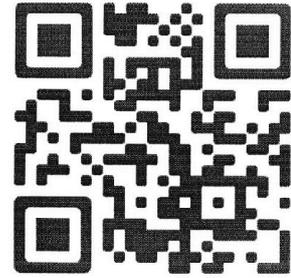




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n!(n+1 + (n+1)(n+2)) = n!(n+1 + n^2 + 3n + 2) = n!(n^2 + 4n + 3) = \\ &= n!(n^2 + n + 3n + 3) = n!(n(n+1) + 3(n+1)) = n!(n+3)(n+1) = (n+1)!(n+3) \end{aligned}$$

$$361 = 19^2$$

$$(n+3) : 19, \text{ при } n = 16, 35, \dots; \quad \text{и } 361, \text{ при } n = 35, \dots$$

$$(n+1)! : 19, \text{ при } n \geq 18, \quad (n+1)! : 361, \text{ при } n \geq 38, \text{ т.к. } 38 = 19 \cdot 2,$$

а по этому в $(n+1)!$ была только одна 19

Значит если $n \geq 38$, то точно делится на 361. Следовательно

$$\text{Или, где } (n+3) : 19$$

$$\text{Если } n = 16, \text{ то}$$

$$(n+1)! \cdot (n+3) = 17! \cdot 19 \neq 361$$

$$\text{Если } n = 35, \text{ то}$$

$$(n+1)! \cdot (n+3) = 36! \cdot 38 = 361$$

$$\text{Если } (n+3) \neq 19, \text{ - минимальное } n = 38$$

$$\text{Если } (n+3) : 19 \text{ - минимальное } n = 35$$

$$35 < 38, \text{ значит наименьшее натуральное } n = 35$$

Ответ: при $n = 35$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ — последовательные ^{N/2} чет. числа, тогда
 $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10 = N^3$, $\text{цн } N \in \mathbb{N}, N > 6$

$$\underbrace{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16}_{= 5a^2 + 20a + 20} - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$N^3 \div 5$, ~~это~~ т.к. 5 — простое, то $N \div 5$, т.е. $N = 5k$

$$5a^2 + 20a + 20 = 125k^3$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25k^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot k^3$$

Если $k=1$, $N=5$, не подходит условию, значит $k > 1$

Левая часть — ^{точка} квадрат, значит и справа должен быть точный квадрат

$5^2 \cdot k^3 = (5 \cdot k)^2 \cdot k \Rightarrow k$ — точный квадрат. Наименьший точный квадрат отличен от 1 — $4(2^2)$, \Rightarrow предположим при $k=4$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^6$$

$$a+2 = 5 \cdot 2^3$$

$$a+2 = 40$$

$$a = 38$$

Пусть $a \in \mathbb{N}$, значит $k=4$ подходит, т.е. $N = 5 \cdot 4 = 20$

Ответ: ^{проверка}
 $38^2 + 39^2 + 40^2 + 41^2 + 42^2 - 10 = 1444 + 1521 + 1600 + 1681 + 1764 - 10 = 2965 + 1600 + 1681 + 1764 - 10 = 4585 + 1681 + 1764 - 10 = 6246 + 1764 - 10 = 8010 - 10 = 8000 = 20^3$

Всё верно

Ответ: ~~N~~ $N = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x|$$

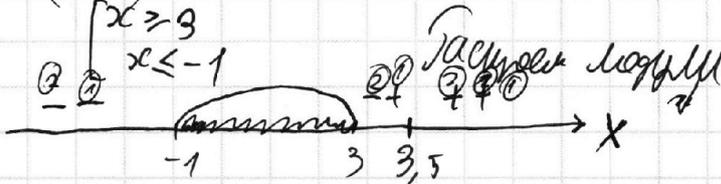
① ~~N2~~ ② N3

$$\text{OR } 3: x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$x \leq -1$$



$$\text{Случай } x \leq -1 \text{ и } x > 3$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3}+|7-2x|$$

$$-3 \leq x \leq 3,5 \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+2x-7$$

$$x > 3,5$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x$$

$$x \leq -1$$

$$0 \geq 0$$

- все x в про

$$3 < x \leq 3,5$$

$$4x \leq 14$$

$$x > 3,5$$

$$5 + \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$x \leq 3,5$$

$$x > 3,5$$

- нет решения

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$x^2-2x-3 \geq 4x^2-4x+1$$

$$1-2x \geq 0$$

$$x \leq 0,5$$

$$x \leq -1$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

①



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \\ 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \\ 1 - 2x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ - график параболы, $a > 0$ - ветви вверх, $D < 0$, значит все неотрицательно т.е. у $3x^2 - 2x + 4 \leq 0$ нет корней т.е. x

