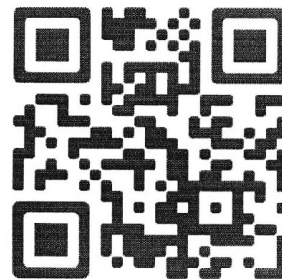


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n+1 + n^2 + 3n + 2) = n! \cdot (n^2 + 4n + 3) =$$

$$= n! \cdot (n^2 + n + 3n + 3) = n! \cdot (n(n+1) + 3(n+1)) = n! \cdot (n+3)(n+1) = (n+1)! \cdot (n+3)$$

$$361 = 19^2$$

$$(n+3) : 19, \text{ при } n = 16, 35, \dots; \text{ ~~(n+3) : 361, при } n = 38, \dots~~$$

$$(n+1)! : 19, \text{ при } n \geq 18; (n+1)! : 361, \text{ при } n \geq 38, \text{ т.к. } 38 = 19 \cdot 2,$$

а до этого в $(n+1)!$ была только одна 19

Значит если $n \geq 38$, то точно делится на 361. Рассмотрим

$$\text{случаи, где } (n+3) : 19$$

$$\text{Если } n = 16, \text{ то}$$

$$(n+1)! \cdot (n+3) = 17! \cdot 19 \not\div 361$$

$$\text{Если } n = 35, \text{ то}$$

$$(n+1)! \cdot (n+3) = 36! \cdot 38 : 361$$

$$\text{Если } (n+3) \not\div 19, \text{ - минимальное } n = 38$$

$$\text{Если } (n+3) : 19 \text{ - минимальное } n = 35$$

$$35 < 38, \text{ значит наибольшее натуральное } n = 35$$

Ответ: при $n = 35$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ — последовательные чет. числа, тогда
 $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$, где $N \in \mathbb{N}$, $N > 6$

$$\underbrace{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16}_{= 5a^2 + 20a + 20} - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$N^3 \div 5$, ~~значит~~ т.к. 5 — простое, то $N \div 5$, т.е. $N = 5k$

$$5a^2 + 20a + 20 = 125k^3$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25k^3$$

$$(a+2)^2 = 5^3 \cdot k^3$$

Если $k=1$, $N=5$, не подходит условию, значит $k > 1$

Следовательно $a+2$ — ^{точное} кратное 5, значит и сама a будет кратна 5

$5^2 \cdot k^3 = (5 \cdot k)^2 \cdot k \Rightarrow k$ — точный квадрат. Наименьший точный квадрат отличен от 1 — $4(2^2)$, $\Rightarrow$ попробуем при $k=4$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^6$$

$$a+2 = 5 \cdot 2^3$$

$$a+2 = 40$$

$$a = 38$$

Получим $a \in \mathbb{N}$, значит $k=4$ подходит, т.е. $N = 5 \cdot 4 = 20$

Ответ: $38^2 + 39^2 + 40^2 + 41^2 + 42^2 - 10 = 1444 + 1521 + 1600 + 1681 + 1764 - 10 = 2965 + 1600 + 1681 + 1764 - 10 = 4585 + 1681 + 1764 - 10 = 6246 + 1764 - 10 = 8010 - 10 = 8000 = 20^3$,
 Всё верно

Ответ: ~~наименьшее~~ $N = 20$

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



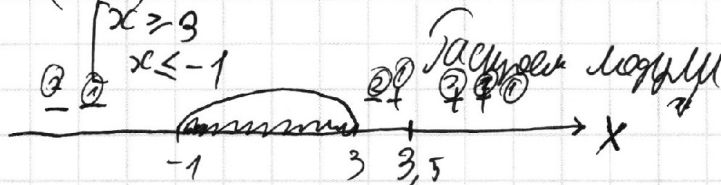
$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+|7-2x| \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3}$$

$$\text{или } x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$x \leq -1$$



$$\text{или } x \leq -1 \text{ или } x \geq 3$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3}+7-2x$$

$$-3 \leq x \leq 3,5 \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+2x-7$$

$$x > 3,5$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x$$

$$x \leq -1$$

$$0 \geq 0 \quad \text{— всегда верно}$$

$$3 < x \leq 3,5$$

$$4x \leq 14$$

$$x > 3,5 \quad 5+12=17$$

$$4+11$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \quad 4\frac{1}{2}$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x > 3,5 \end{cases} \quad \text{— нет решения}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$$

$$1-2x \geq 0$$

$$x \leq 1-2x < 0$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ 1 - 2x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ — график параболы, а > 0 — ветви вверх, $D < 0$, значит все
положительно т.е. у $3x^2 - 2x + 4 \leq 0$ нет корней т.е. x

