



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} N1 \quad n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = \\ &= n! (1+n+1 + n^2 + 3n + 2) = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$n! (n+2)^2 : 361 \quad 361 = 19^2$$

$$n! (n+2)^2 : 19^2$$

1) $n! : 19^2 \Rightarrow$ найм. $n = 38$, т.к. в $38!$ встречается 19 и 38, дающие факториал на 19^2 , а $37!$ имеет только 19 и факториал только на 19.

$$\begin{array}{ccc} 2) \quad n! : 19, & (n+2)^2 : 19 \\ \Downarrow & \Downarrow \\ \text{наим } n=19 & \text{наим } n=17 \end{array}$$

Можно найти $n=17$, т.к. если $(n+2)^2 : 19$, то и $(n+2) : 19$, поскольку в разложении квадрата на простые множители все они в четных степенях.

$$3) (n+2)^2 : 19 \Rightarrow \text{наим } n = 17$$

Ответ: найм. $n = 17$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



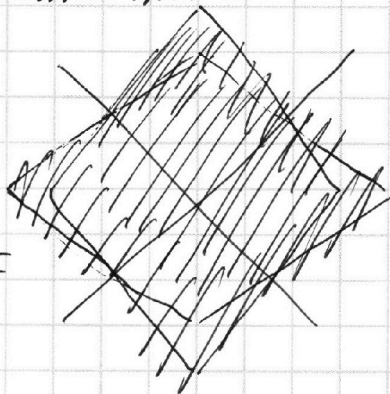
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Замени сумму квадратов 5ми последовательных н.ч.
чисел такой образом:

$$\begin{aligned}(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 &= \\&= a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = \\&= 5a^2 + 10\end{aligned}$$



После вычитания 10 остается $5a^2$

$$5a^2 = N^3$$

$$5a^2 : 5 \Rightarrow N^3 : 5 \Rightarrow 5a^2 : 5^3 \Rightarrow a^2 : 25 \Rightarrow a : 5$$

т.к. мы ищем наим. N , то надо найти наим. a , т.к. $5a^2$
возрастает при $a > 0$. Мога т.к. $a : 5$ а нам нужно наим.
 a , то $a = 5b$, где $b : 5$. И теперь нам нужно найти b .

$$\text{Получим } 5 \cdot (5b)^2 = 5^3 \cdot b^2 = N^3 \Rightarrow b^2 - \text{куб наим. числа}$$

т.к. b^2 - квадрат, то все простые множители в его разложении
в степенях, кратных 2, т.к. b^2 - куб, то все его простые
множители в степенях, кратных 3. т.к. 2 и 3 - взаимно-
простые, то все простые множители в степенях, кратных 6

$$\text{Минимальное подходящее } b^2 = 2^6$$

$$\text{Мога } N^3 = 5^3 \cdot 2^6 \quad N = 5 \cdot 2^2 = 20 \quad \text{Ответ: наим. } N = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

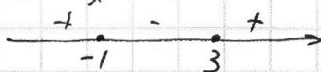
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 Q13: $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0, \quad x^2-2x-3 \geq 0$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} + 6 > 0$$

$6 > 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ 2x \leq 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \geq 1 \\ x \leq 3,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [0,5; 3,5] \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6 \quad \text{верно}$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0 \\ 7 - 2x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x > 3,5 \end{cases} \quad x > 3,5$$

$$\begin{cases} x > 3,5 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

$$x > 3,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq \frac{14}{4}$$

$$x \leq 3,5$$

но $x > 3,5$, значит ~~нет~~ нет решений

$$3) \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x^2-2x-3} - 2x - 1 < 0 \\ 7 - 2x < 0 \Rightarrow x > 3,5 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} < 1 - 2x$$

т.к. $\sqrt{x^2-2x-3} > 0$, то $1 - 2x > 0 \Rightarrow x < 0,5$

$$x < 0,5$$

$$x > 3,5$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3,5; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 2x - 7$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -12$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -6$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Остался четвертый случай, когда $\sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 < 0$ и $7-2x > 0$, но из полученных решений $x \in [3; 3,5]$, $x \in (-\infty; -1] \cup (3,5; +\infty)$ получается, что $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$, это совпадает с ОДЗ, значит это и есть ответ задачи.
Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Работодательно задается тремя своими вершинами.
Точки в узлах сетки на расстоянии 5 от точки O:

$$\text{т.к. } 5^2 = 0^2 + 5^2 \text{ и } 5^2 = 3^2 + 4^2$$

Других точек нет, поскольку

$$\text{если } 5^2 = x^2 + y^2, \text{ то } x, y \leq 5$$

$$\text{если } x = 1, \text{ то } y^2 = 24, y \text{ не целое}$$

$$\text{если } x = 2, \text{ то } y^2 = 21, y \text{ не целое}$$

Пусть точка O — самая левая вершина рабды,
если таких x несколько, то самая левая из них.