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x = \frac{1}{2} \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -4 \text{ - нет таких } x \\ 3 \leq x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

Ответ: $x \in [3; 3,5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

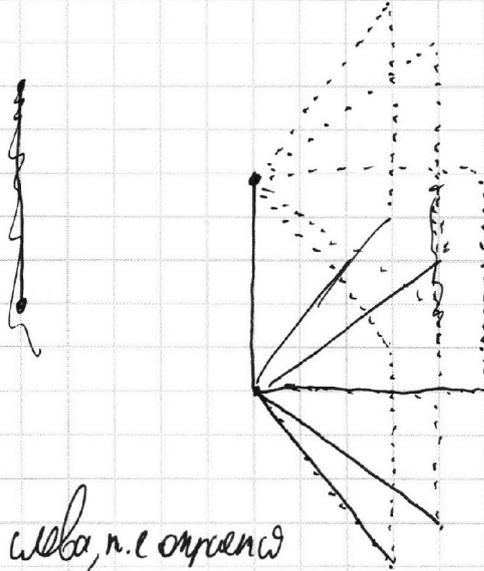
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрим сколько ребер отрезается на вертикальной средине ^{и 4}
линией 5



И симметрично слева, т.е. отрезается 10 ребер

На каждой отрезки с абсциссой 1 отрезается 5, с 2 - 5, с 3 - 7, с 4 - 7, с 5 - 9, с 6 - 10, с 7 - 10, с 8 - 9, с 9 - 7, с 10 - 5, т.е. всего
 $5 + 5 + 5 + 7 + 9 + 10 + 10 + 9 + 7 + 5 + 5 = 10 \cdot 40 + 30 + 14 + 18 = 400 + 62 = 462$
50 среза

И на каждой вертикали таких срезов 46, т.е. всего

$$\begin{array}{r} \times 462 \\ 46 \\ \hline 2772 \\ 1848 \\ \hline 21252 \end{array}$$

Аналогично с горизонтальными, получаем по формулам 21252, но мы посчитали только диаметр дерева, значит по вертикали и горизонтально 10626, по формулам и вертикали мы получили объем малой шкалы, а их $46 \cdot 46 = 2116$. Итого всего нет $10626 \cdot 2 - 2116 = 21252 - 2116 = 19136$.

Оформлять начислить ребра, где все сходится не летит по формулам и вертикали.



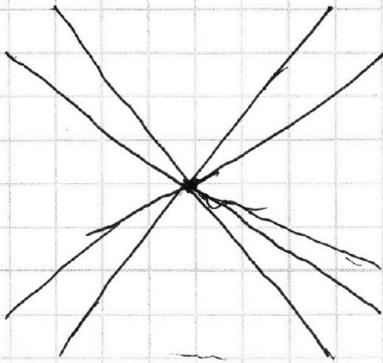
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим на рисунке, у неё таких ромбов $C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$



Но мы посчитали, не все 3 ромба имеют одну вершину, тогда $4 \cdot 24$

тогда ~~содержатся~~ все ромбы имеют хотя бы одну вершину с абсциссой и ординатой от 5 до 45 (если не параллельны сторонам)

Всего точек с абсциссой и ординатой от 5 до 45 - $41 \cdot 41 = 1681$. В каждой по 24 ромба и мы хотим считать сколько, тогда всего их

$$\frac{1681 \cdot 24}{4} = 1681 \cdot 6 = 10086$$

Складываем оба случая, получаем всего ромбов $19136 + 10086 = 29222$

Ответ: 29222 ромба



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

Левая в одной стороне мы хотим получить число вида $19 \cdot 2^l$, где $l \in \mathbb{Z}$

в другой будет $19 \cdot 2^l + 90$ или $19 \cdot 2^l - 90$, т.е

$$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^l \cdot (19 \cdot 2^l \pm 90)$$

$$2^{x-l} = 19 \cdot 2^l \pm 90$$

$$2^l (2^{x-2l} - 19) = \pm 90$$

$$2^l (2^{x-2l} - 19) = \pm 45$$

Если $x - 2l \leq 0$, то

$$2^{x-2l} - 19 \leq -18 \quad \text{или} \quad -18 < 2^{x-2l} - 19 \leq -18, \text{ т.к. } 2^{x-2l} \leq 1 \text{ и } 2^{x-2l} \geq 0$$

