



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n! + (n+1)! + (n+2)!):361}{n!} \quad \text{обозначим } S(n) = n! + (n+1)! + (n+2)!$$

Ответ: при $n=17$

Оценка: пусть $\exists n \leq 16 \mid (n! + (n+1)! + (n+2)!):361$.

$$n!(1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = n!(n^2 + 4n + 4) = (n+2)^2 \cdot n!$$

т.к. $S(n):361$, а $361 = 19^2$, то

$$n!(n+2)^2 : 19. \quad 19 - \text{простое число, значит,}$$

$$\begin{cases} n! : 19 \\ (n+2)^2 : 19 \end{cases} \quad \begin{cases} n! : 19 \\ (n+2) : 19 \end{cases}$$

т.к. $n \leq 16$, то $n! \not\equiv 19$

т.к. $n \leq 16$, то $(n+2) \not\equiv 19$.

получаем противоречие, значит, предположение неверно.

Таким образом, если $S(n):361$, то $n \geq 17$.

$$\begin{aligned} \text{при } n=17: \quad S(17) &= 17! + 18! + 19! = 17!(1 + 18 + 18 \cdot 19) = \\ &= 17!(19 \cdot 19) = (361 - 17!) : 361. \end{aligned}$$

- это и требовалось найти.

Ответ: $n=17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a-2$ $a-1$ a $a+1$ $a+2$ $\sqrt[5]{a^2 - 5}$ $a \in \mathbb{N}, a \geq 3$
 натуральных чисел.

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 - 4a - 2a + 2a + 4a + 4 + 1 + 1 + 4 = 5a^2 + 10.$$

По условию задачи, $(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 10 = N^3$,
 $N \geq 6, N \in \mathbb{N}$

$$5a^2 = N^3, N \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Тогда } N^3 : 5 \iff N : 5$$

Нам нужно найти наименьшее натуральное $N \geq 6$,
 такое что оно кратно 5 и такое что

$$\exists a \geq 3, a \in \mathbb{N} \mid N^3 = 5a^2.$$

т.к. $N : 5$, и $N \geq 6$, то $N \in \{10; 15; 20; 25; \dots\}$.

$$\text{если } N=10, \text{ то } 1000 = 5a^2.$$

$$a^2 = 200$$

$$a \notin \mathbb{N} \quad - \text{противоречие}$$

$$\text{если } N=15, \text{ то } 15^3 = 5a^2$$

$$15^3 : 5 = a^2$$

$$a \notin \mathbb{N} \quad \text{противоречие}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } N = 20, \text{ то } 20^3 = 5a^2.$$

$$a^2 = 4 \cdot 20^2.$$

$$a = \pm 40$$

Списку задач удовлетворяет только $a = 40$.

Таким образом, для $6 \leq N \leq 19$ я показал, что таких a не существует, а для $N = 20$ условием удовлетворяет $a = 40$, т.е.

$$20^3 = 38^2 + 39^2 + 40^2 + 41^2 + 42^2 - 10 - \text{верно}$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|. \quad N3$$

Обозначим $a = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1$; $b = 7 - 2x$.

Тогда $|a + b| \geq |a| + |b|$.

Докажем, что $\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} \quad |a + b| \leq |a| + |b|$

$|a + b| \leq |a| + |b|$ т.к. обе части неотрицательны, то

$$|a + b|^2 \leq |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b|.$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \leq a^2 + b^2 + 2|a||b|.$$

$ab \leq |a||b|$, значит, $|ab| \leq |a||b|$, причем,

равенство достигается тогда и только тогда, когда a и b одного знака.

(1) $|a + b| \geq |a| + |b|$ по условию

(2) $|a + b| \leq |a| + |b|$ по доказанному

(1); (2) $\Rightarrow |a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a \leq 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ 7 - 2x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$

(3) $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ 7 - 2x \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \leq 0 \\ x \geq 3,5 \end{cases}$

$x \in \emptyset$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 32

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит

$$(4) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3,5 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5 \leq x \leq 3,5 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0,5 \leq x \leq 3,5 \\ \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} 3 \leq x \leq 3,5 \\ \begin{cases} x < 0,5 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \\ x < 0,5 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x \quad \text{м.к. } 1 - 2x \geq 0, \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0, 70$$

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq (1 - 2x)^2 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ (x+1)(x-3) \geq 0 \end{cases}$$

$$0 \geq 3x^2 - 2x + 4$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \emptyset \\ \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \end{cases}$$

нет решений.

$$0,5 \leq x \leq 3,5$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$x < 0,5$$

нет решений

Ответ: $x \in [0,5; 3,5]$ $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14

Посчитаем количество возможных вариантов раба.