Можно все возможные соседние ей по стороне вершины
такие:

Количество способов выбрать 2 точки из данных 6 —
это количество разностей рабдов (неразличимых
рабдов не подразумеваются те, которые нельзя превра-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

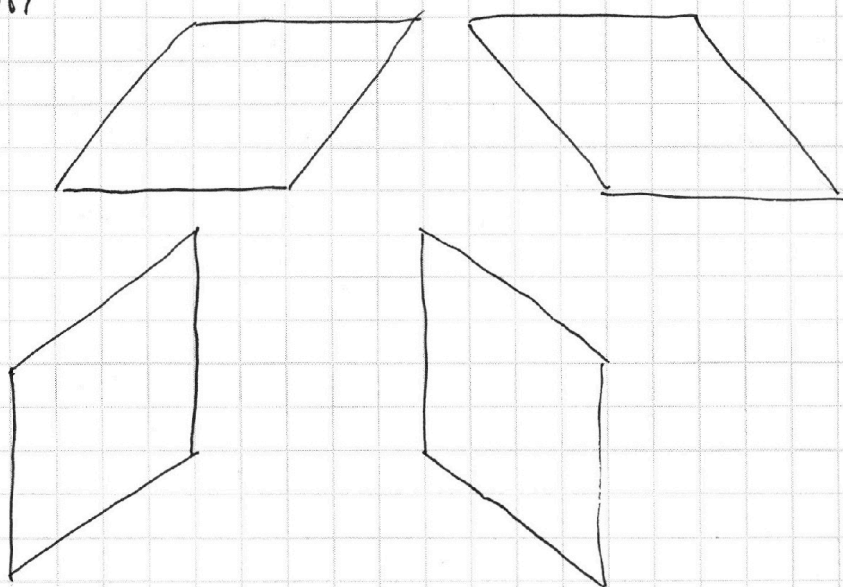
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нить друг в друга параллельные черновики, т.е.
рамбы



различны), т.к. если взять точку O не за крайнюю
нижнюю вершину, то в новой рамбе такая вершина
будет, а значит его можно определить через все n
уже принадлежащие стороны. Это количество равно

$$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Вот все возможные различные рамбы:

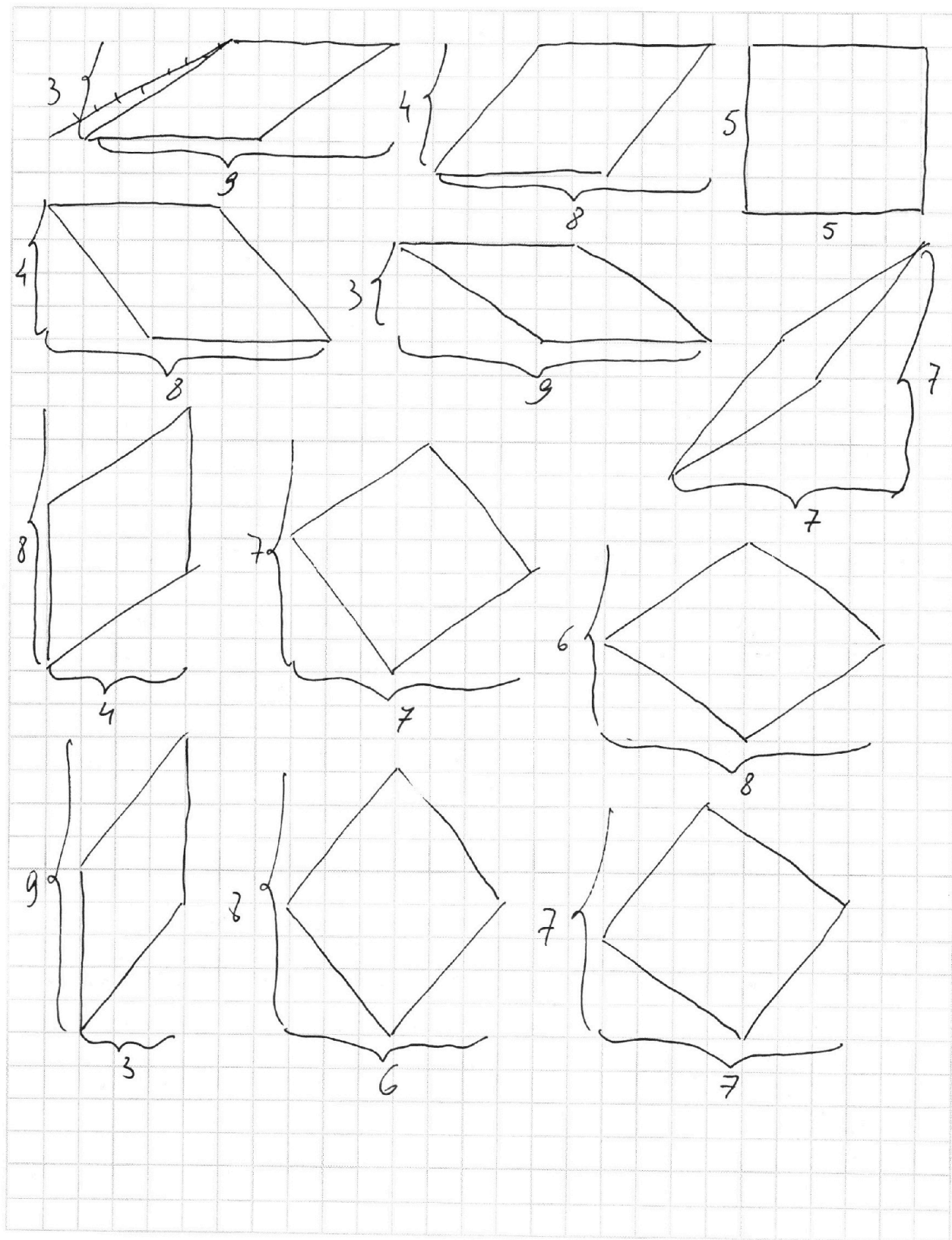


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



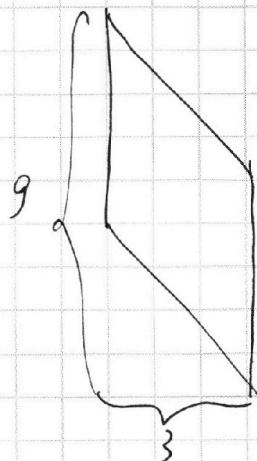
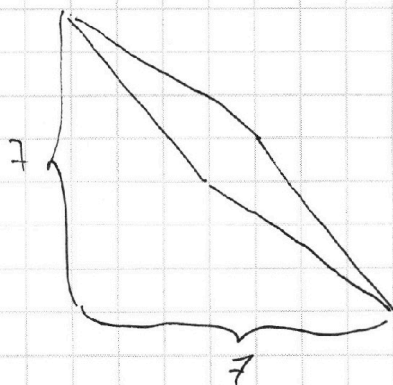
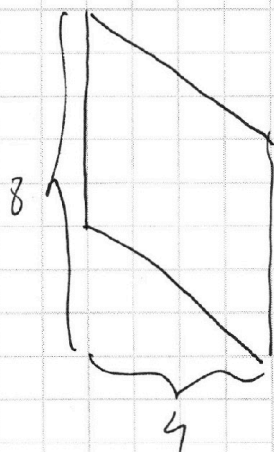


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Их можно разбить на 5 групп: 3×9 , 4×8 , 7×7 , 6×8 , 5×5 .

т.к. абсциссы и ординаты их вершин — целые числа в промежутке $[1; 50]$, то рабы размещаются в квадрате 50×50 .^{назек} Посчитать количество расположений рабы — тоже самое, что посчитать количество расположений прямоугольников соответствующего размера, т.к. если какая-либо сторона прямоугольника выйдет за пределы квадрата, то одна из вершин рабы тоже не войдет в квадрат. А поскольку мы размещаем прямоугольники в квадрате, то неважно горизонтальный или вертикальный прямоугольник, т.к. ~~каждый~~ квадрат симметричен относительно поворота на 90° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь посчитаем кол-во прямоугольников разного размера:

1) 5×5

Если прямоугольник находится в квадрате, то его левая нижняя вершина тоже находится в фиксированной области.

Для прямоугольника 5×5 эта область 44×44 , т.к. квадрат 50×50 ногек это квадрат 49×49 и вершина не может находиться в правых 5ти или верхних 5ти ногках.

Прямоугольник известной размеров определяется по одной из левой вершины относительно, зная кол-во расположений этой вершины равно кол-ву расположений прямоугольника.

Область 44×44 - это область 45×45 ногек. Зная кол-во расположений прямоугольник 5×5 равно $45 \times 45 = 45^2$

В этом прямоугольнике вычитается лишь фиксированная область, поэтому умножаем на $1: 45^2$.

2) 3×9

Аналогично прямоугольнику 5×5 область имеет левую вершину для 3×9 — $4^7 \times 4^1$ ногек

Этому прямоугольнику соответствует 4 ряда, поэтому умножаем на $4: 4 \cdot 4^7 \cdot 4^1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) 4×8

Область ртутной левой вершины этого прямоугольника — 4×4 ногек

Этому прямоугольнику соответствуют 4 ромба, умножаем на 4: $4 \cdot 4 \cdot 4$.

4) 7×7

Область этого прямоугольника — 43×43 ногек

Этому прямоугольнику соответствуют 4 ромба, умножаем на 4: $4 \cdot 43^2$

5) 6×8

Область этого прямоугольника — 44×44 ногек

Этому прямоугольнику соответствуют 2 ромба, умножаем на 2: $2 \cdot 44 \cdot 44$.

~~Найдем~~ Остаток сложить ответы.

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 4 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 42 \cdot 46 + 4 \cdot 43^2 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\
 & = 2025 + 4((44-3)(44+3) + (44-2)(44+2) + 43^2) + 2(43-1)(43+1) = \\
 & = 2025 + 4(44^2 - 9 + 44^2 - 4 + 43^2) + 2(43^2 - 1) = \\
 & = 2025 + 8 \cdot 44^2 + 4 \cdot 43^2 - 13 \cdot 4 + 2 \cdot 43^2 - 2 = \\
 & = 2025 + 8 \cdot 44^2 + 6 \cdot 43^2 - 54 = 2025 + 15488 + 11094 - 54 = \\
 & = 28553 \quad \text{Ответ: } 28553
 \end{aligned}$$



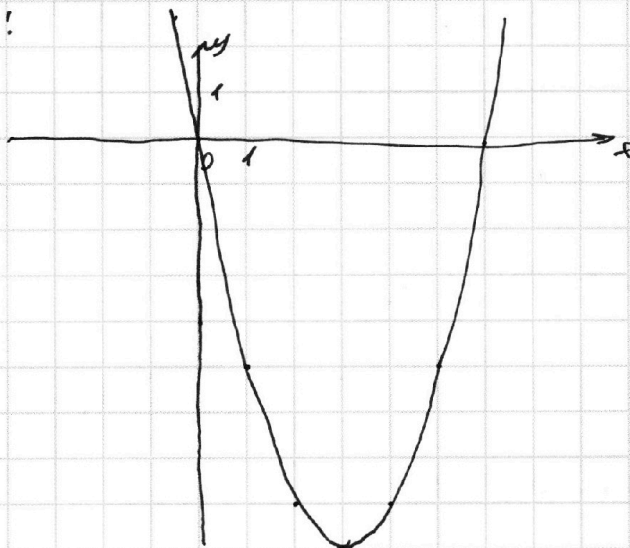
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 При $a = 0$ поугаси выражение $x^2 - 6x$, его график будет так:



Параметр a отвечает за перемещение графика вдоль Oy .