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x > \frac{1}{2} \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -4 \end{cases} \text{ — нет таких } x \\ 3 \leq x \leq 3,5$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



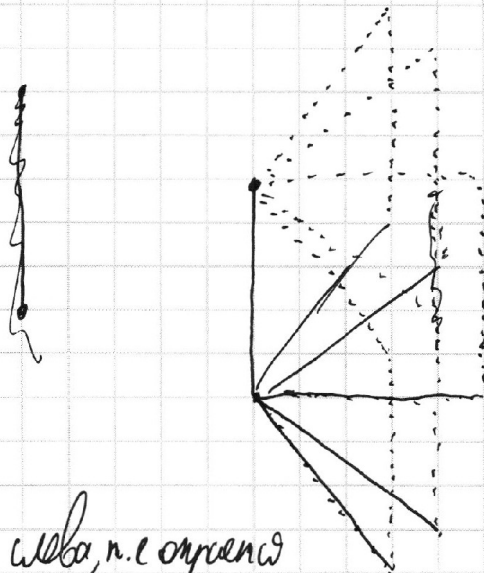
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрим сколько ребер отрезается на вертикальной оси
линией 5



И симметрично слева, т.е. отрезано
10 ребер

На таких отрезках с общими 1 отрезано 5, с 2 - 5, с 3 - 4, с 4 - 1, с 5 - 9, с 6 - 10,
с 7 - 10, ... с 45 - 10, с 46 - 9, с 47 - 1, с 48 - 5, с 49 - 5, с 50 - 5, т.е. всего
 $5 + 5 + 5 + 4 + 9 + 10 + 10 + \dots + 10 + 9 + 1 + 5 + 5 = 10 \cdot 40 + 30 + 14 + 18 = 400 + 62 = 462$
50 отрезков

И по каждой вертикали таких отрезков 46, т.е. всего

$$\begin{array}{r} \times 462 \\ 46 \\ \hline 2772 \\ 1848 \\ \hline 21252 \end{array}$$

Аналогично с горизонтальными, получим по горизонтали 21252, но мы посчитали только длину отрезков, а не площадь и вертикали и горизонтальные
10626, по горизонтали и вертикали мы получили отрезки только квадрата,
а их $46 \cdot 46 = 2116$. Т.е. всего нет $10626 \cdot 2 - 2116 = 21252 - 2116 = 19136$.

Оформим, посчитав ребра, где все сходится не только по горизонтали и вертикали.



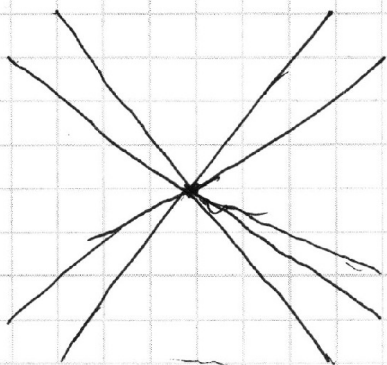
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитали на пальцах, у неё таких рамок $C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$



Но мы посчитали, не из этого пункта одной стороной, тогда 4, т.е. их 24

~~тогда~~ ~~собираем~~ все рамки имеют хотя бы одну вершину с абсциссой и ординатой от 5 до 45 (если не параллельны сторонам)

Всего точек с абсциссой и ординатой от 5 до 45 - $41 \cdot 41 = 1681$. В каждой по 24 рамки или хотя бы считаем сколько, тогда всего их $\frac{1681 \cdot 24}{4} = 1681 \cdot 6 = 10086$

Складываем оба случая, получаем всего рамок $19136 + 10086 = 29222$

Ответ: 29222 рамок



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Левая в одной скобке мы хотим получить число $19 \cdot 2^l$, где $l \in \mathbb{Z}$
в другой будет $19 \cdot 2^l + 90$ или $19 \cdot 2^l - 90$, т.е

$$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^l \cdot (19 \cdot 2^l \pm 90)$$

$$2^{x-l} = 19 \cdot 2^l \pm 90$$

$$2^l(2^{x-2l} - 19) = \pm 90$$

$$2^l(2^{x-2l} - 19) = \pm 45$$

Если $x - 2l \leq 0$, то

$$2^{x-2l} - 19 \leq 18 \quad -18 \leq 2^{x-2l} - 19 \leq -18, \text{ т.к. } 2^{x-2l} \leq 18 \text{ или } 2^{x-2l} \leq 1, \text{ т.к. } 2^{x-2l} \leq 0$$

