



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned}n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! + n! \cdot (n+1) + n!(n+1)(n+2) = \\&= n!(1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n!(n^2 + 4n + 4) = n!(n+2)^2\end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

Нужно, чтобы число $n!(n+2)^2$: ~~19~~ 19^2

19 - простое число

Если бы мы считали, что $n! : 19^2$, то n должно быть равно 38. Но число n нас есть $(n+2)^2$, которое кратно 99^2 при $n = 17$

Ответ: $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 - 10 = N^3, \quad N > 6$$

$$\underline{n^2} + \underline{n^2} + \underline{2n+1} + \underline{n^2} + \underline{4n+4} + \underline{n^2} + \underline{6n+9} + \underline{n^2} + \underline{8n+16} - 10 = N^3$$

~~N > 6~~ N - натуральное число

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

Получается, что $N : 5$

Шаг 1) $N=5$, $n=3$ - не подходит условию, т.к. $N > 6$

2) $N=10$

$$5 \cdot (n+2)^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$(n+2)^2 = 2 \cdot 10 \cdot 10$$

$$n \notin \mathbb{Z}$$

- не подходит условию, т.к. не натуральное число

3) $N=15$

$$5 \cdot (n+2)^2 = 15 \cdot 15 \cdot 15$$

$$(n+2)^2 = 3 \cdot 15 \cdot 15$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

- не подходит условию, т.к. не натуральное число

4) $N=20$

$$5 \cdot (n+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20$$

$$(n+2)^2 = 4 \cdot 20 \cdot 20$$
~~$$n+2 = 2 \cdot 20$$~~

$$n+2 = 2 \cdot 20$$

$$n = 38$$

подходит условию:
 $N > 6$,
n - натуральное число

Ответ: $N=20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \quad |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \quad \sqrt{x^2-2x-3}+6 > 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 < 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x$$

$$\begin{cases} 1-2x \leq 0 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \\ 1-2x > 0 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \\ x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \\ x^2-2x-3 < 1+4x^2-4x \\ x \leq 0,5 \\ x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty) \\ 3x^2-2x+4 > 0 \end{cases}$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$x_1=3 \quad x_2=-1$$



$$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$$

$$3x^2-2x+4 > 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$x \in (-\infty; -1]$$

$$\begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty) \\ x < 0,5 \\ x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty) \\ 3x^2-2x+4 \leq 0 \end{cases} \quad \underline{x \in [3; +\infty)}$$

$$y = 3x^2-2x+4 \text{ - параболa, ветви}$$

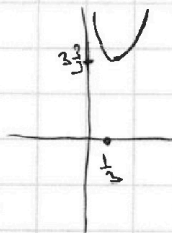
$$x_0 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

вверх

~~$$y_0 = \frac{4}{3} - \frac{2}{9} + 4 = 4\frac{1}{3}$$~~

~~$$y_0 = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} + 4 = 3\frac{2}{3}$$~~

$$x \in \mathbb{Q}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$x \in [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 < 0$$

$$x \in (-\infty; -1]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} + 1 - 2x + |7-2x|$$

$$7-2x \geq |7-2x|$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -5-2x + |7-2x|$$

$$7-2x \geq 0$$

$$7-2x \leq 0$$

$$x \leq 3,5$$

$$x > 3,5$$

$$7-2x \geq 7-2x$$

$$7-2x \geq 2x-7$$

$$0x \geq 0$$

$$4x \leq 14$$

$$2x \leq 7$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -5-2x+7-2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -5-2x+2x-7$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$x \leq 3,5$$

нет реш

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -14$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -7$$

нет реш

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$1-2x \geq 0$$

$$2x \leq 0$$

$$\begin{cases} x \leq 0,5 \\ x^2-2x-3 \geq 1+4x^2-4x \end{cases}$$

$$x^2-2x-3 \geq 1+4x^2-4x$$

$$\begin{cases} x \leq 0,5 \\ 3x^2-2x+4 \leq 0 \end{cases}$$

$$3x^2-2x+4 \leq 0$$

$x \in \emptyset$ (см. раньше)

$$x \in (-\infty; -1]$$

$$x \in (-\infty; -1]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Сначала рассмотрим кол-во квадратов

Количество квадратов, которые могут поместиться по вертикали ~~45~~, потому что всего у нас ~~49~~ $50 - 1 = 49$ единичных отрезков. Каждый квадрат занимает 5 отрезков.

$$49 - 5 = 44$$

То горизонтально тоже может поместиться 44 квадрата.

