с и
отвечати попу C'

по условию $BM \cdot MA = 2BM \cdot NC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} \quad | : 2$$

$$\frac{BN}{ZNC} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \text{по III о пропорц.} \\ \text{определим } MN \parallel AC'$$

$$\Rightarrow MN \parallel AC' \Rightarrow \angle BNM = \angle BC'A \text{ (corr. } \angle) = 28^\circ$$

$$\angle ANC' = \angle AC'N = 80^\circ \Rightarrow \triangle ANC' - \text{p/s } NC = CC' \Rightarrow AC \text{ медиана} \Rightarrow$$

AC параллельна. $\angle C'AN = 180^\circ - \angle AMC' = \angle KC'A = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

$$\angle CAN = \frac{\angle CAN}{2} = \frac{20}{2} = 10^\circ \text{ A.K. AC-биссектриса. Ответ: } 10^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$y \equiv 3$$

$$y \equiv 7$$

$$y = 45k + 7$$

$$y \equiv 12$$

$$y \equiv 12$$

$$y = 45k + 12$$

3

$$19 \cdot 1$$

$$2 \cdot 2$$

$$4 \cdot 1$$

$$8 \cdot 2$$

$$16 \cdot 1$$

$$1) y - 45 = 19 \cdot 2^k$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^{x-k}$$

$$\ominus 90 = 19(2^{x-k} - 2^k)$$

$$90 = 2^{x-5} - 19 \cdot 2^k$$

$$2^{2x} = 4 \cdot 2^x$$

$$2) y - 45 = 2^k$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^{x-k}$$

$$90 = 2$$

$$45 = 2^{x-5-1} - 19 \cdot 2^{k-1}$$

$$\begin{array}{r} \times 256 \\ 19 \\ \hline 2304 \\ 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 38 \\ 45 \\ \hline 83 \\ + 45 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 \\ 8 \cdot 4 \\ 16 \cdot 8 \\ 32 \cdot 16 \\ 64 \cdot 32 \\ 128 \cdot 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 83 \\ 93 \\ \hline 249 \\ 664 \\ \hline 6989 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4864 \\ 625 \\ \hline 1889 \end{array}$$

$$72$$
$$19 \cdot 4 = 76$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! =$$

$$= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) =$$

$$= n! (n^2 + 3n + 2 + n + 2) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) =$$

$$= n! (n+2)^2 \quad ; \quad 19^2$$

$$\text{пусть } n = 17$$

$$2 \quad a, a+1, a+2, a+3, a+4 \quad \begin{matrix} 920 \\ 420 \\ 320 \\ 20^2 \\ 20 \end{matrix}$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3$$

$$N = 5$$

$$3. \quad |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$1) \quad x^2 - 2x - 3 \geq 0 \quad !!!$$

$$2) \quad (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$1) \quad |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| > 0 \quad \text{всегда}$$

$$2) \quad |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1|$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 5 \overline{) 56} \\ 6 \overline{) 100} \\ 40 \\ 60 \end{array}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = 1 - 2x$$

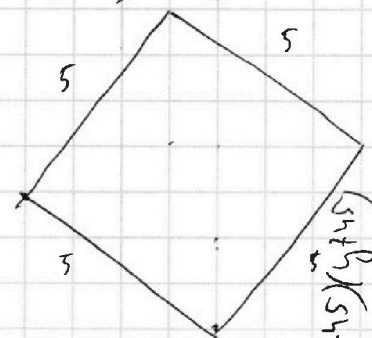
$$x^2 - 2x - 3 = 4x^2 - 4x + 1 \quad \text{всегда при } x \leq 0,5$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 - 3 = \sqrt{5} + 6 \geq \sqrt{5} - 5$$

$$2\sqrt{5} \geq 10^2$$

$$\sqrt{5} + 6 \geq 5 - \sqrt{5} + 11$$



$$3571113 \quad 172319$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 13} \\ -26 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 17} \\ -34 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \overline{) 171} \\ -19 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 171 \\ 19 \overline{) 171} \\ -19 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 19 \overline{) 13} \\ -19 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ -19 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 171 \\ 171 \overline{) 171} \\ -171 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ 47 \overline{) 87} \\ -47 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ 176 \overline{) 176} \\ -176 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 43 \overline{) 129} \\ -129 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 172 \\ 172 \overline{) 172} \\ -172 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1849 \\ 1849 \overline{) 1849} \\ -1849 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a^2 + b^2 = 5^2$$

$$\begin{array}{r} 1848 \\ + 1849 \\ \hline 3697 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3697 \\ \times 2 \\ \hline 7394 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3}| + 6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}| + 2x - 1 + |7 - 2x| \quad \text{так } x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 \quad x \leq 0,5$$

$$x^2 - 2x - 3 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1 - 2x$$

$$\sqrt{a} \geq b \quad x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a \geq b^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} &1) \quad 1 - 2x < 0 \quad 2x > 1 \quad x \geq \frac{0,5}{2} \\ &x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ &-3x^2 + 2x - 4 \geq 0 \\ &D < 0 \Rightarrow \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 10x \\ 20x \\ 30x \\ 40x \\ \hline 100x \end{array}$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{19 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$\sqrt{1+2-3}$$

