



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ = n! \cdot (n+2 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n+2)(n+2) = n! \cdot (n+2)^2$$

$$361 = 19^2$$

19 - простое число, а значит либо $n! : 19$, либо $n+2 : 19$, либо и $n!$ и $n+2$ делятся на 19.

① Если $n! : 19$, то т.к. 19 - простое, $n \geq 19$.

② Если $n+2 : 19$, то $n \geq 17$.

③ Если и $n!$ и $n+2 : 19$, то n дает остаток -2 при делении на 19 и $n \geq 19$, то есть $n \geq 36$

Так как наименьшее n получилось во 2 случае, когда $n+2 : 19$, то n наименьшее это 17.

При $n=17$:

$$17! \cdot (17+2)^2 = 17! \cdot 19^2 = 361 \cdot 17! : 361$$

Если $n < 17$, то ни $n!$, ни $n+2$ не делятся на 19, а значит $n! \cdot (n+2)^2$ не делится на 19, значит и $n! \cdot (n+2)^2$ не делится на 361.

Ответ: при $n=17$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

Пусть 5 последовательных чисел это $a, a+1, a+2, a+3, a+4$.
Тогда:

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3 \Rightarrow N^3 : 5 \text{ и } N^3 : (a+2)^2$$

Если $N^3 : 5$, то $N^3 : 5^3$ ~~в силу формулы~~

А значит $(a+2)^2 : 5^2$, то есть $a+2 : 5$.

Тогда a хотя бы 3, но тогда $a+2 = 5$

$N^3 = 5^3$, но по условию $N > 5$.

А значит $a+2 = 5 \cdot x^3$, где x - ^{натур.} любое число, большее 1, (при $x=1, a=3$)

Но т.к. нужно найти наименьшее N , то значит и a должно быть наименьшим, а значит и x тоже должен быть наименьшим. А значит $x=2$, тогда $a+2 = 5 \cdot 8 = 40 \Rightarrow a = 38$, тогда:

$$5 \cdot 40 \cdot 40 = 8000 = N^3 \Rightarrow N = 20$$

Ответ: $N = 20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

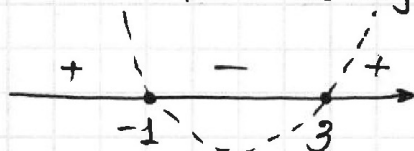
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0, \text{ т.к. это выражение под корнем.}$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2} \quad x_1 = -1 \quad x_2 = 3$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

Выражение $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$ всегда принимает неотрицательные значения, т.к. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$, а значит скобки модуля можно убрать.

$$7 - 2x \geq 0, \text{ когда } x \leq 3,5.$$

$$7 - 2x < 0, \text{ когда } x > 3,5.$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 > 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} > -2x + 1$$

$$-2x + 1 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x - 3 > 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 < 0$$

$$D = 4 - 3 \cdot 4 \cdot 4 < 0$$

$$\text{Значит при } x \leq \frac{1}{2} \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0.$$

$$\text{Если } -2x + 1 < 0 \quad \text{т.к. } x > \frac{1}{2}, \text{ то } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1, \text{ а } \quad - \textcircled{7}$$

$$\text{Значит } \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (продолжение)

I случай: $x \in (-\infty; -1)$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x - 2 \quad | : 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x - 1$$

Из (1) $x > \frac{1}{2}$, $\Rightarrow$ А значит решений не.
 $x \in (-\infty; -1)$

II случай: $x \in [3; 3,5]$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$6 \geq 6$, все дан. промежутка подходят.

$$\Rightarrow x \in [3; 3,5]$$

III случай: $x \in [3,5; +\infty)$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq \frac{14}{4}$$