Если $x - 2l$ много на 2 будет от -38 до -36

Если $x - 2l$ много на 4 будет от -76 до -74 , т.е не подходит $6-45$, то

указан решение и $x - 2l > 0$, тогда

$$2^{l-1}(2^{x-2l} - 19) = \pm 45, \text{ т.к. } l \geq 0, \text{ то } l-1 \geq -1, \text{ если } l=0, \text{ то}$$

$$\frac{1}{2}(2^{x-2l} - 19) = \pm 45$$

$$2^{x-2l} - 19 = \pm 90$$

$$\begin{cases} 2^{x-2l} = 109 \\ 2^{x-2l} = -71 \end{cases} \text{ Нет таких } x \in \mathbb{Z}$$

Поскольку $l-1 \geq 0$, если $l \neq 0$, то будет слева в левой части тем-
ное число, но в правой целое, значит $l \neq 0$ тоже не подходит, значит $l=1$

$$2^0(2^{x-2} - 19) = \pm 45$$

$$\begin{cases} 2^{x-2} = 64 \\ 2^{x-2} = -26 \end{cases}$$

$$19 \cdot 2^8 + 2025 = y^2 : 83 \cdot 83 = 6889$$

$$19 \cdot 256 + 2025 = y^2$$

$$y^2 = 6889$$

значит $y = \pm 83$ Ответ: $(8; -83)$ и $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16
 $x^2 + y^2 = a^2$ — окружность, с ~~ра~~ центром в начале координат и радиусом $|a|$
 $y = x^2 - 6x + a$ — квадратичная дуга, график параболы, $a > 0$ — ветвь вверх
 $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $x_0 = -\frac{-6}{2} = 3$
Из того, что $x^2 + y^2 = a^2$ — график является окружностью, то $x \in [-|a|; |a|]$

Чем дальше точка отдалена от абсциссы от x_0 , тем у нее значение больше. Левый край угла на $3 - (-|a|) = 3 + |a|$, а правый край $a \leq 3$, то на $3 - |a|$, а если $a > 3$, то на $|a| - 3$. В обоих случаях левый край находится дальше от правого, а значит именно в точке с абсциссой $-|a|$ наименьшее значение у $x^2 - 6x + a$ (то на край может быть макс. значения, т.е. дуга убывает при $x \in (-\infty; 3]$ и возрастает при $x \in [3; +\infty)$).

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

Поэтому

$$f(-|a|) = 8$$

$$(-|a|)^2 - 6 \cdot (-|a|) + a = 8$$

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$\begin{cases} a^2 + 7a - 8 = 0 & (2) \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 & (1) \\ a < 0 \end{cases}$$

$$1) a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac; \Delta = 25 - 4 \cdot (-8) = 57$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; x = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$(2) a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases} \text{ — по теореме Виета, с помощью теоремы Виета}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \\ a \geq 0 \\ a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

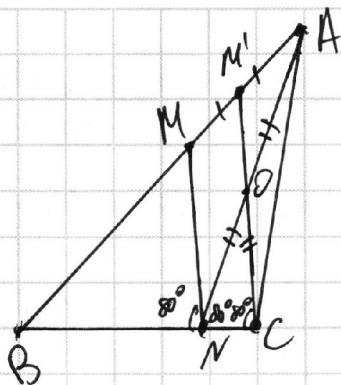
Ответ: $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$ или $a = 1$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\angle 7$
 $\triangle ABC$; $M \in AB$, $N \in BC$
 $\angle ANC = \angle MNB = 80^\circ$
 $BM = M'C$
 Найти:
 $\angle CAN$

Решение

1. Пусть M' - середина AM

2. $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{MA}{2}}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MM'}$$

3. Рассмотрим $\triangle BMN$ и $\triangle BM'C$
 Рассмотрим $\triangle BMN$ и $\triangle BM'C$

$$\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BM'}, \text{ по доказанному}$$

$\angle MBN$ - общий

$$\frac{BM}{MM'} = \frac{BN}{NC} = k, \text{ то } \frac{BM}{BM'} = \frac{BN}{BC} = \frac{k}{k+1}$$