$x^2 + y^2 = a^2$ — окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом $|a|$

$$x \in [-|a|; |a|]$$

при $x \geq 0$ Пусть исходное выражение равно $f(x)$. тогда при $x > 0$

$$f(x) < f(-x): x^2 - 6x + a < x^2 + 6x + a$$

Также при $x < 0$ ~~и~~ $x_1 < x_2 < 0$ $f(x_1) > f(x_2)$:

$$f(x_1) = x_1^2 - 6x_1 + a \quad f(x_2) = x_2^2 - 6x_2 + a$$

т.к. $x_1 < x_2 < 0$, то $x_1^2 > x_2^2$, $-6x_1 > -6x_2$, $a = \text{const}$

Значит, сложив три выражения получим $x_1^2 - 6x_1 + a > x_2^2 - 6x_2 + a$

Тогда на промежутке $[-|b|; |b|]$ максимум достигается при $x = -|b|$ по выше показанному.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А м.к. $x^2 + y^2 = a^2$, то $x \in [-|a|; |a|]$, $\max_{[-|a|; |a|]} f(x)$ достигается

тоже при $x = -|a|$

$$1) a > 0 \Rightarrow x = -a$$

$$\max_{[-a; a]} f(x) = (-a)^2 - 6(-a) + a = 8$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$a_1 = -8$$

$$a_2 = 1$$

по т. Виета

м.к. $a > 0$, то $a = 1$

$$2) a < 0 \Rightarrow x = a$$

$$\max_{[a; -a]} f(x) = a^2 - 6a + a = 8$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$49 < 57 < 64 \Rightarrow 7 < \sqrt{57} < 8 \Rightarrow 5 - \sqrt{57} < 0 \Rightarrow a_2 < 0$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\max_{[0;0]} f(x) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 6 \neq 8$$

Значит подтверждающих значений a — два

$$\text{Ответ: } a = 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y + 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv 12 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$y \equiv 12 \pmod{19}$$

$$y - 45 \equiv 12 - 45 \equiv -33$$

$$y + 33 \equiv 0$$

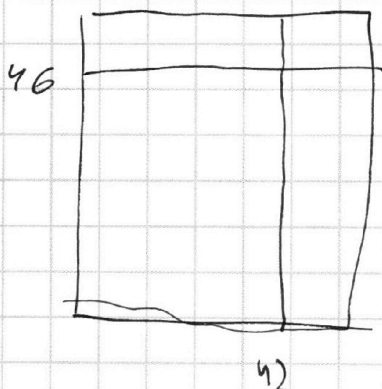
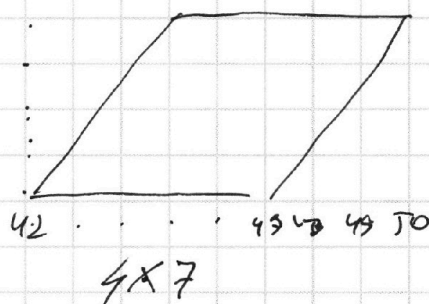
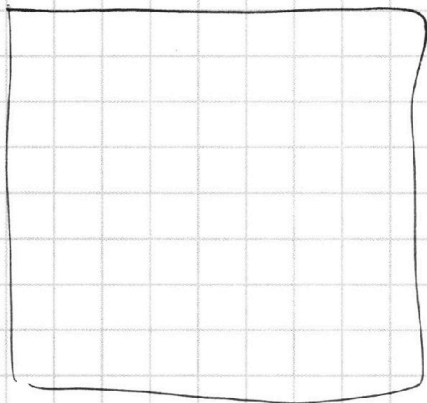
$$y \equiv 5$$