$$x \leq 3,5$$

$$x \in (3,5; +\infty)$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

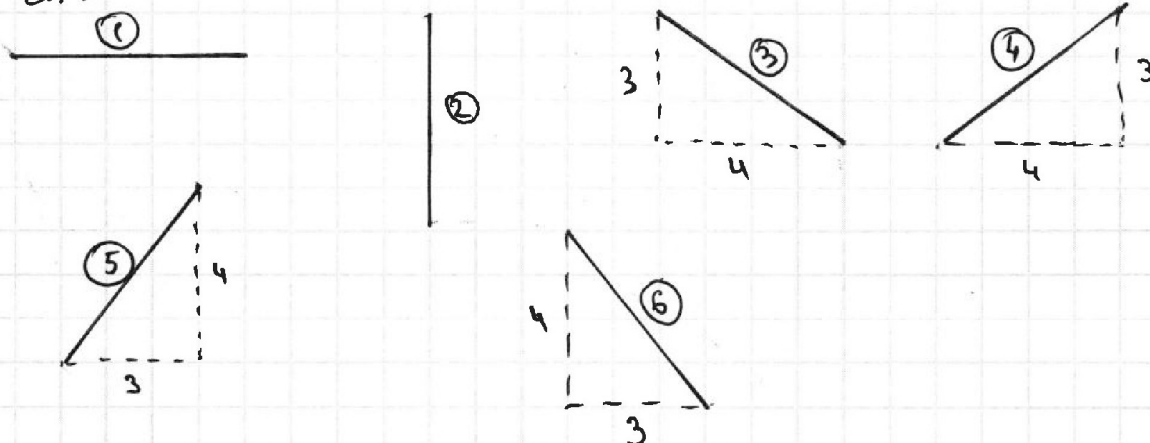
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Т.к. абсциссы и ординаты всех четырех вершин каждого ромба — целые числа, то стороны могут располагаться:



Не существует ~~каждого~~

Вариантов составить ромб $C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

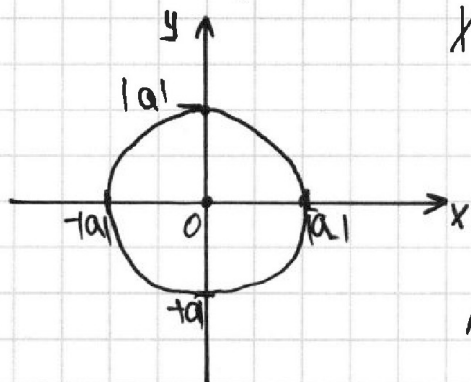
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Уравнение $x^2 + y^2 = a^2$ это уравнение окружности. Радиус этой окружности равен a . А центр окружности имеет координаты $(0; 0)$.



x может принимать значения от $-|a|$ до $|a|$.

А значит нужно рассмотреть какие значения может принимать выражение $x^2 - 6x + a$ при x от $-|a|$ до $|a|$.

Рассмотрим график квадратичной функции $y = x^2 - 6x + a$.

Верхней Координаты вершины: $x_0 = \frac{6}{2} = 3$

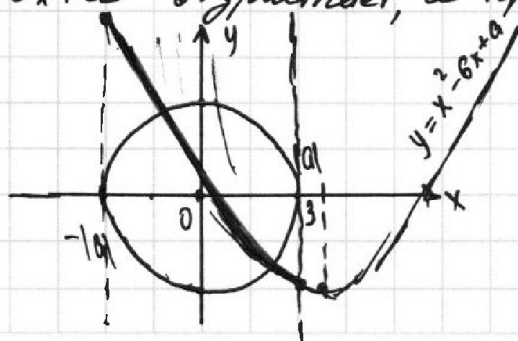
$y_0 = -9 + a$. $(3; -9 + a)$

Так как центр ~~окружности~~ окружности, задающийся уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, имеет координаты $(0; 0)$, то данная окружность симметрична относительно оси OV , т.е. ~~относительно~~ относительно прямой $x = 0$.

А график функции $y = x^2 - 6x + a$ ~~симметричен~~ симметричен ^{относительно} прямой $x = 3$. А значит значение y при $x = -|a|$ будет больше, чем при $x = |a|$.

~~Поэтому очевидно, что~~ Очевидно, что при $x \in [3; +\infty)$ график функции $y = x^2 - 6x + a$ возрастает, а при $x \in (-\infty; 3]$ — убывает.