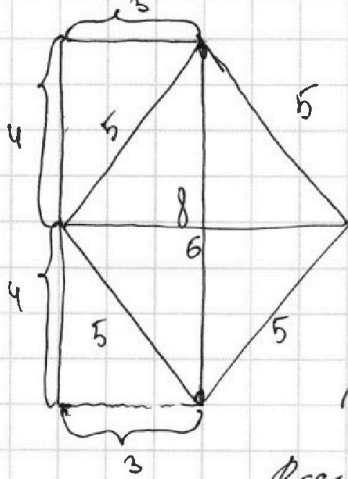
Всего квадратов может поместиться

$$44 \times 44 = 1936$$

$$45 \times 45 = 2025$$

Теперь рассмотрим кол-во ромбов

Ромб может располагаться так



(3 по горизонтали, 4 по вертикали, чтобы по теореме Пифагора сторона была равна 5)

Рассмотрим, сколько ромбов может поместиться по вертикали

(рассмотрим в столбик, сколько может быть вершин ромба)

Всего мест для вершин: 50 ($50 - 1 + 1 = 50$)

в точках по вертикали 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, вершина не может располагаться 8 шт

т.е. мест $50 - 8 = 42$

То горизонтально правая вершина не может располагаться в точках по горизонтали: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Всего мест 50

$$50 - 6 = 44$$

Всего $42 \times 44 = 1848$. Но ромбы могут повернуться на 90° , т.е. еще может быть 1848 вариантов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего

$$\begin{array}{r} 112 \\ + 2025 \\ \hline 1848 \\ \hline 1848 \\ \hline 5721 \end{array}$$

Ответ: 5721 шт



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$25 \quad 19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x > 0. \text{ Значит } y^2 > 45^2$$

I	$(y^2 - 45^2) : 19$	II	III
$y^2 = 46^2$		$y^2 - 45^2 = 91$	
$y^2 = 47^2$		$y^2 - 45^2 = 2 \cdot 92$	
$y^2 = 48^2$		$y^2 - 45^2 = 3 \cdot 93$	
$y^2 = 49^2$		$y^2 - 45^2 = 4 \cdot 94$	
$y^2 = 50^2$		$y^2 - 45^2 = 5 \cdot 95$	$:19 : 5$ не подходит

Нужно искать числа из третьего столбца, которые ^{только} кратны 19 и 2^x

$$y^2 = 69^2$$

$$y^2 - 45^2 = 24414 = 246 \cdot 19 : 19, : 3 \text{ не подходит}$$

$$y^2 = 88^2$$

$$y^2 - 45^2 = 43133 : 19, : 43, \text{ все не подходит}$$

$$y^2 = 107^2$$

$$y^2 - 45^2 = 62152 : 19 \text{ и } : 31 \text{ не подходит}$$

$$y^2 = 126^2$$

$$y^2 - 45^2 = 81171 \text{ не подходит}$$

Теперь будем рассматривать более подробно (каждое число \odot является $19 \cdot 2^x$)

$$y^2 = 259^2$$

$$y^2 - 45^2 = 214 \cdot 304 = 2 \cdot 107 \cdot 304 \quad 107 \nmid 2$$

$$y^2 = 563^2$$

$$y^2 - 45^2 = 518 \cdot 608 \quad 518 \neq 2^x$$

$$y^2 = 1171^2$$

$$y^2 - 45^2 = 1126 \cdot 1216 \quad 1126 \neq 2^x$$

$$y^2 =$$

$$y^2 - 45^2 = 2342 \cdot 2432$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