Если $a, b, c, d \in \mathbb{Z}, 1 \leq 50$
 $A(a; b), B(c; d), AB = 5, \text{ то}$

$$(a-c)^2 + (b-d)^2 = 25.$$

т.к. $a, b, c, d \in \mathbb{Z}, \leq 50, \geq 1, \text{ то}$

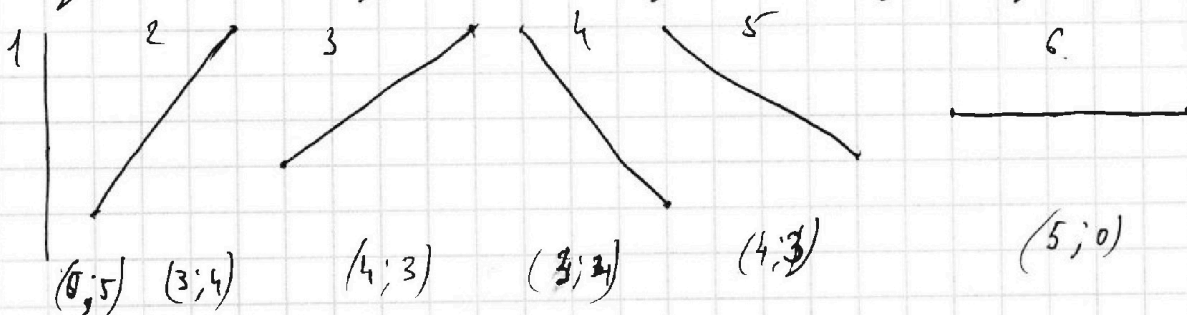
$$(a-c) \in \mathbb{Z}, (b-d) \in \mathbb{Z}.$$

Почти 25 необходимо представить в виде суммы квадратов двух целых чисел.

$(a-c)^2 = 0$	$(b-d)^2 = 25$	✓
$(a-c)^2 = 1$	$(b-d)^2 = 24$	✗
$(a-c)^2 = 4$	$(b-d)^2 = 21$	✗
$(a-c)^2 = 9$	$(b-d)^2 = 16$	✓
$(a-c)^2 = 16$	$(b-d)^2 = 9$	✓
$(a-c)^2 = 25$	$(b-d)^2 = 0$	✓
$(a-c)^2 \geq 25$	$(b-d)^2 < 0$	✗

Таким образом, получаем 4 варианта разностей координат.

Из них получаем 6 видов отрезков длиной 5:



Докажем, если у раба 3 вершины расположены в узлах сетки, то и 4-ая расположена в узлах сетки.

Это очевидно в силу симметрии относительно диагонали.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда я говорю, что вершина располагается в узле сетки, я имею в виду, что она имеет целочисленные координаты.

Значит, ^{Всего} нам необходимо рассмотреть количество вариантов ^{из начальных} выбрать пару отрезков для рабда (в качестве сторон). - это и будет количество вариантов расположения различных рабдов со стороной 5.

$$\text{Это } \frac{6 \cdot 5}{2} = 15.$$

В скобках под каждым отрезком я указал то, сколько клеток такой отрезок занимает по горизонтали и по вертикали соответственно: $(x; y)$. $\sqrt{x^2 + y^2}$

Очевидно, что количество рабдов на данной доске ^{целочисленным} $\in [1; 50]$ и со сторонами, ^{плоскости с} координатами $\in [1; 50]$ и со сторонами,

такими что у них $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ будет равно $(50 - x_1 - x_2)(50 - y_1 - y_2)$. Просто логично это можно использовать все, кроме $x_1 + x_2$ клеток по горизонтали, и все, кроме $y_1 + y_2$ клеток по вертикали.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь посчитаем кол-во рамок с различными сторонами из лагуернов:

Стороны

А рамок → кол-во рамок с этими сторонами

1 2

$$(50-3)(50-9)$$

1 3

$$(50-4)(50-8)$$

1 4

$$(50-3)(50-9)$$

1 5

$$(50-2)(50-8)$$

1 6

$$(50-5)(50-5)$$

2 3

$$(50-7)(50-7)$$

2 4

$$(50-6)(50-8)$$

2 5

$$(50-1)(50-2)$$

2 6

$$(50-2)(50-4)$$

3 4

$$(50-7)(50-2)$$

3 5

$$(50-8)(50-6)$$

3 6

$$(50-9)(50-3)$$

4 5

$$(50-7)(50-2)$$

4 6

$$(50-8)(50-4)$$

5 6

$$(50-9)(50-3)$$

Теперь посчитаем общее кол-во рамок: это сумма лагуернов чисел в правой колонке:

$$4(47 \cdot 41) + 4(42 \cdot 46) + 4 \cdot 43^2 + 2 \cdot 45^2 + 2 \cdot 44 \cdot 42 = 7708 + 2025 +$$

$$+ 4 \cdot 1849 + 4 \cdot 42(46 + 22) = 9733 + 7396 + 468 \cdot 68 = 17129 + 11424 =$$

$$= 28553$$

Ответ: 28553 рамок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

N5

$$x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}.$$

$$(y-45) \in \mathbb{Z}; (y+45) \in \mathbb{Z}.$$

Если $x < 0$, то

$$2^{-x} \in \mathbb{N}.$$

тогда $19 = 2^{-x}(y-45)(y+45)$. т.к. $(y-45) \in \mathbb{Z}$ и $(y+45) \in \mathbb{Z}$,

то $19 : 2^x$ - противоречие.

Значит, $x \geq 0$. То есть $x \in \mathbb{N}_0$.

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\begin{matrix} (y+45) > 0 \\ 19 \cdot 2^x > 0 \end{matrix} \Rightarrow y-45 > 0$$

Тогда $\begin{cases} (y-45) : 19 \\ (y+45) : 19 \end{cases}$

т.е. если $(y-45) : 19$, то

$$\begin{matrix} |y| - 45 = 19k, k \in \mathbb{N} \\ \text{тогда } |y| + 45 = 19k + 90 \end{matrix} \Leftrightarrow |y| = 19k + 45$$

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$19^2 k^2 + 90 \cdot 19 \cdot k = 19 \cdot 2^x$$

$$19k^2 + 90k = 2^x$$

$$k(19k + 90) = 2^x$$

т.к. $k \in \mathbb{N}$

Если $k > 0$, то $k = 2^d$, $d \in \mathbb{N}$

$$2^d(19 \cdot 2^d + 90) = 2^x$$

$$19 \cdot 2^d + 90 = 2^{x-d}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н.к. } 2^{x-d} > 2^d, \text{ то } x > 2d.$$

$$90 = 2^{x-d} - 19 \cdot 2^d$$

$$90 = 2^d (2^{x-2d} - 19)$$

$$45 = 2^{d-1} (2^{x-2d} - 19)$$

$$\text{н.к. } d \in \mathbb{N}, \text{ то } d \geq 0.$$

$$\begin{cases} 45 \div 2^{d-1} \\ d \geq 0 \end{cases} \iff d = 1.$$

$$45 = 2^{x-2} - 19$$

$$2^{x-2} = 64$$

$$\boxed{x = 8}.$$

$$\text{н. } |y| = 19k + 45 = 19 \cdot 2^d + 45 = 19 \cdot 2 + 45 = 38 + 45 = 83$$

$$\begin{cases} y = 83 \\ x = 8 \end{cases} \quad (8; 83); (8; -83) - \text{решения.}$$

$$\begin{cases} y = -83 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$\text{н. если } (|y| + 45) \div 19, \text{ то}$$

$$19 \mid 19k + 45, k \in \mathbb{N}.$$

$$|y| - 45 = 19k - 90, k \geq 5.$$

$$19k^2 - 90 \cdot 19k = 2^x - 19$$

$$19k^2 - 90k = 2^x$$

$$k(19k - 90) = 2^x$$

$$\text{н.к. } k \in \mathbb{N}, 19k = 2^x$$

$$2^d (19 \cdot 2^d - 90) = 2^x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|9 \cdot 2^d - 90| = 2^{x-d}$$

$$90 = (9 \cdot 2^d - 2^{x-d})$$

$$90 = 2^{(\max d; x-d)} (9^{d - \max d} - 2^{x-d - \max d})$$

$$(\max d; x-d) = 1$$

$$\begin{cases} d = 1 \\ x-d = 1 \end{cases}$$

$$\text{m.k. } k \geq 5, \text{ то } d \geq 3.$$

$$x-d=1$$

$$90 = 9 \cdot 2^d - 1.$$

$$91 = 9 \cdot 2^d$$

$$d \in \emptyset.$$

$$\text{Ответ: } (8; 83); (8; -83)$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