~~Поэтому очевидно~~ А значит наибольшее значение выражения ~~у~~ $x^2 - 6x + a$ будет при $x = -|a|$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Подставим ~~выясно~~ $x = -1a$,

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$a = \frac{-7 \pm 9}{2} \quad a_1 = -8$$

$$a_2 = 1$$

Ответ: $a = -8$, $a = 1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

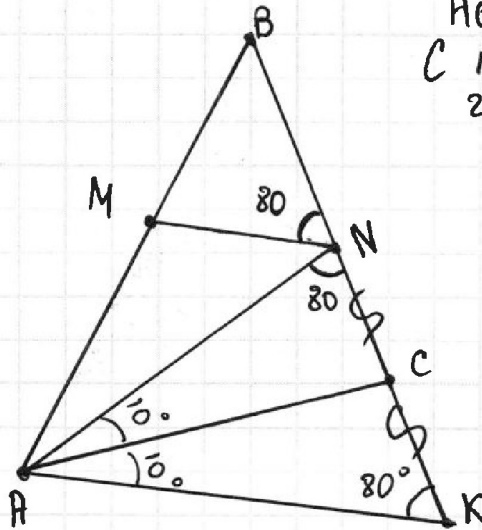
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



На продолжении BC за точку C построим точку K такую, что $NC = CK$.

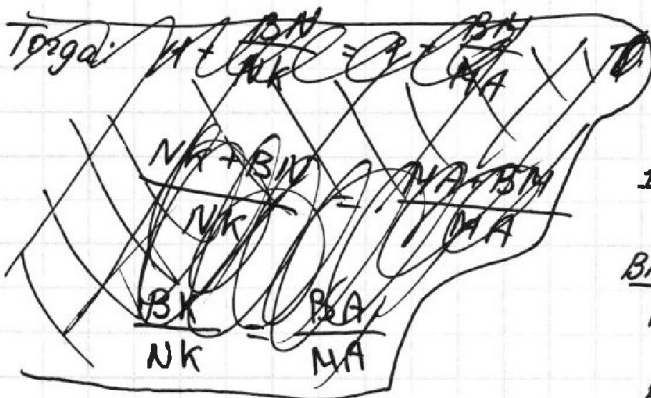
По условию:

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} \quad | :2$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

$$2NC = NK \Rightarrow \frac{BN}{NK} = \frac{BM}{MA} \Rightarrow \frac{NK}{BN} = \frac{MA}{BM}$$



Тогда:

$$1 + \frac{NK}{BN} = 1 + \frac{MA}{BM}$$

$$\frac{BN + NK}{BN} = \frac{BM + MA}{BM}$$

$$\frac{BK}{BN} = \frac{BA}{BM}$$

Р-н $\triangle ABK \sim \triangle MBN$:

$$1) \frac{BK}{BN} = \frac{BA}{BM}$$

$$2) \angle ABC - \text{общий}$$

$\Rightarrow \triangle ABK \sim \triangle MBN$ по двум сторонам и углу между ними.

$$\Rightarrow \angle BNM = \angle BKA = 80^\circ$$

$$\text{По условию: } \angle BNM = \angle ANC \Rightarrow \angle BKA = \angle ANE = 80^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7 (продолжение)

$\Rightarrow \triangle NAK$ - равнобедренный. А т.к. $NC = SK$, то AC медиана $\triangle NAK$, а т.к. $\triangle NAK$ равнобедр., то AC ещё и биссектриса.

$$\Rightarrow \angle NAC = \angle CAK = \frac{180 - \angle NKA - \angle ANK}{2} = \frac{180 - 80 - 80}{2} = 10^\circ$$