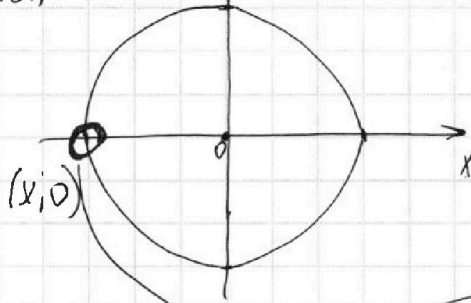
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$26 \quad x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 - 6x + a = 8$$

Нарисуем окружность с центром $(0,0)$ и радиусом $|a|$



$$r = |a|$$

Нам нужен вот этот x

$$a^2 = x^2, \quad \underline{x < 0}$$

$$a > 0, \quad \underline{x < 0}$$

$$a = -x$$

$$x^2 - 6x - x = 8$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 7 \quad | \quad x_1 = 8 \text{ — не подходит}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -8 \quad | \quad x_2 = -1 \text{ — да}$$

$$\underline{x = -1} \quad \underline{a = 1}$$

$$a < 0, \quad \underline{x < 0}$$

$$a = x$$

$$x^2 - 6x + x - 8 = 0$$

$$x^2 - 5x - 8 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 8 = 32 + 32 = 64$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{64}}{2} = \frac{5 + 8}{2} = 6.5 \text{ — не подходит}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{64}}{2} = \frac{5 - 8}{2} = -1.5 \text{ — не подходит}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{64}}{2} = -1.5$$

$$\underline{a = -1.5}$$

~~$x^2 - 6x + 1 = 8$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$~~

~~$$\frac{25 + 64 - 10\sqrt{64} \pm \sqrt{30 - 64} \pm 5\sqrt{64}}{2}$$

$$= \frac{89 - 10 \cdot 8 \pm \sqrt{-34} \pm 5 \cdot 8}{2}$$

$$= \frac{89 - 80 \pm \sqrt{-34} \pm 40}{2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{-34} \pm 40}{2}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$1+6+1=8$$
$$8=8 \text{ верно}$$

$$\left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right) \cdot \left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right) - 6 \cdot \left(\frac{5-\sqrt{57}}{2}\right) +$$

$$+ \frac{5-\sqrt{57}}{2} =$$

$$= \frac{25+57-10\sqrt{57}}{4} - \frac{30-6\sqrt{57}}{2} +$$

$$+ \frac{5-\sqrt{57}}{2} = \frac{25+57-30+6\sqrt{57}+5-\sqrt{57}}{2}$$

$$= \frac{16}{2} = 8$$

$$8=8 \text{ верно}$$

Ответ: $a=1$;

$$a = \frac{5-\sqrt{57}}{2}$$



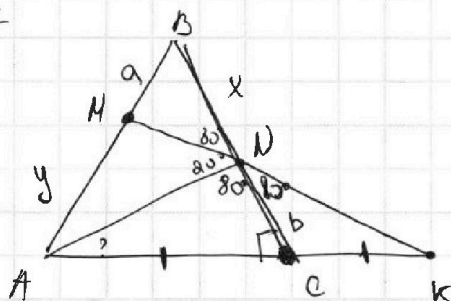
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Дано:

$\triangle ABC$
 $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$

$BN \cdot MA = 2 BN \cdot NC$

Найти: $\angle CAN$

Решение

Пусть $BN = x$; $MA = y$, $MB = a$; $NC = b$, тогда

$xy = 2ab$

Продлим MN до пересечения с AC , $MN \cap AC = K$

по м. Менелая

$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$

$\frac{y}{a} \cdot \frac{x}{b} \cdot \frac{CK}{CK+AC} = 1$

$\frac{2ab}{ab} \cdot \frac{CK}{CK+AC} = 1$

~~$\frac{CK}{CK+AC} = 2$~~
 ~~$\frac{2CK}{CK+AC} = 1$~~

$\frac{2CK}{CK+AC} = 1$ $2CK = CK + AC$
 $CK = AC$

NC - медиана

$\angle MNA = 180^\circ - \angle MNB - \angle ANC = 180 - 80 - 80 = 20^\circ$

$\angle KNC = 180^\circ - \angle MNA - \angle ANC = 180^\circ - 20^\circ - 80^\circ = 80^\circ$

$\angle ANC = \angle KNC$

NC - медиана } NC - медиана, $NC = CK$,
 NC - медиана } $\triangle ANK$ - равнобедр.

$\angle NAC = \angle NKA$ ($\triangle ANK$ - p/d)

$\angle NAC + \angle NKA + \angle ANK = 180^\circ$ $2\angle CAN = 20^\circ$ $\angle CAN = 10^\circ$ Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. (Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.)

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = x^9$

1	38	2063	4864	+2025	19
2	3876	2102	+4864	38	
3	152	2177	9728	+2025	
4	304	2329	9728	38	
5	608	2638	19456	2063	
6	1216	3241	19456	2025	
7	2432		38912	76	
8	4864	6889	38912	2101	
9	9728		77824	2025	
10	19456	21481	77824	152	
11	38912		155648	2179	
12	77824	79849		2025	
13	155648			304	
14				2329	
15				608	
16				2638	

$$\begin{array}{r} 38 \\ +2025 \\ \hline 2063 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4864 \\ +4864 \\ \hline 9728 \\ +9728 \\ \hline 19456 \\ +19456 \\ \hline 38912 \\ +38912 \\ \hline 77824 \\ +77824 \\ \hline 155648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ +38 \\ \hline 2063 \\ +2025 \\ \hline 4088 \\ +76 \\ \hline 4164 \\ +2101 \\ \hline 6265 \\ +2025 \\ \hline 8290 \\ +152 \\ \hline 8442 \\ +2179 \\ \hline 10621 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 149 \\ \hline 414 \\ +141 \\ \hline 555 \\ +141 \\ \hline 796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4864 \\ +2025 \\ \hline 6889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19456 \\ +2025 \\ \hline 21481 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77824 \\ +2025 \\ \hline 79849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4864 \\ +2025 \\ \hline 6889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19456 \\ +2025 \\ \hline 21481 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77824 \\ +2025 \\ \hline 79849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 355648 \\ +2025 \\ \hline 357673 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 49 \\ \hline 72 \\ +8 \\ \hline 392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ +48 \\ \hline 96 \\ +48 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 83 \\ \hline 684 \\ +83 \\ \hline 6849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 91 \\ \hline 819 \\ +81 \\ \hline 8281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 59 \\ \hline 72 \\ +8 \\ \hline 472 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 73 \\ \hline 146 \\ +2 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 77 \\ \hline 28 \\ +4 \\ \hline 308 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 83 \\ \hline 166 \\ +2 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 121 \\ \hline 144 \\ +120 \\ \hline 14640 \end{array}$$



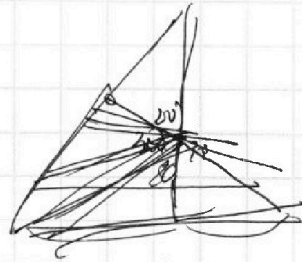
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19. 2^x + 2\sqrt{25} = y^2$$



$$2\sqrt{5} \quad \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N > 6$

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + (n+4)^2 + \dots - 10 = N^3$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16 + \dots - 10 = N^3$$