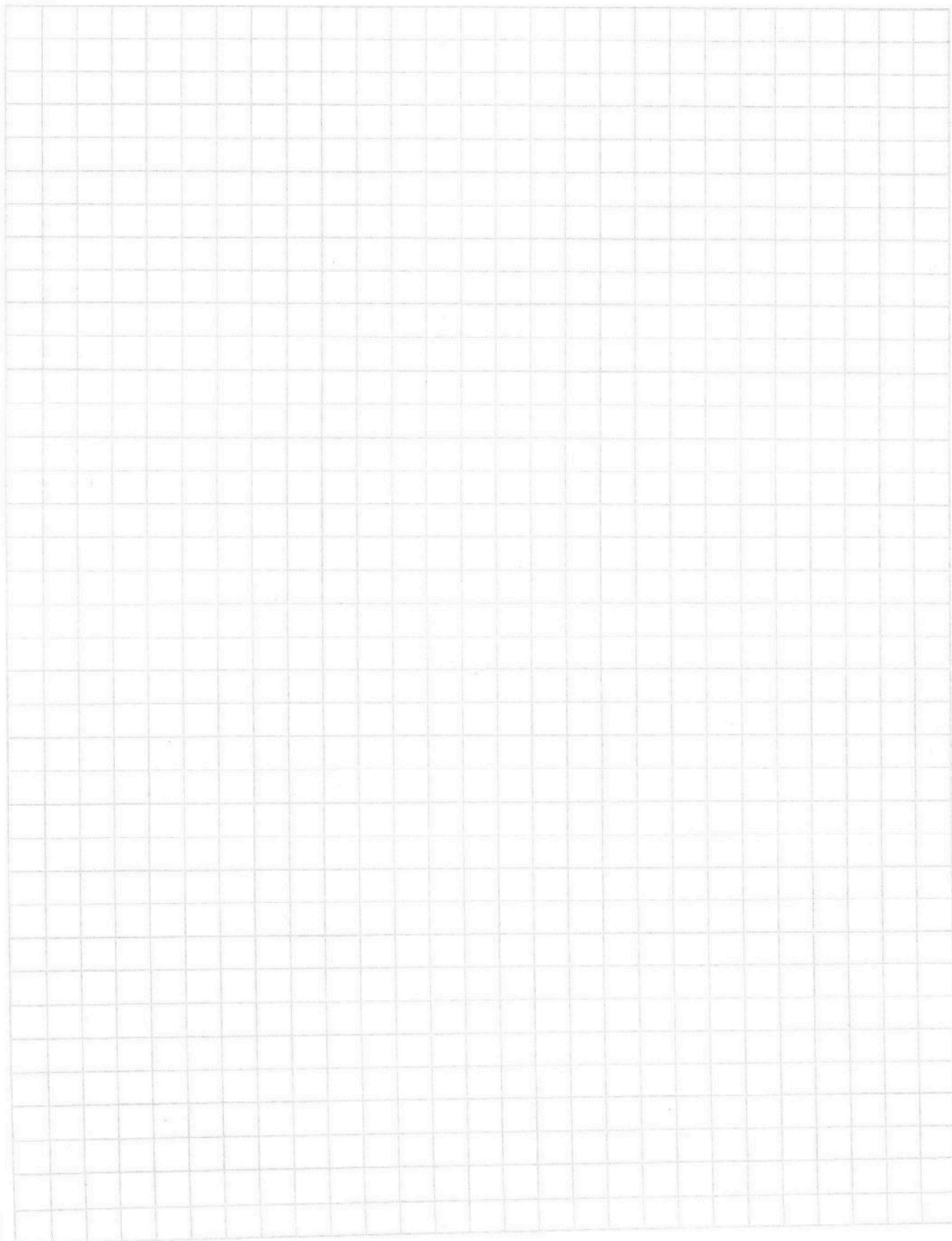
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$I \ y - 45 = 19k, \ k \in \mathbb{Q}$$