Значит, $\triangle BMN \sim \triangle BM'C$ (по двум сторонам и углу между ними). Из подобия следует

$\angle BCM' = \angle BMN = 80^\circ$, значит $CM' \parallel MN$, т.к. это соответственные углы при CM' , MN и секущей BC

4. $CM' \perp AN = 0$

В $\triangle CON$: $\angle ONC = 80^\circ = \angle OCN$, значит $\triangle CON$ - равноб. с осн. NC и $ON = OC$

5. В $\triangle AMN$, M' - середина AM и $M'O \parallel MN$, значит $M'O$ - средняя линия и $AO = NO$. Из подобия $AO = OC$, и $\triangle AOC$ - равноб.

6. $\angle AOC = \angle ONC + \angle OCN = 80^\circ + 80^\circ = 160^\circ$, или внешний угол $\triangle OCN$, а значит $\angle CAN = (180^\circ - 160^\circ) : 2 = 20^\circ : 2 = 10^\circ$. Проверка при основании в $\triangle AOC$ с $\angle AOC = 160^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

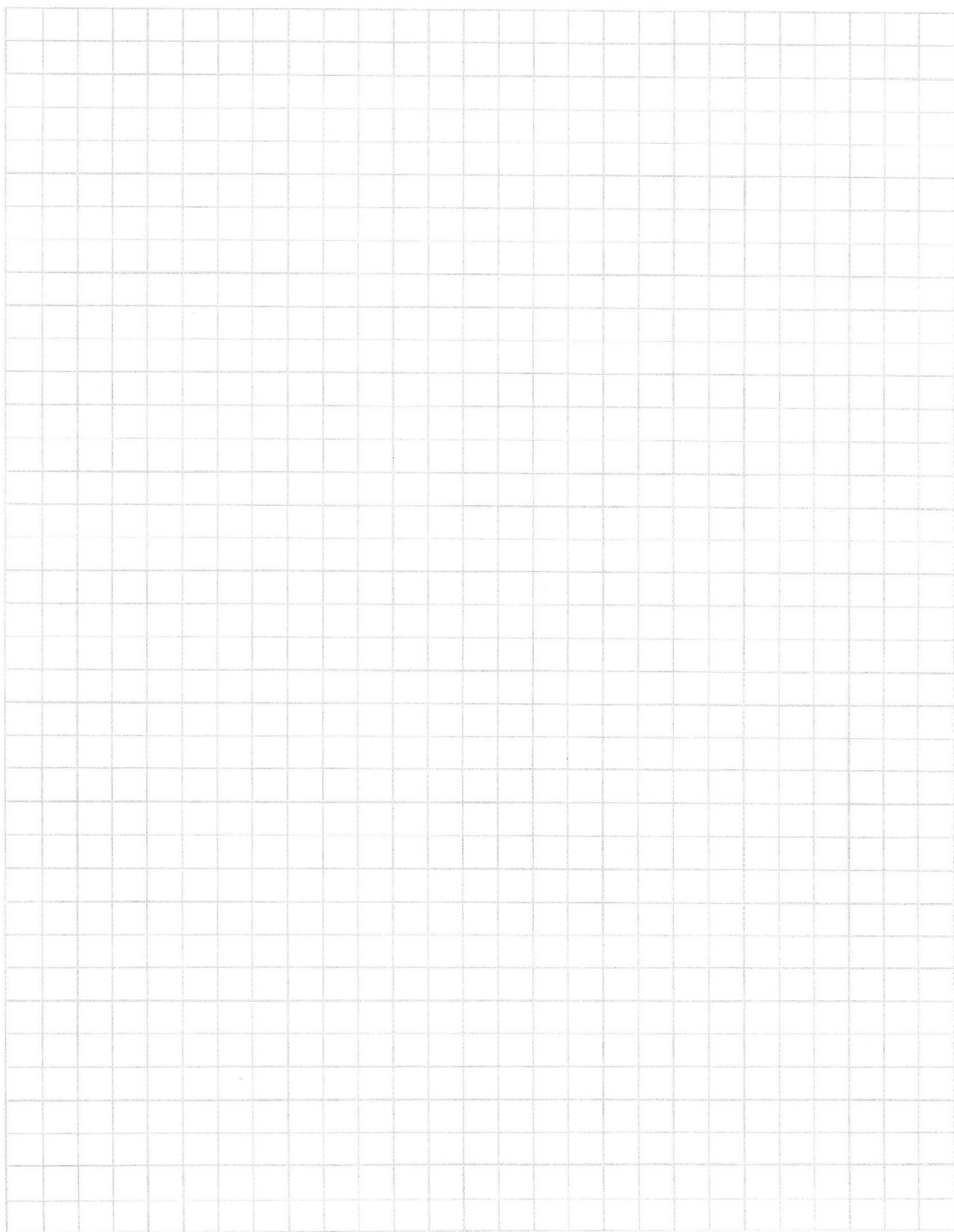
5
☐

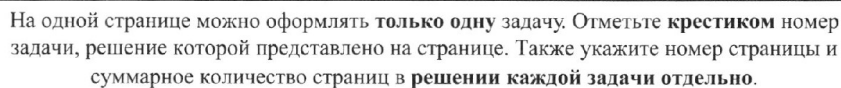
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

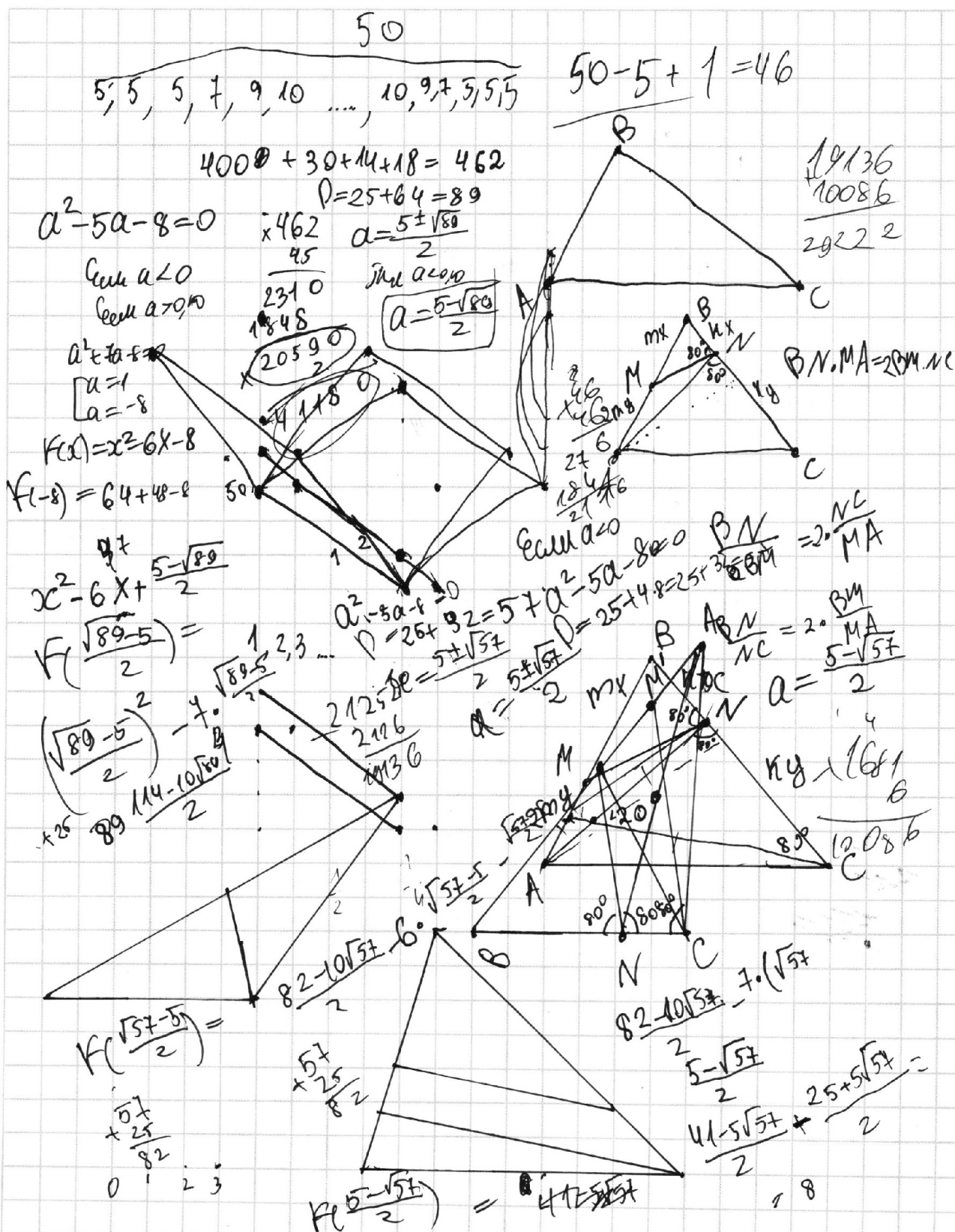
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