$$5n^2 + 20n + 20 = N^3$$

$$5(n^2 + 4n + 4) = N^3$$

$$5(n+2)^2 = N^3$$

$n=3 \quad N=5$ не подходит

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$5 \cdot 3 = 15$$

$$8(n+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20$$

$$8(n+2)^2 = 8000$$

$$8(n+2)^2 = 20 \cdot 20 \cdot 20$$

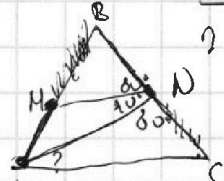
$$2 \cdot 20$$

$$n=38$$

$$518 \quad Y - 45 = 518$$

$$X + 45 = 608$$

$$2X = 1126$$



$$\begin{array}{r} 1126 \overline{) 2} \\ 2252 \\ \underline{2252} \\ 0 \end{array}$$

$$X - 45 = 214$$

$$X + 45 = 304$$

$$2X = 518$$

$$X = 259 \quad 2025$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 25 \\ \underline{405} \\ 1602 \\ \underline{1602} \\ 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ \underline{19} \\ 388520 \\ \underline{4096} \end{array}$$

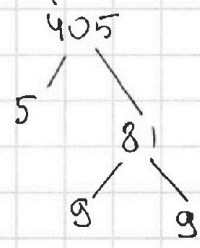
$$59 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$x \geq 0 \quad y^2 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \underline{46} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ \underline{19} \\ 2044 \\ \underline{4} \\ 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ \underline{33} \end{array}$$



$$45^2$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ \underline{17} \\ 1020 \\ \underline{126} \\ 894 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2526 \\ \underline{2025} \\ 501 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \underline{47} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 107 \\ \underline{45} \\ 62 \end{array}$$

$$y^2 - (45)^2$$

$$45^2 = 2025$$

$$46^2 = 2116$$

$$47^2 =$$

$$49^2 =$$

$$51 =$$

$$59 \cdot 2^x = (y-81)(y+81)$$

- 1 19
- 2 28
- 3 57
- 4 76
- 5 95.5
- 6 114.24
- 7 133.43
- 8 152.62
- 9 171.81
- 10 190
- 11 209
- 12 228
- 13 247
- 14 266

$$45 \cdot 2025 + 91 + 93 + 95 + 97$$

$$46 \cdot 2025 + 91 + 93 + 95 + 97$$

$$47 \cdot 2025 + 91 + 93 + 95 + 97$$

$$48 \cdot 2025 + 91 + 93 + 95 + 97$$

- 51 86.6
- 52 97.7
- 53 98.8
- 54 99.9
- 55 100.10
- 56 101.11
- 57 102.12

$$\begin{array}{r} 214 \\ \underline{2} \\ 407 \end{array}$$

$$y^2 - 2025$$

- (47) 81
- (48) 81 + 93 = 174 = 46 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 23 \cdot 2 \cdot 2
- (49) 81 + 93 + 95 = 93 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3
- (50) 81 + 93 + 95 + 97 = 94 \cdot 4 = 4 \cdot 2 \cdot 47
- (51) 81 + 93 + 95 + 97 + 99 = 95 \cdot 5 = 5 \cdot 5 \cdot 37



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-2x-3+6}| \geq |\sqrt{x^2+2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2+2x-3} + 2x-1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ x^2+2x-3 \geq 1+4x^2-4x \end{cases}$$

$$3x^2-6x+4 \leq 0$$

$$x \leq 0,5$$

$$3x^2-6x+4=0$$

$$D=36-48 < 0$$

$$-2x \leq 0$$

$$2x \geq 1$$

$$x \geq 0,5$$

$$x \in (-\infty; 0,5]$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; -3)$$

$$x < 3,5$$

$$x > 3,5$$

$$x^2-5x-6=0$$

$$\frac{25+6\sqrt{7}-10\sqrt{7}}{4} - \frac{30-6\sqrt{7}}{2} + \frac{5\sqrt{7}-42}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

03

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$
 $6 > 0$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 > 0$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$7-2x \geq 0$
 $2x \leq 7$
 $x \leq 3,5$

$7-2x < 0$
 $2x > 7$
 $x > 3,5$

$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x$ $\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1|+2x-7$