Если $x - 2l > 0$, то

Если $x - 2l > 0$, то $2^{x-2l} - 19 > -18$, т.е. не парадокс в -45 , но

значит решим и $x - 2l > 0$, тогда

$$2^{l-1} (2^{x-2l} - 19) = \pm 45, \text{ т.к. } l \geq 0, \text{ то } l-1 \geq -1, \text{ если } l=0, \text{ то}$$

$$\frac{1}{2} (2^{x-2l} - 19) = \pm 45$$

$$2^{x-2l} - 19 = \pm 90$$

$$\begin{cases} 2^{x-2l} = 109 \\ 2^{x-2l} = -71 \end{cases} \text{ Нет таких } x \in \mathbb{Z}$$

Поскольку $l-1 \geq 0$, если $l \neq 0$, то будет слева в левой части тем-ное число, но в правой целое, значит $l \neq 0$ тоже не подходит, значит $l=1$

$$2^0 (2^{x-2} - 19) = \pm 45$$

$$\begin{cases} 2^{x-2} = 64 \\ 2^{x-2} = -26 \end{cases}$$

8. Получим $x = 6 - 2 = 6$ подходит, т.е. $x = 8$

$$19 \cdot 2^8 + 2025 = y^2 : 83 \cdot 83 = 6889$$

$$19 \cdot 256 + 2025 = y^2$$

$$4864 + 2025 = y^2$$

$$y^2 = 6889$$

значит $y = \pm 83$ Ответ: $(8; -83)$ и $(8; 83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = a^2$ — окружность, с ^{№6} центром в начале координат и радиусом $|a|$
 $y = x^2 - 6x + a$ — квадратичная дуга, график параболы, $a > 0$ — ветвь вверх
 $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $x_0 = -\frac{-6}{2} = 3$
 Из того, что $x^2 + y^2 = a^2$ график является окружностью, то $x \in [-|a|; |a|]$

Чем дальше точка отдалена по абсциссе от x_0 , тем у нее значение больше. Левый край угла на $3 - (-|a|) = 3 + |a|$, а правый если $a \leq 3$, то на $3 - |a|$, а если $a > 3$, то на $|a| - 3$. В обоих случаях левый край находится дальше от правого, а значит именно в точке с абсциссой $-|a|$ максимальное значение у $x^2 - 6x + a$ (к этому краю могут быть макс. значения, т.е. дуга убывает при $x \in (-\infty; 3]$ и возрастает при $x \in [3; +\infty)$).

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

Поэтому

$$f(-|a|) = 8$$

$$(-|a|)^2 - 6 \cdot (-|a|) + a = 8$$

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$\begin{cases} a^2 + 7a - 8 = 0 \quad (2) \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \quad (1) \\ a < 0 \end{cases}$$

$$1) a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 25 - 4 \cdot (-8) = 57$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}; x = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$2) a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases} \text{ — по теореме, обратной теореме Виета}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \\ a \geq 0 \\ a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$ или $a = 1$

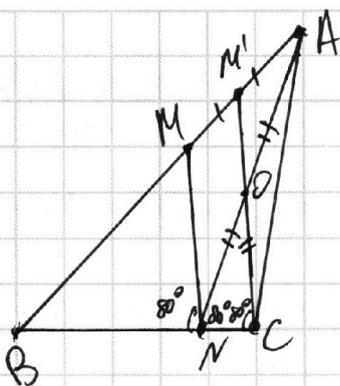
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Доказано: $BN \neq MA$
 $\triangle ABC$; $M \in AB$, $N \in BC$
 $\angle ANC = \angle MNB = 80^\circ$
 $BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$
 Найти:
 $\angle CAN$

Решение

1. Пусть M' - середина AM

2. $BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NC$

$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{MA}{2}}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MM'}$$

3. Если $\frac{BN}{NC} = k$, то $\frac{BM}{MM'} = k$, то $\frac{BM}{BC} = \frac{k}{k+1}$

Рассмотрим $\triangle BMM'$ и $\triangle BMC$

• $\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BM'}$, то доказано

• $\angle MBM'$ - общий

Значит, $\triangle BMM' \sim \triangle BMC$ (по двум сторонам и углу между ними). Из подобия

следует $\angle BCM' = \angle BMM' = 80^\circ$, значит $CM' \parallel MM'$, т.к. это соответственные

углы при CM' , MM' и секущей CM

4. $\angle CM'A = 0$

В $\triangle CON$, $\angle ONC = 80^\circ = \angle OCN$, значит $\triangle CON$ - равноб. с осн. NC и $ON = OC$

5. В $\triangle AMN$, M' - середина AM и $M'O \parallel MN$, значит $M'O$ - средняя линия и $AO = ON$

Из подобия $AO = OC$, и в $\triangle AOC$ - равноб.