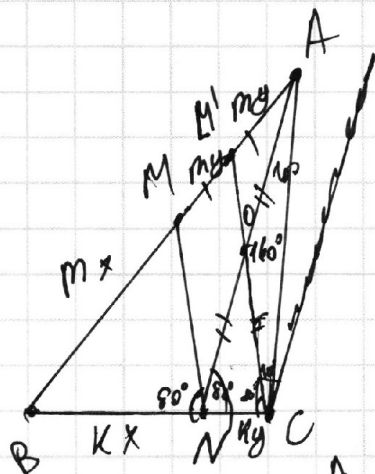


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

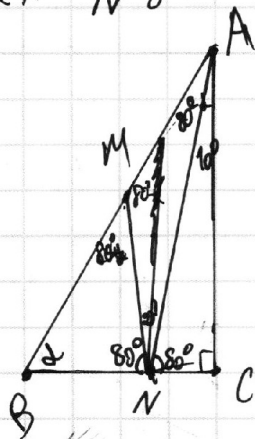


$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{MA}{2}}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MM'} \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BM'C$$

$$\begin{aligned} MN \parallel M'C &\Rightarrow \angle NCM' = 80^\circ = \angle A \\ MM' = M'A &\Rightarrow AO = ON \\ M'O \parallel MN &\Rightarrow CO = ON \\ AO = CO &\Rightarrow \angle COA = 160^\circ \Rightarrow \angle CAN = 10^\circ \end{aligned}$$



$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NC}{MA}$$



200%

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ 19 \\ \hline \end{array}$$

$$1+2+6+24+120+720$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n=35$$

$$n=20$$

$$n! \cdot (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! \cdot (n^2 + 3n + 2 + n+1) = n! \cdot (n^2 + 4n + 3) = n! \cdot (n+3)(n+1) = (n+1)! \cdot (n+3)$$

$$100 \div 20 = 5$$

$$n=358$$

$$n=360$$

$$18$$

$$16$$

$$90 \div 20 = 4.5$$

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3$$

$$2a = x^2$$

$$a^3 + (a+1)^3 + (a+2)^3 + (a+3)^3 + (a+4)^3$$

$$2a = x^2$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3, \quad N \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{N}, N \geq 6$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ 38 \\ \hline 304 \\ 304 \\ \hline 144 \\ 144 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25k^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot k^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^6$$

$$a+2 = 5 \cdot 8$$

$$a = 38$$

$$38^2 + 38 + 4 = 20^3 + 10$$

$$1444 + 1521 = 2965$$

$$2965 + 1600 = 4565$$

$$4565 + 1681 = 6246$$

$$6246 + 1764 = 8010 = 20^3 + 10$$

$$N^3 = 125k^3$$

$$a-9=9 \Rightarrow a=18$$

$$N \geq 6 \Rightarrow K \neq 1$$

$$K=4$$

$$N=20$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 \geq 4$$

$$(x-1)^2 \geq 2^2$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x-1 \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 1 + 7$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$D \neq \text{нет корней}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \geq 0$$

$$0 < 3x^2 - 2x + 4$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} \geq 2x - 1 < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^L + (19 \cdot 2^L \pm 90) \quad -45 \quad 45$$

$$\begin{array}{r} 2024 \ 2 \\ 1012 \ 2 \\ \hline 506 \ 2 \end{array}$$

$$253 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 126 \\ 16 \\ \hline 126 \ 756 \\ 126 \ 126 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 46 \\ \hline 276 \\ 186 \\ \hline 2436 \end{array}$$

$$2^{x-L} = 19 \cdot 2^L \pm 90$$

$$2^{x-2L} (2^{x-2L} - 19) = \pm 90$$

$$2^{L-1} (2^{x-2L} - 19) = \pm 45$$

$$L=2$$

$$2^{x-2} - 19 = \pm 45$$

$$2^{x-2} = 64$$

$$x-2 = 6$$

$$x = 8$$

$$y = 194$$

$$y = 107$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 194$$

$$y = 1$$