$$x \equiv 2$$

$$y \equiv 1; 3; 5; 7 \pmod{10}$$

$$y \equiv 7; 12 \pmod{19}$$

$$x \equiv 15$$



$$46 \cdot 42$$

$$\begin{array}{r} + 2025 \\ 15488 \\ 11040 \\ \hline 28553 \end{array}$$



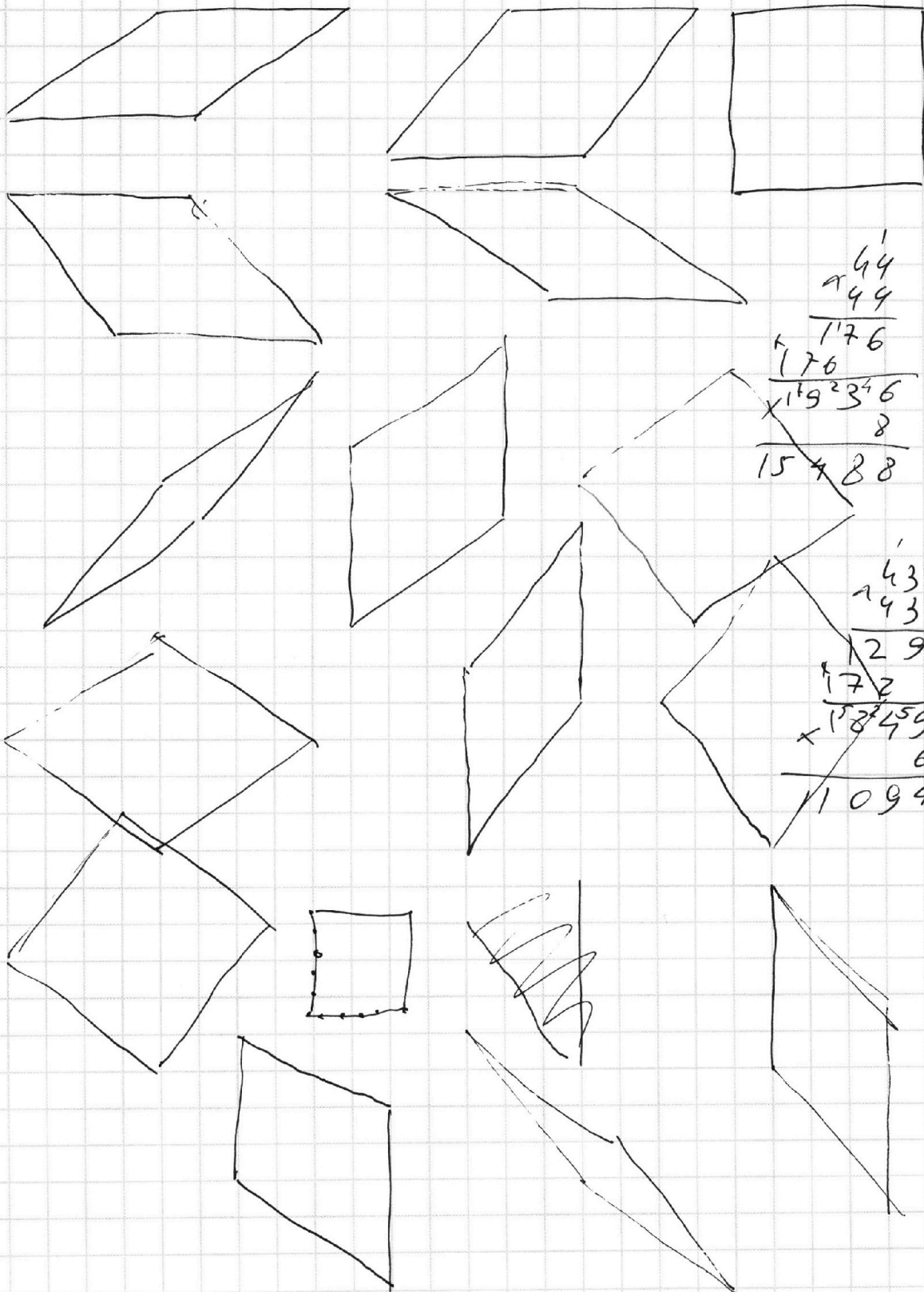
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

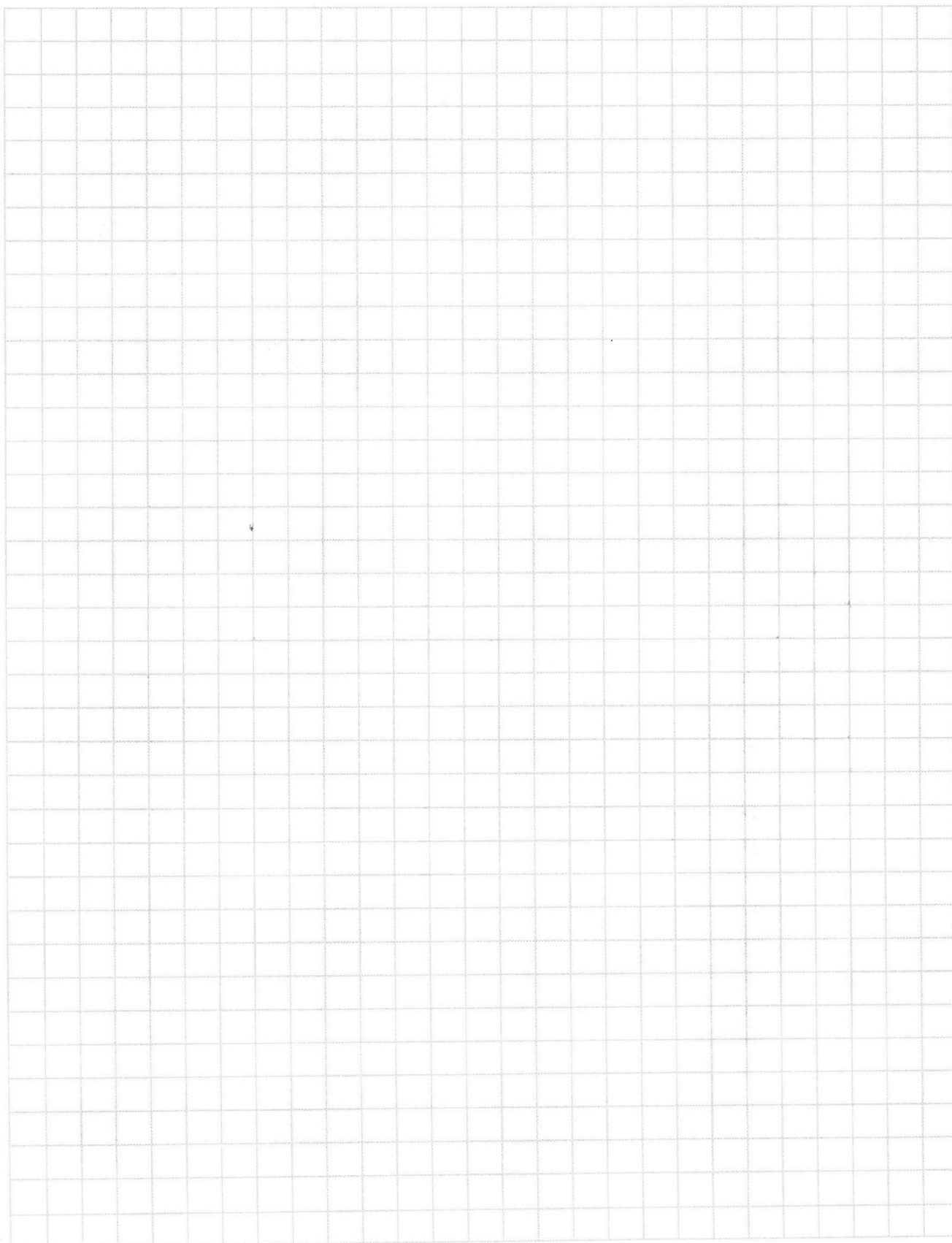
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