А значит $\angle CAN = 10^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

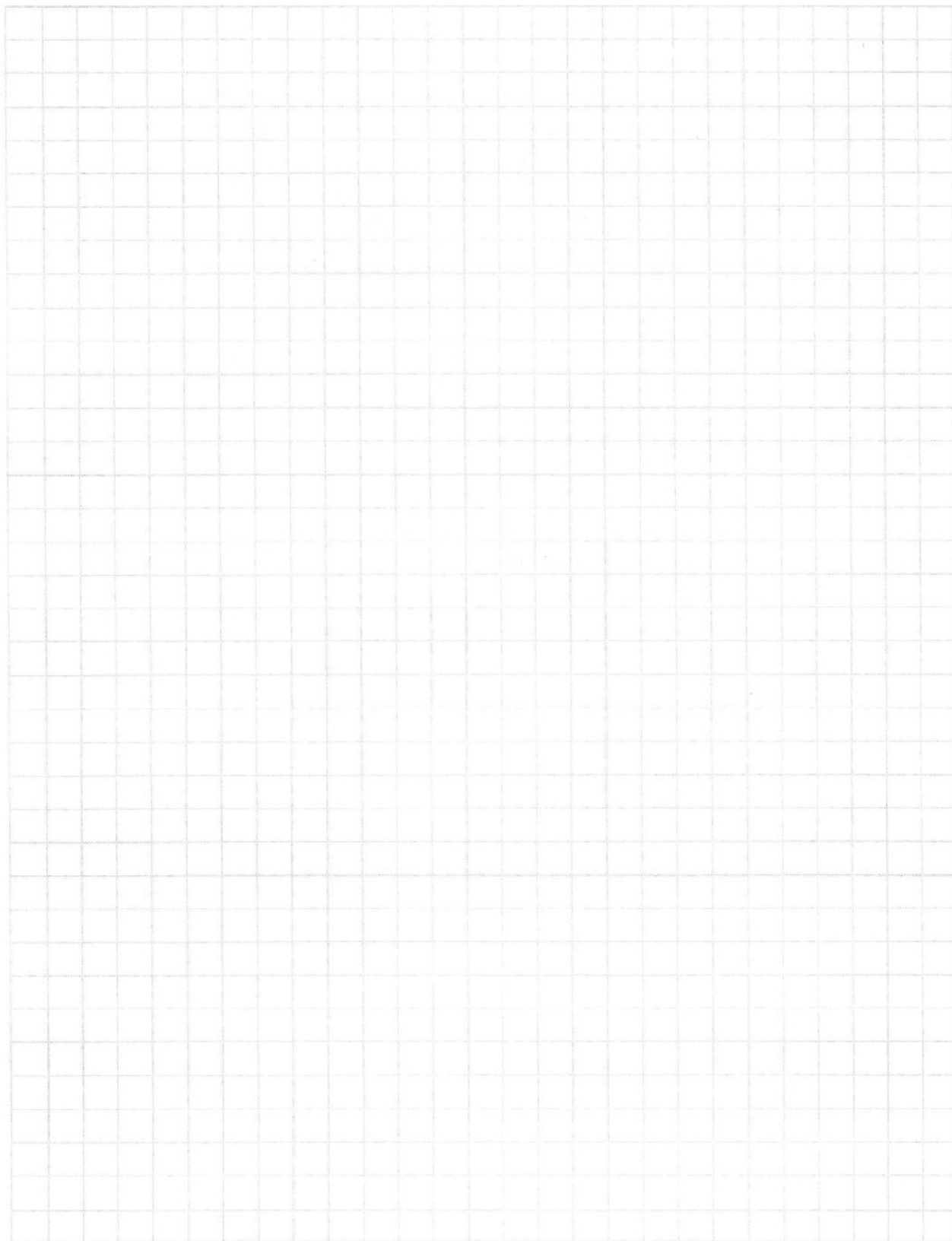
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



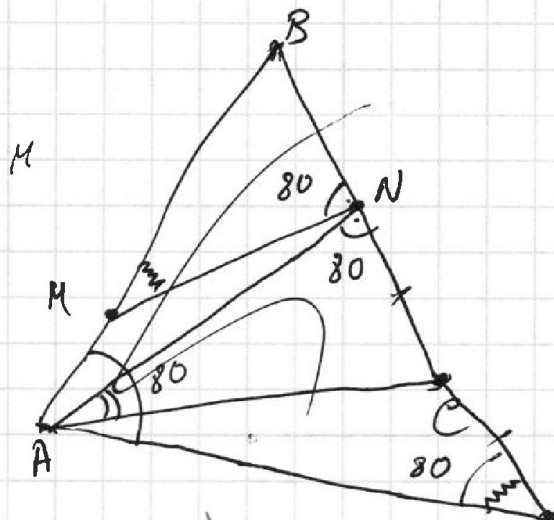
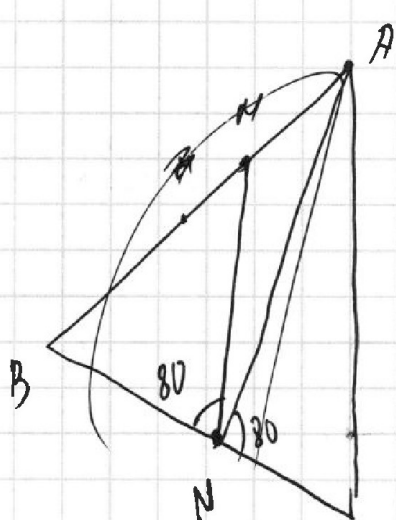