$$y = 45 + 19k$$

$$19k \cdot 40 + 19^2 k^2 = 19 \cdot 2^x$$

$$90k + 19k^2 = 2^x$$

$$k(19k + 90) = 2^x$$

$$k = 2^d, \ d \in \mathbb{Z}$$

$$19 \cdot 2^d + 90 = 2^{x-d}$$

$$19 \cdot 2^{d-1} + 45 = 2^{x-2d-1}$$

$$45 = 2^{x-2d-1} - 19 \cdot 2^{d-1}$$

$$2^{x-2d-1} > 2^{d-1}$$

$$x-2d-1 > d-1$$

$$x > 2d$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + (9+a)$$

$$2^{d-1}(2^{x-2d}-19)$$

$$d=1$$

$$2^{x-2} = 64$$

$$x=8$$

$$y=7$$

$$y^2 - x^2$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 1 \\ -2 \ 1 \\ \hline 2 \ 2 \ 5 \\ +1 \ 0 \\ \hline 3 \ 0 \ 2 \ 5 \end{array}$$

$$19 = 2^{-x}(y-45)(y+45)$$

$$k = \frac{-45 \pm 19}{19}$$

$$90^2 - 4 \cdot 2^x \cdot 19 = 8100 + 19 \cdot 2^{x+2}$$

$$x = -2$$

$$k^2 - ac$$

$$45^2 + 2^x \cdot 19$$

$$1 \ 2 \ 1 \ 2$$

$$1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 7 \ 5$$

$$1 \ 2 \ 4 \ 3 \ 1$$

$$A + m \leq 0$$

$$1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$a^2 - 6a + a = 8$$

$$a > 0$$

$$a^2 - 5a - 8 \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 8 \geq 0$$

$$D_1 = 6^2 - 4ac$$

$$D_1 = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{68}}{2}$$

$$a = \frac{5 + \sqrt{68}}{2}$$

$$D_2 = 6^2 - 4ac$$

$$D_2 = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68$$

$$x^2 \cdot (x^2 - 6x + a)^2 = a^3$$

$$a < 0$$

$$a^2 + 6a + a - 8 \geq 0$$

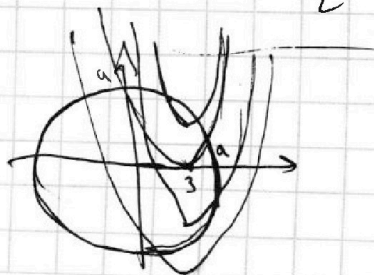
$$a^2 + 7a - 8 \geq 0$$

$$a \geq 49 + 32 = 81$$

$$a = \frac{-7 \pm 9}{2}$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a = -8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

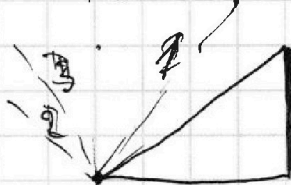
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

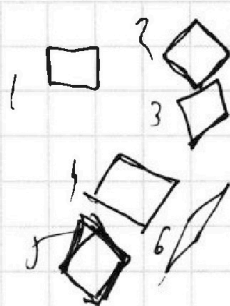
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I $y_2 - y_1 = 0$

II $y_2 - y_1 = 3$

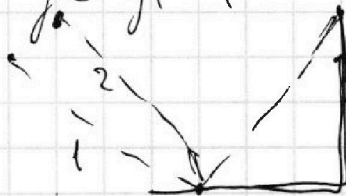


45° квадратов



$$42.4 / (45 + 22) = 84 / 68$$

III $y_2 - y_1 = 4$



$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ 172 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 42 \\ \hline 88 \\ 176 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$(50 - x_1 - x_2) \cdot (50 - y_1 - y_2)$$

$$2(50 - 8) / (50 - 8) + 2/50$$

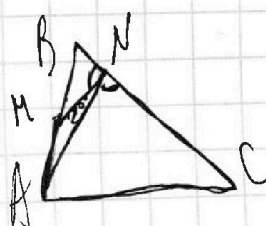
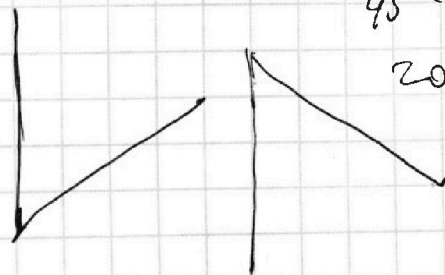
$$45^2 + 4(50 - 8) / (50 - 8) + 2(50 - 8) / (50 - 8) + (50 - 8) / (50 - 8)$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15. \text{ выгода треугольника}$$