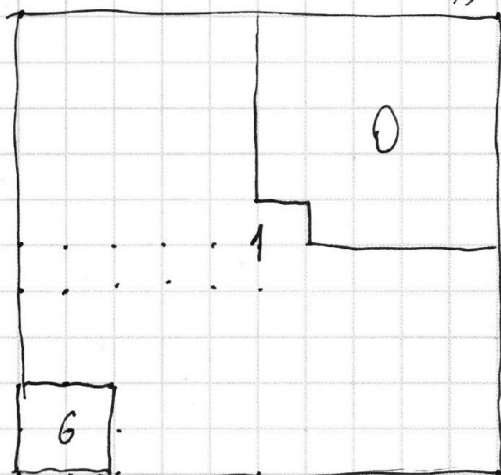
$$y - 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv 45 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$y + 45 \equiv 7 + 45 \equiv 52 \equiv 36 \pmod{19}$$

$$9 \cdot 6$$



$$\begin{array}{r} 0 \\ 11 \\ \hline 24 \\ 39 \\ \hline 46 \\ 55 \\ \hline 66 \\ 79 \\ \hline 84 \\ 91 \end{array}$$

$$2378$$

$$2468$$

$$8642$$

$$53197$$

$$y = 1, 3, 7, 9$$

$$y + 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv -45 \pmod{19}$$

$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

$$x : 2$$

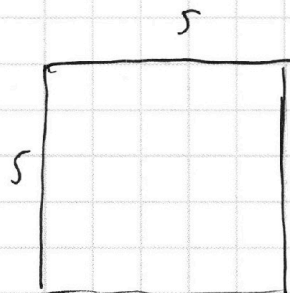
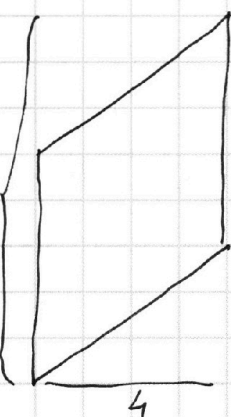
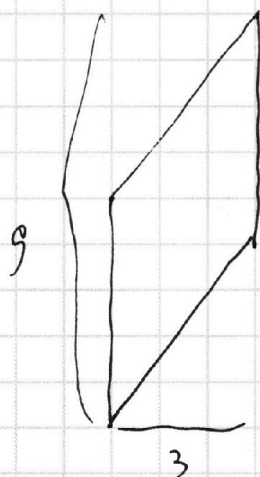
$$19 \cdot 2^x : 2$$

$$2025 : 2 \Rightarrow y^2 : 2$$

$$x > 0$$

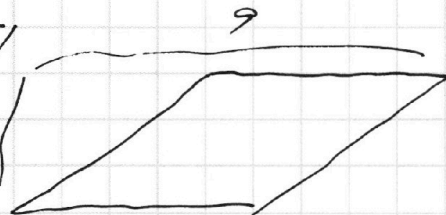
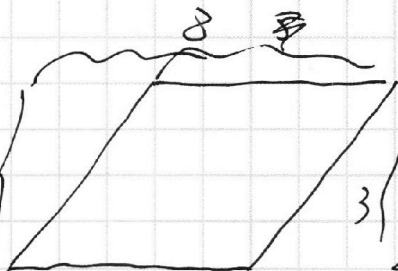
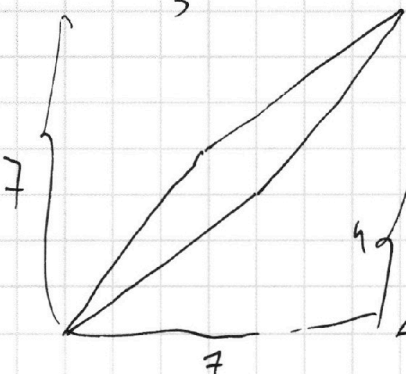
$$y : 2$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$