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



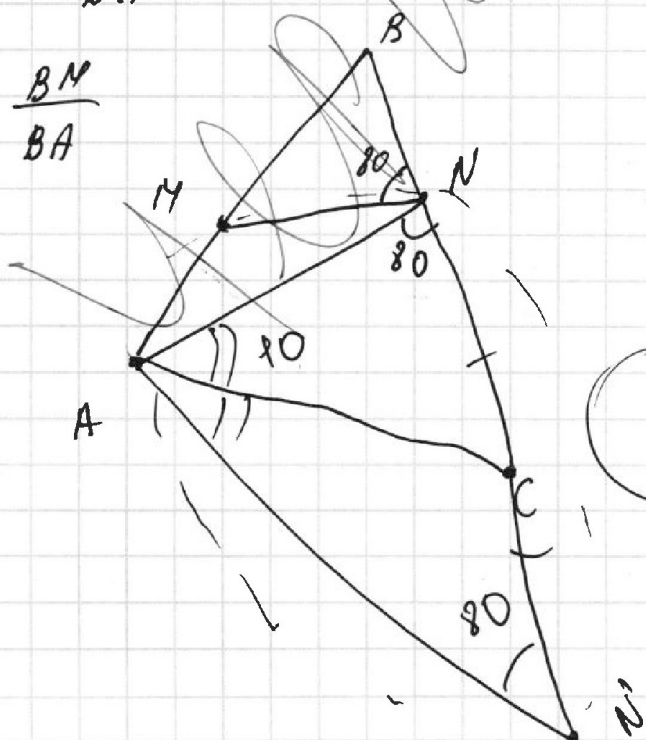
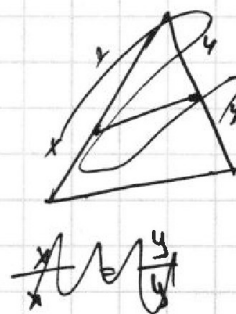
$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$

$$1 + \frac{BN}{2NC} = \frac{BN}{MA} + 1$$

$$\frac{2BN}{BN'} = \frac{2BN}{BA}$$

$$\frac{BN}{BN'} = \frac{BN}{BA}$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ - 160 \\ \hline 20 \end{array}$$

10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 - 2x \geq 0$$

$$x \leq \frac{7}{2} \quad 3,5 \quad ①$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$D = 4 - 12 = -8$$

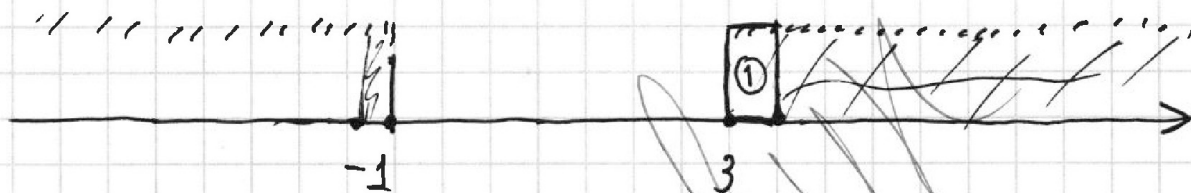
$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -1$$

$$192^x = (9-45)(y+4)$$

8



$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

~~Решение~~

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x + 1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x + 1 \quad \begin{matrix} +7-2x \\ -7+2x \end{matrix}$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x - 5 + 7 - 2x = -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1 \quad \emptyset$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -6 - 2x + 1 - 7 + 2x = -12$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -6 \quad \emptyset$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2025 = 3^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 5 =$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 40 \\ 760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 100 \\ 1900 \end{array}$$