$$45^2 + 2 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44$$

$$2025 + 2 \cdot 1849 + 2 \cdot 1848 =$$

$$\begin{array}{r} 313 \\ \times 1849 \\ \hline 2396 \end{array}$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{NC} =$$

$$\frac{BC}{NC}$$

$$\begin{array}{r} 9733 \\ + 2396 \\ \hline 12129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 168 \\ \hline 51 \\ 168 \\ \hline 68 \\ \hline 1344 \\ + 1008 \\ \hline 11424 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n^2 + 4n + 4) = n! \cdot (n+2)^2$$

$$361 = 2 \cdot 35 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$$

$$2 \cdot 35 \cdot 101 =$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 171 \\ \underline{171} \\ 0 \end{array}$$

$$380 - 361 = 19$$

$$361 = 19^2$$

$$n \leq 18$$

$$n! \neq 19$$

$$(n+2)^2 \neq 19$$

$$n = 17: 19! \cdot 19^2 = 361 \cdot 17! \cdot 361$$

$$n \geq 19 - \text{sub.}$$

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$5a^2 = N^3 \quad N \geq 6$$

$$N:5 \Leftrightarrow N^3:125$$

$$N \geq 10$$

$$N = 10$$

$$1000 = 5a^2$$

$$a^2 = 200 \cdot x$$

$$N = 15$$

$$15^2 = 5a^2$$

$$15^2 \cdot 3 = a^2 \cdot x$$

$$20^2 \cdot 4 = a^2 \cdot v$$

$$N = 20$$

$$N = 5^k$$

$$25k^3 = a^2$$

$$k^3 = \left(\frac{a}{5}\right)^2$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6$$

$$a = \sqrt{\dots}$$

$$b = 2x - 1$$

$$c = 2x - 2x$$

$$|(a+b)+c| \geq |a+b| + |c|$$

$$\text{если } c < 0, \text{ то при } |c| < |a+b| \quad |a+b+c| < |a+b|$$

$$|a+b+c| < |c|$$

$$|a+b+c| \leq |a| + |b|$$

$$|a+b+c| \geq |a+b-c|$$

$$|a+b+c| = |a+b| + |c|$$

$$|x| + |y| \geq |x+y|$$

$$x^2 + y^2 + 2|xy| \geq x^2 + y^2 + 2xy$$

$$|xy| \geq xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a+b)^2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

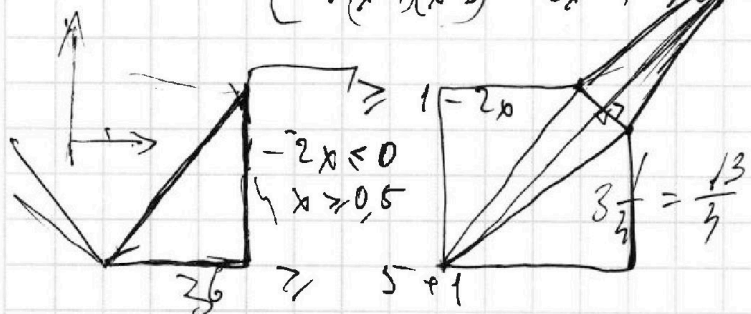
$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$x^2 - 2x \leq 0$$

$$x_1, y_1, x_2, y_2$$

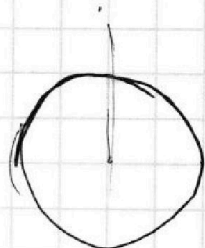
$$x^2 - 2x \leq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$



$$\sqrt{\frac{169}{16} - \frac{13}{2} - 3}$$

a b c d



$$y_2 - y_1 = 3$$

$$(a, b), (c, d)$$

$$y = x^2 - 6x + a = (x-3)^2 + (9+a)$$

$$y = 8$$

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (9+a) = 8 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

45 штук (по 11 клетке)

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$\sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} = 5$$



$$A(a, e); B(b, f); C(c, g); D(d, h)$$

$$2x \geq 7$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = k^2 - ac$$

$$D = 1 - 3 \cdot 4 = -11$$

$$\frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

$$4 - 4 - 3 = -3$$

$$4 + 4 - 3 = 5$$

$$\sqrt{5 + 6} \geq \sqrt{5 + 4 - 1} + 11$$

$$N = N_{\text{кв}} + N_{\text{зв}}$$