6. $\angle AOC = \angle ONC + \angle OCN = 80^\circ + 80^\circ = 160^\circ$, или внешний для $\triangle OCN$, а значит $\angle CAN = (180^\circ - 160^\circ) : 2 = 20^\circ : 2 = 10^\circ$. Проверим при основании в $\triangle AOC$ с $\angle AOC = 160^\circ$

Ответ: $\angle CAN = 10^\circ$

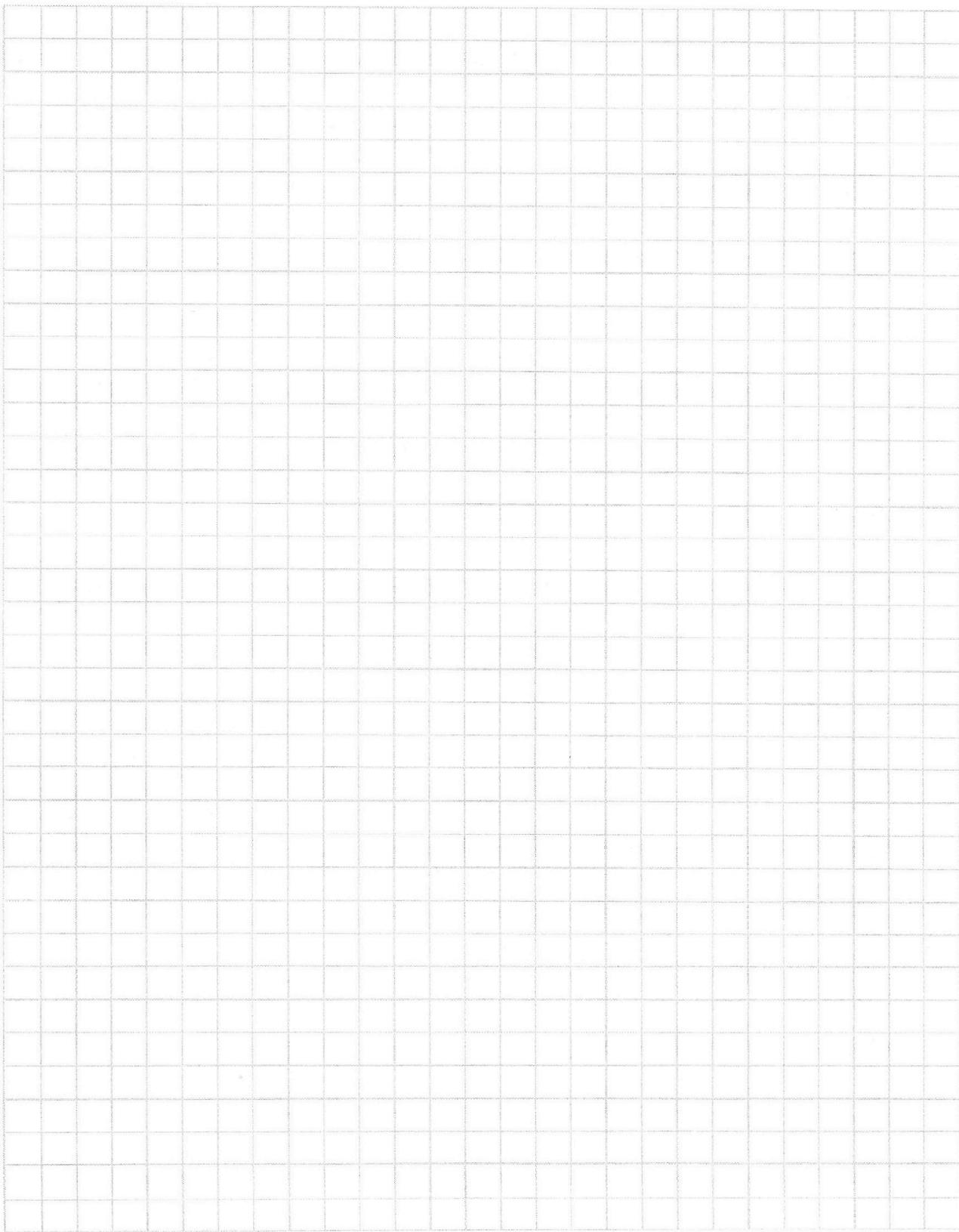


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



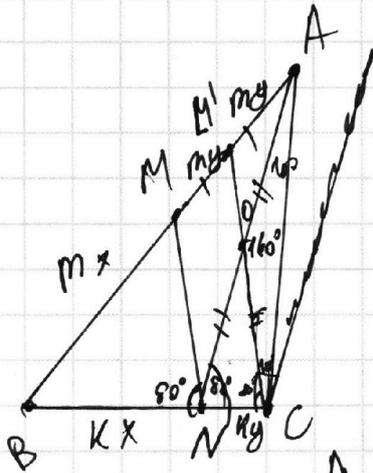


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{MA}{2}}$$

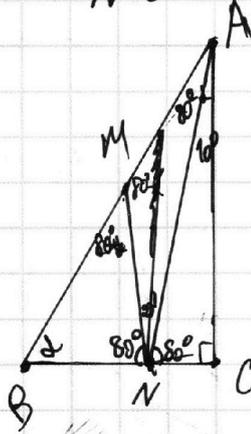
$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MM'} \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BM'C$$

$$MN \parallel M'C \Rightarrow \angle NCM' = 80^\circ = \angle A$$

$$MM' = MA \Rightarrow AO = ON$$

$$M'O \parallel MN \Rightarrow CO = ON$$

$$\left. \begin{array}{l} AO = CO \\ \angle COA = 160^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle CAN = 10^\circ$$



$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$

$$\frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NC}{MA}$$



Handwritten scribbles and lines.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 361 \overline{)19} \\ 19 \\ \hline \end{array}$$