$$45 \cdot 45$$

$$7 \cdot 7 = 49$$

11

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 200 \\ 3800 \end{array}$$

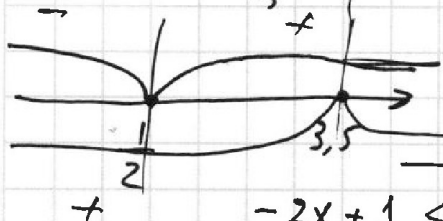
$$\begin{array}{r} -49 \\ 38 \\ \hline 11 \end{array}$$



$$y^2 = 19k + 11 \quad k - \text{цел.}$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$x \leq 3,5$$



$$-2x + 1 < 0$$

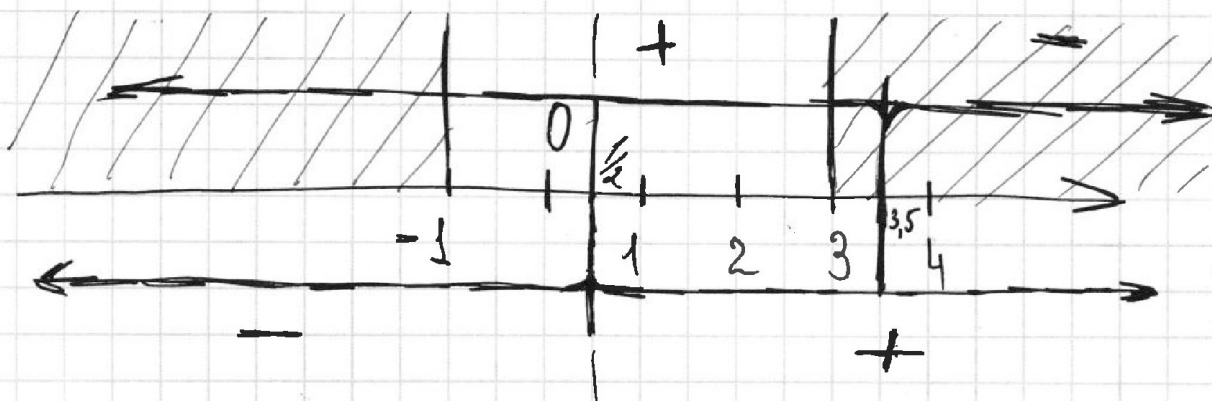
$$x > \frac{1}{2}$$

$$< \frac{1}{2} -$$

$$x \geq 3,5$$

$$I. \quad x < \frac{1}{2}$$

$$II. \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 3,5 \right] \quad III. \quad x > 3,5$$



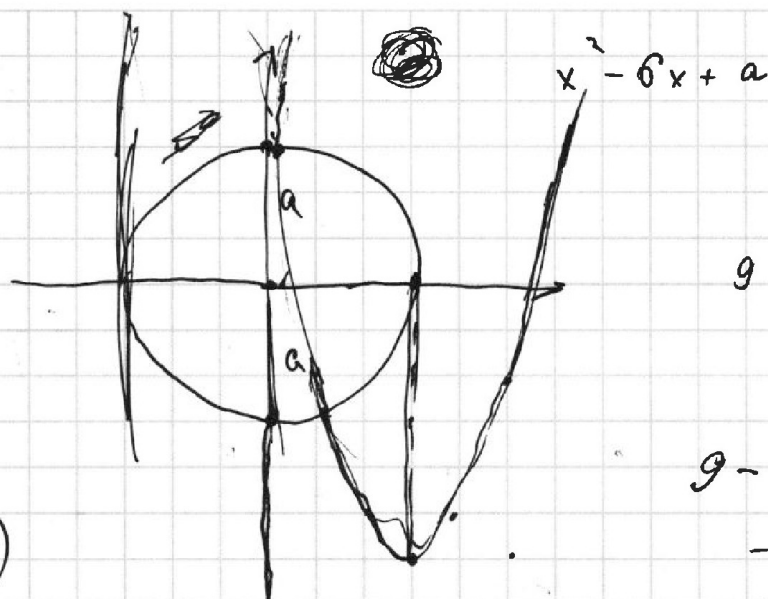


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$(-a; a)$

~~y =~~

$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$x^2 - 6x + a = a^2 - x^2$$