$$\sqrt{4+8-3}$$

$$3-4-1$$

$$1) > 0$$

$$2) \begin{array}{cc} > 0 & < 0 \\ 3; +\infty & -\infty; -1 \end{array}$$

$$3) 7 - 2x \geq 0$$

$$\begin{aligned} 2x &= 7 \\ x &= 3,5 \end{aligned}$$

$$1) x \in (-\infty; -1]$$

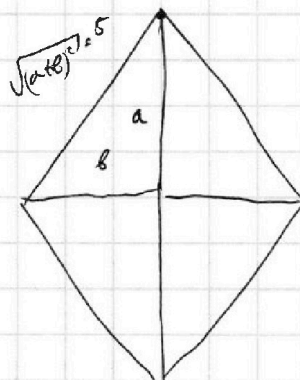
$$y$$

$$m$$

$$x$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 5 \\ a^2+b^2 &= 25 \\ a^2 &= 25-b^2 \\ a^2 &= (5-b)(5+b) \end{aligned}$$



$$19-2x$$

$$\begin{array}{c} 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \end{array}$$

$$19 \cdot 2 + 20 \cdot 3 = 53$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a$$

$$x_0 = 3$$

$$9 - 18 + a$$

$$a - 9 \quad a = 17$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a =$$

$$a - 9 = 8$$

$$a = 17$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$R = y = x^2 - 6x + a$$

$$x^2 - 6x + a$$

$$a - 9 = 8$$

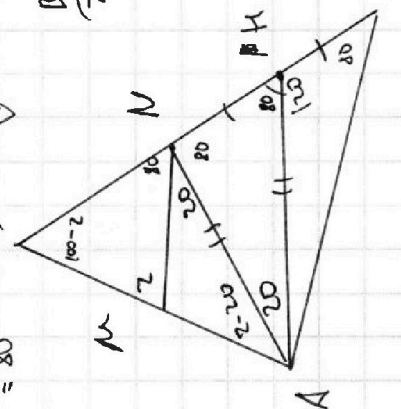
$$17$$

$$\frac{20a}{17}$$

$$\frac{20a}{17} = \frac{20a}{17}$$

$$x \in [-a; a]$$

$$\frac{20a}{17}$$



$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a + 8 = 0$$

$$D = 49 - 32 = 17$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$p = 25 + 32 = 57$$

$$49 + 32 = 81$$

$$-a \quad a$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

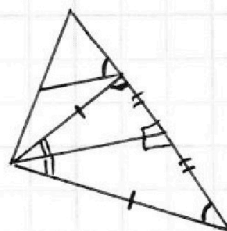
$$y = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-7 \pm 9}{2} = +8; -1$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$25 + 32 = 57$$

$$a = -8$$

$$x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☐

4
☐

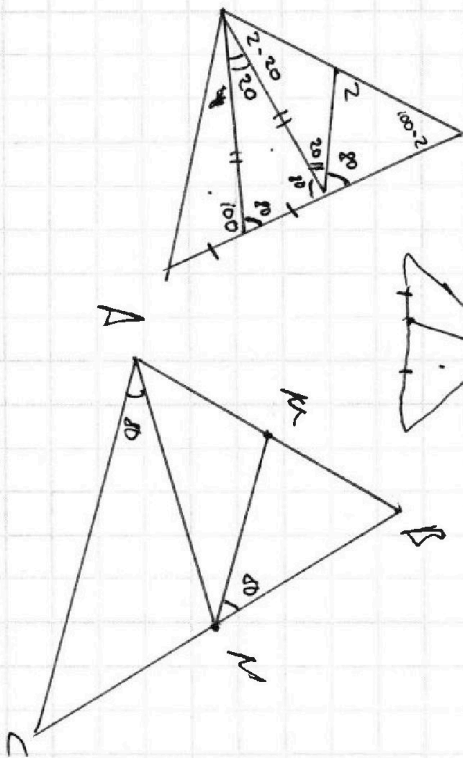
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{5 + \sqrt{57}}{2} \right)^2 - 6 \left(\frac{\sqrt{57}}{2} \right) + \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a = x = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

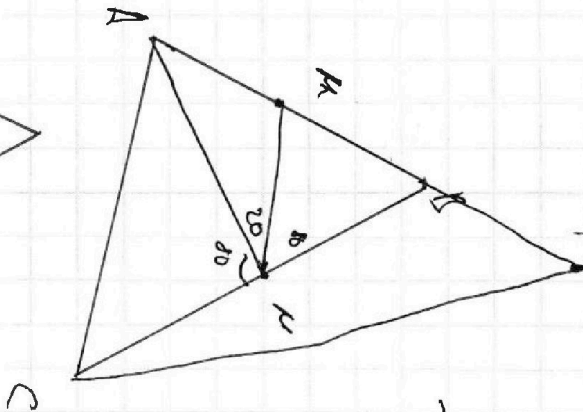
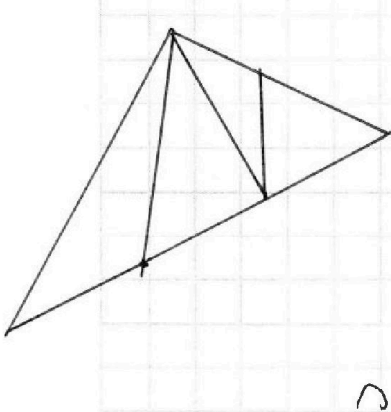
$$a^2 - 5a - 8 = 0 \quad D = 25 + 32 = 57$$

$$-a \quad a^2 + 7a - 8 = 0 \quad a = -8$$

$$a = 1 \quad \checkmark$$

$$x^2 + y^2 = 8 \quad x = -a \quad y = a$$

$$x = 8 \quad a = -8 \quad x^2 - 64 - 64 - 8 = 8$$



$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