$$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + \underset{2a}{(a+1)^2} + \underset{4a}{(a+2)^2} + \underset{6a}{(a+3)^2} + \underset{8a}{(a+4)^2} = 5a^2 + 20a + 30$$

$$5a^2 + 20a + 20 = x^3$$

$$5 + 20 + 20 = 45$$

$$20 + 40 + 20 = 80$$

$$45 + 60 + 20 = 125 = 5^3$$

$$80 + 80 + 20 = 180$$

$$125 + 100 + 20 = 245$$

$$180 + 120 + 20 = 320$$

$$245 + 140 + 20 = 405$$

$$320 + 160 + 20 = 500$$

$$5(a+1)^2 + 10(a+1) + 20 =$$

$$= 5a^2 + 20a + 20 =$$

$$= 10a + 5 + 20 = 10a + 25$$

x	x^3	
0	0	0
1	1	1
2	2	2
		3

x	x^2	$5x^2$
0	0	0
1	1	1
2	2	0
3	3	1

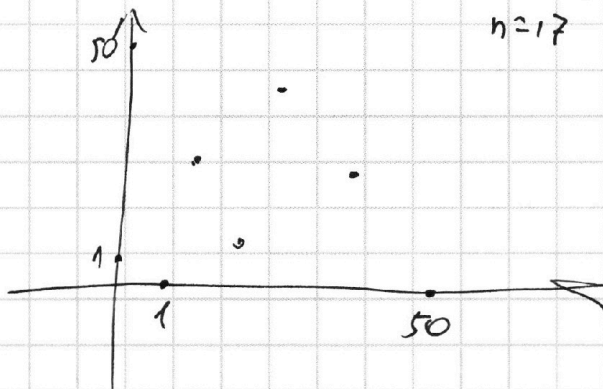
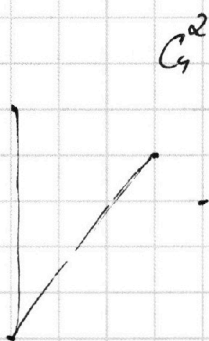
0	0	6
1	1	7
2	8	8
3	7	9
4	4	
5	5	

$$n! + (n+1)! + (n+2)! : 361$$

$$n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n! (n^2 + 4n+4) = n! (n+2)^2 : 361$$

$$n+2 : 19$$

$$n = 17$$



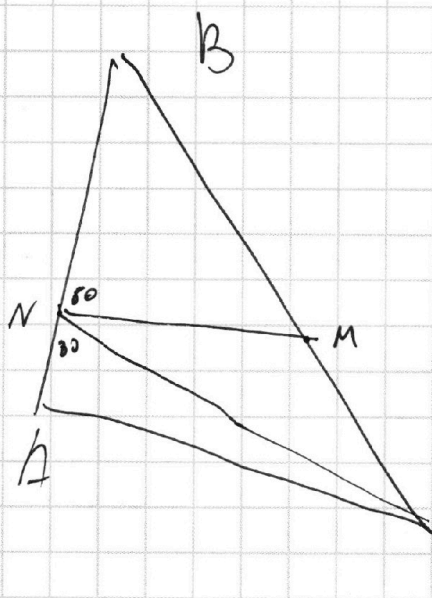


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 6x + a \\ x^2 + 6x + a \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 31 \end{array}$$

$$(a-1)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+1)^2 =$$

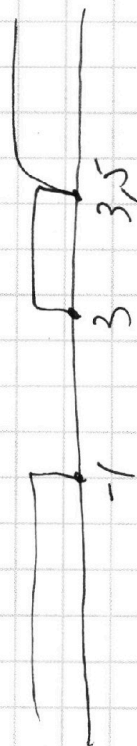
$$= 5a^2 + 10$$

$$5a^2 = x^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2$$

$$a^2 : 25$$

$$a : 5$$



$$(-a)^2 + 6a + a = 8 \quad a > 0$$

$$a^2 + 7a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a = 1$$

$$a_2 = -8$$

$$a^2 - 6a + a = 8 \quad a < 0$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} > 0$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

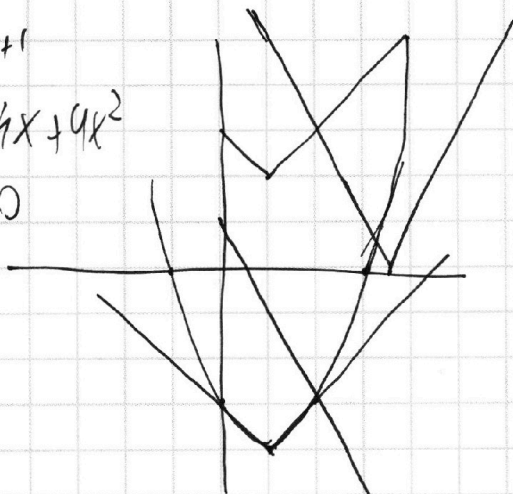
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} = -2x+1$$