$$1+2+6+24+120+720$$

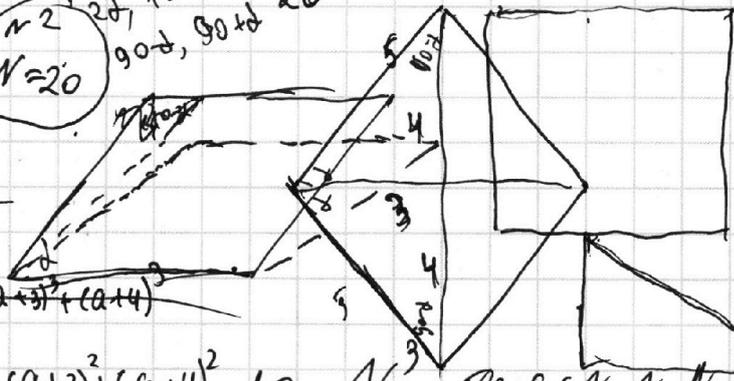
$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array}$$

$n=1$
 $n=35$

$n=2$
 $N=20$

$$n!(n+1+(n+1)(n+2)) = n!(n^2+3n+2+n+1) = n!(n^2+4n+3) = n!(n+3)(n+1) = (n+1)!(n+3)$$

$n=358$ $k=3$ 18 16
 $90 \rightarrow, 90 \rightarrow$ 20 37 35



$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2$$

$$2d = 20$$

$$a^2+(a+1)^2+(a+2)^2+(a+3)^2+(a+4)^2$$

$$2d = 20$$

$$a^2+(a+1)^2+(a+2)^2+(a+3)^2+(a+4)^2 - 10 = N, \quad N \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{N}, N \geq 6$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$N^3 : 5 \Rightarrow N : 5 \Rightarrow N^3 : 125$$

$$\begin{array}{r} \times 38 \\ 38 \\ \hline 304 \\ 144 \\ \hline 1744 \end{array}$$

$$40^2 = 1600$$

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ 41 \\ \hline 164 \end{array}$$

$$38 + 34 = 72$$

$$1444 + 1521 = 2965$$

$$2965 + 1600 = 4565$$

$$4565 + 1681 = 6246$$

$$6246 + 1764 = 8010 = 20^3 + 10$$

$$a^2 + 4a + 4 = 25k^3$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot k^3$$