$\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0$ $\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 < 0$

$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$ $\sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x$

$x^2-2x-3 \geq 0$
 $x^2-2x-3=0$
 $x_1+x_2=2$ | $x_1=-1$
 $x_1 \cdot x_2=-3$ | $x_2=3$

$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

$1-2x \leq 0$
 $2x \geq 1$
 $x \geq 0,5$
 $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
 $x \in [3; +\infty)$

$1-2x > 0$
 $x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2$
 $x < 0,5$
 $x^2-2x-3 \geq 4x^2+1-4x$
 $3x^2-2x+4 \leq 0$

$y = 3x^2-2x+4$ - параболы, ветви вверх

$x_0 = \frac{2}{3}$
 $y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{3} + 4 = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} + 4 = \frac{2}{3} + 4 = \frac{14}{3}$
 $x \in \emptyset$

$x(3x-2)$
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$3x^2-2x+4 \leq 0$ & $\neq 6$

50, 49, 48, 47, 46, 45, 44, 43
42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35
34, 33, 32, 31, 30, 29, 28, 27
26, 25, 24, 23, 22, 21, 20, 19
18, 17, 16, 15
14, 13, 12, 11, 10
40, 39, 38, 37, 36, 35, 34, 33, 32, 31, 30, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

12, 15, 36

2025
+ 2025

4050
+ 112

4162
+ 3696

7858
- 5723

2135

22
21
22
44
46 2

50

6

44
42

86
176

262



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 9 = 45^2$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1800 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$y > 45^2$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 752 \\ \hline 2025 \\ 2179 \\ \hline 5 \\ \times 19 \\ \hline 114 \\ 19 \\ \hline 304 \\ 19 \\ \hline 2025 \\ 2329 \end{array}$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

x
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$$9 - 45 \pm \sqrt{45^2 - 19 \cdot 2^x}$$

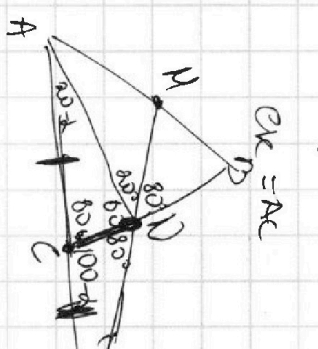
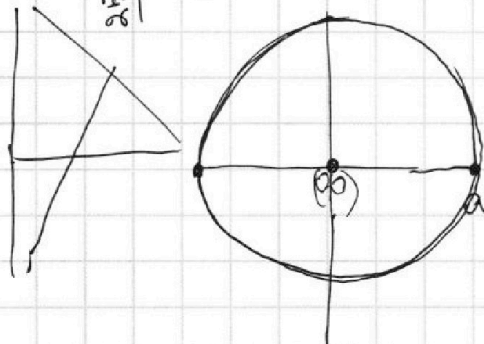
$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 - 6x + a = 8$$

$$x^2 - 6x + \sqrt{x^2 + y^2} = 8$$

$$x^2 - 6x - 8 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

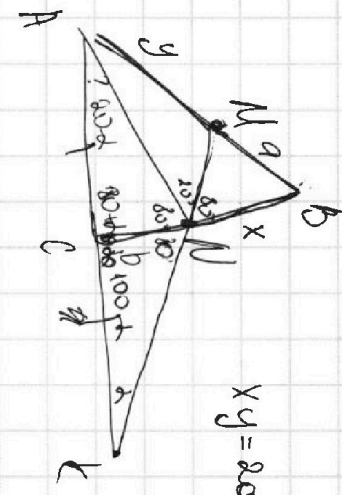


$$CK \cdot 2 = CK + AC$$

$$CK = AC$$

$$\frac{CK}{CK+AC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CK}{CK+AC} = \frac{1}{2}$$



$$xy = 2025$$

$$114 \cdot 24 = 6 \cdot 19 \cdot 24 = 19 \cdot 66 \cdot 4$$