$$x^2 - 5x = a^2 - a$$

$$x^2 - 5x - (a^2 - a) = 0$$

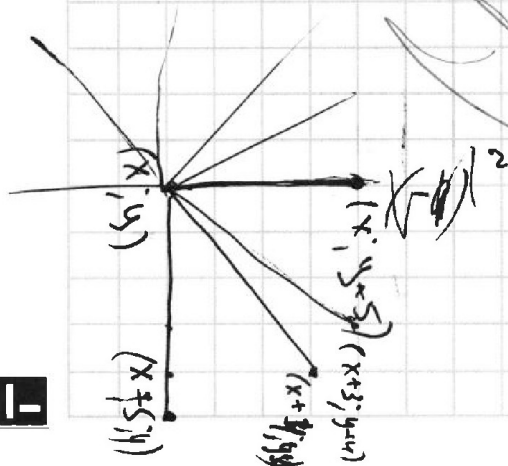
$$64 - 40 = a^2 - a$$

$$20 = a(a - 1)$$

5. 4

(-5) (-4)

$$D = 49 + 32 = 81$$



$$(-a)^2 - 6(-a) + a = 8$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

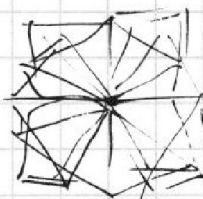
$$\frac{6}{2}$$

9

$$\frac{-6}{2} = 3$$

$$9 - 18 + a$$

$$-9 + a$$



$$5, -4$$

$$32$$

$$a = \frac{-7 \pm 9}{2}$$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = -8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 = N^3$$

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 =$$

$$= 5a^2 + 20a + 30 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3$$

$$5(a+2)(a+2) = N^3$$

$$a+2=5$$

$$a=3$$

5.

$$a+2 = 5 \cdot x^3$$

$$a = 40 - 2 = 38$$

$$25 + 36 + 49 + 64 + 81$$

$$N=20$$

$$64$$

$$40 \cdot 40 \cdot 5^3 = 1600 \cdot 125$$

$$5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 5$$

$$5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 = 5^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3$$

$$5 \cdot 8$$

$$125 \cdot 64$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 123 \\ + 125 \\ \hline 64 \\ 1500 \\ 250 \\ \hline 8000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5^3 \\ + 125 \\ \hline 1600 \\ 1750 \\ 125 \\ \hline 200000 \end{array}$$

$$(20)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 23 \\ 51 \\ 34 \\ \hline 391 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 19 \\ 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$361 = 19^2$$

нн

k + kx

k(1+x)

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = 361k$$

$$n! (1 + n+1 + (n+2)(n+1)) = n! (n+2 + n^2 + 3n + 2) = 361k$$

$$= n! (n+2)(n+2) = n! (n+2)^2 = 361k = 19^2 k$$

$$n! : 19 - n \geq 19$$

$$n! : 19 - n \geq 17$$

$$n = 17$$

$$\begin{array}{r} + 604 \\ 225 \\ \hline 829 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 14 \\ 14 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 729 \\ 14 \\ \hline 945 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 910 \\ 64 \\ \hline 536 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 536 \\ 169 \\ \hline 695 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 685 \\ 84 \\ \hline 604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 695 \\ 81 \\ \hline 614 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 49 \\ 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 81 \\ 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 170 \\ 49 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 356 \\ 144 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 170 \\ 49 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 356 \\ 144 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 170 \\ 49 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 356 \\ 144 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 121 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ 685 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ 1370 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \\ 2055 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ 2790 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \\ 3465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 810 \\ 4275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 945 \\ 5220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ 6300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1215 \\ 7515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1350 \\ 8865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1485 \\ 10350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1620 \\ 11970 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1755 \\ 13735 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1890 \\ 15645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ 17700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ 685 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ 1370 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \\ 2055 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ 2790 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \\ 3465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 810 \\ 4275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 945 \\ 5220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ 6300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1215 \\ 7515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1350 \\ 8865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1485 \\ 10350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1620 \\ 11970 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1755 \\ 13735 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1890 \\ 15645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ 17700 \end{array}$$

$$a^2 + \dots + (a+4)^2 > 226$$

$$25 + 36 + 49 + 64 + 81 = 245$$

$$245$$

$$a > 5$$

$$8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12$$

$$n$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ 36 \\ \hline 206 \end{array}$$

$$600$$

$$245$$

$$\begin{array}{r} 1356 \\ 144 \\ \hline 600 \end{array}$$