$$(a+2) = 5 \cdot k^{3/2}$$

$$a+2 = 5 \cdot 8$$

$$a = 38$$

$$N^3 = 125k^3$$

$$N = 5k$$

$$N > 6 \Rightarrow k \neq 1$$

$$k=4, N=20$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 \geq 4$$

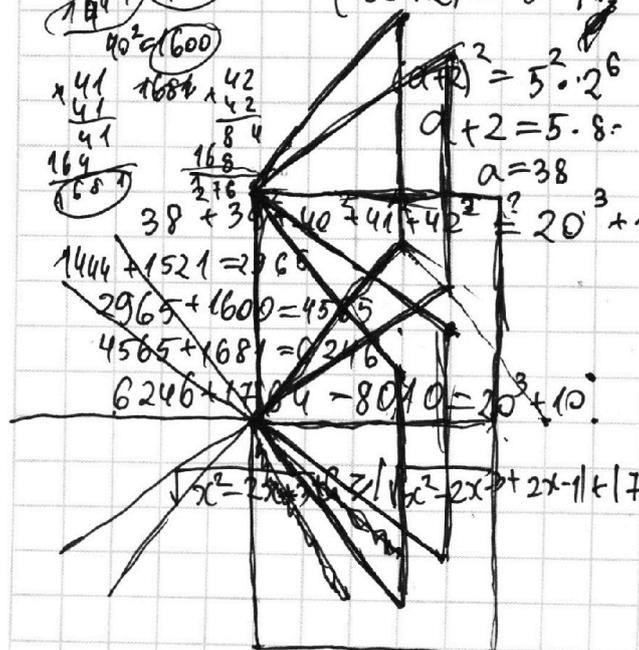
$$(x-1)^2 \geq 2^2$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x-1 \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \geq 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^L + (19 \cdot 2^L \pm 90) \quad -45 \quad 45$$

a	253
0	0
±1	1
±2	4
±3	9
±4	0
±5	0
±6	9
±7	4
8	1

2025/16

$$\begin{array}{r} 126 \\ 16 \overline{) 2025} \\ \underline{176} \\ 265 \\ \underline{240} \\ 25 \end{array}$$

126/16

$$\begin{array}{r} 756 \\ 16 \overline{) 126} \\ \underline{112} \\ 146 \\ \underline{128} \\ 186 \\ \underline{160} \\ 266 \\ \underline{240} \\ 266 \end{array}$$

$$2^{x-L} = 19 \cdot 2^L \pm 90$$

$$2^L (2^{x-2L} - 19) = \pm 90$$

$$2^{L-1} (2^{x-2L} - 19) = \pm 45$$

a	2025
0	0
±1	4
±2	0
±3	0
±4	7

2^x

2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
---	---	---	---	----	----	----	-----	-----	-----	------

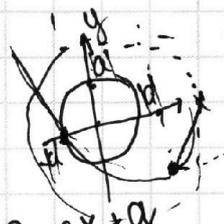
2^{x-2} = 19 \cdot 2^L \pm 90

2^{x-2} - 19 = \pm 45

2^{x-2} = 64

x-2 = 6

x = 8



$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

152 - 45 = 107

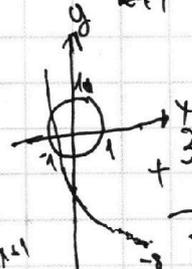
152 + 45 = 197

$$x^2 - 6x + a = 0$$

x_1 = 3

x_2 = a - 9

x \in [-1; 10]



$$f(-a) = a^2 + 6a + a$$

$$a^2 + 7a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

a = 1

a = -8

$$19 \cdot 2^x = (16+3) \cdot 2^x = 19 \cdot 2^x$$

$$= 2^{x+4} + 3 \cdot 2^x$$

259

$$\begin{array}{r} 256 \\ 19 \overline{) 259} \\ \underline{237} \\ 22 \end{array}$$

1608

$$\begin{array}{r} 1608 \\ 19 \overline{) 1608} \\ \underline{1520} \\ 88 \\ \underline{88} \\ 0 \end{array}$$

4864 + 2025 = 6889

$$\begin{array}{r} 83 \\ 83 \overline{) 4864} \\ \underline{664} \\ 2200 \\ \underline{1660} \\ 540 \\ \underline{539} \\ 1 \end{array}$$

Сумма < 6

Сумма > 6, но

$$f(-a) + f(a) = a^2 + 6a + a - a^2 + 6a + a = 12a + 2a = 14a$$

12|a| > 0

a > 0