$$x^2-2x-3 = 1-4x+4x^2$$

$$3x^2-2x+4=0$$

$$\Delta = 4 -$$



$$3x^2-2x+4=0$$

$$\Delta = 4 - 48 < 0$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$

$$x \leq -1$$

$$x^2-2x-3 = 4 \quad x \geq 3$$

$$x^2-2x+7=0$$

$$\Delta = 4 - 28 = -24$$

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{-24}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{6}i}{2} = 1 - \sqrt{6}i$$

$$x = 1 - \sqrt{6}i$$

$$y = 0$$

$$1) \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0$$

$$2x - 1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq 3,5$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6$$

$$2) \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 \geq 0$$

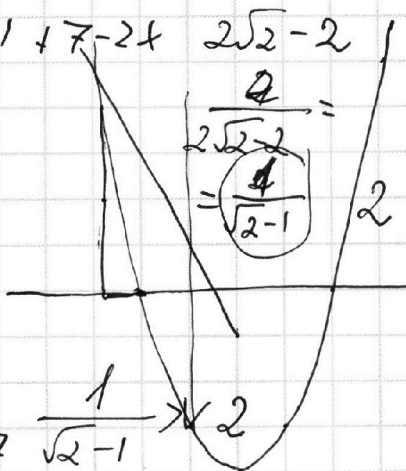
$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$7 - 2x < 0$$

$$2x > 7$$

$$x > 3,5$$

$$x > 3,5$$



$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$3 \geq 2x - 4$$

$$2x \leq 7$$

$$x \leq 3,5$$

$$3) x < \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x + 1$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} = -2x + 1$$

$$x^2-2x-3 = 4x^2-4x+1$$

$$3x^2-2x+4=0$$

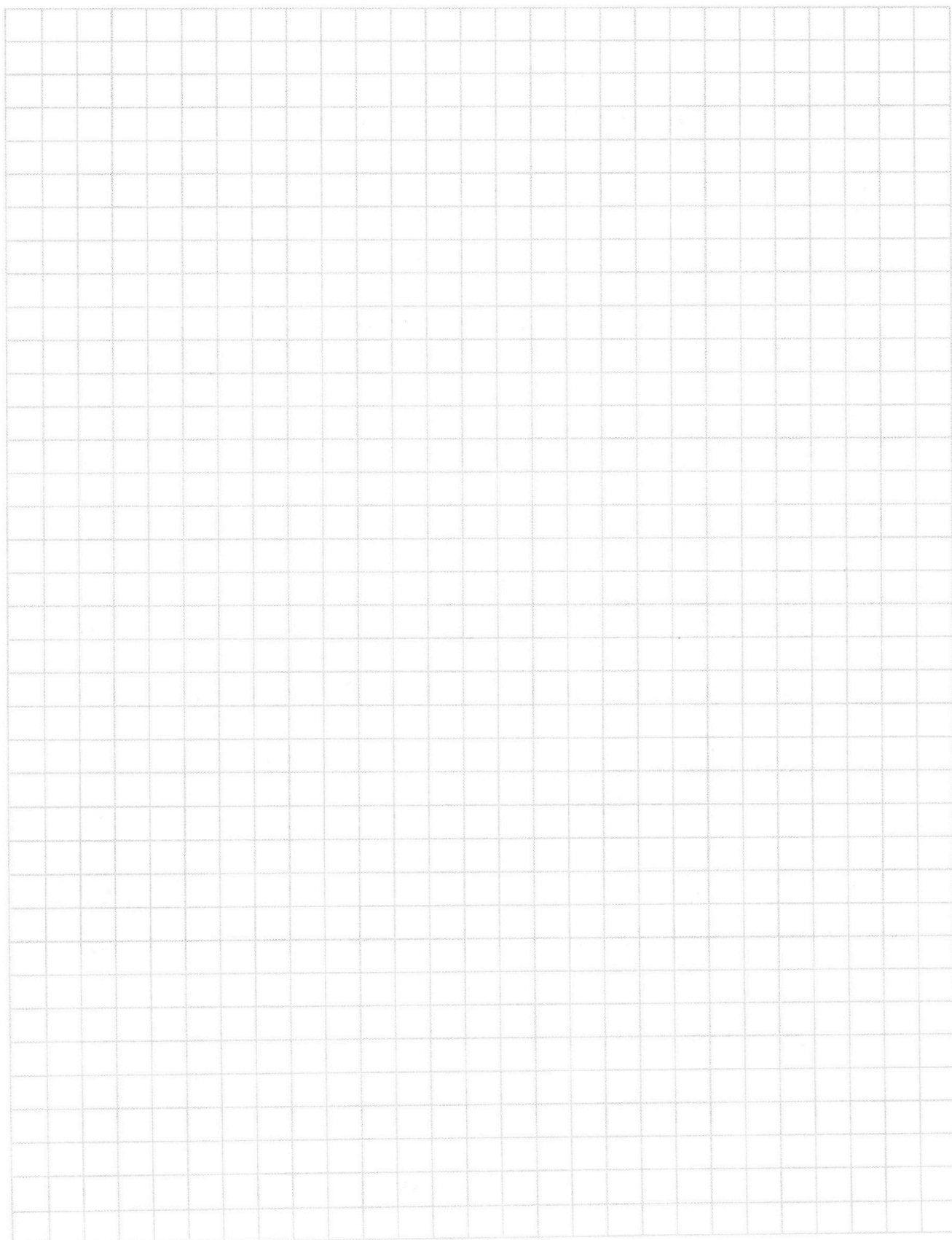


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

