



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1.} \quad n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \left((n+1) + (n+1)(n+2) \right) = \\ = n! \left((n+1)(1+n+2) \right) = (n+1)! \cdot (n+3) \quad : 361$$

361 — пр. (простое), значит один из множителей: 1; 2; 3; ...; $n+1$; n ; $n+1$; $n+3$

делится на 361, значит $n \geq 361 - 3 = 358$.

• Если на 361 делится не $n+3$, то делится $n+1$, где $k \in \mathbb{Z}$; $k \leq 2 \Rightarrow n = 361 - k \geq 359$, значит $n+3 = 361$.)

Ответ: $n = 361$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12. n - натуральное, N - натуральное, $N > 6$

$$S = ((n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2) - 10 = N^3$$

$$S = 5n^2 + (1+1+4+4) - 4n - 2n + 2n + 4n - 1 = 5n^2 = N^3$$

$$\Rightarrow n^2 : 25; \text{ т.к. } N^3 > 6, \text{ то } 5n^2 = 5^3 \cdot p_1^{3\alpha_1}$$

$$\times p_2^{3\alpha_2} \times \dots, \text{ где } \forall \alpha_i \in \mathbb{Z}; \forall \alpha_i \geq 0, \text{ тогда}$$

$$N^3 = 5n^2 \geq 5^3 \cdot 2^3 = 1000, \text{ значит } N \geq 10$$

Ответ: ~~12~~ $N = 10$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√3.

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 0| > |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

I. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 0$, т.к. $\sqrt{a} > 0$, где $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 2x - 3 > 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) > 0, \text{ значит:}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 > 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} > 1 - 2x, \text{ возведем в квадрат, т.к. } x^2 - 2x$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0 - \text{верное неравенство} \Rightarrow$$

$$\text{или } 1 - 2x > 0 \quad (x < 0,5) \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\textcircled{4} \quad \text{При } x > 3,5 \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 > 0$$

$$\textcircled{5} \quad 1. \quad x > 3,5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 > \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x$$

$$0 > 4x - 14 \Rightarrow x < 3,5 \quad \checkmark$$

$$2. \quad 3 \leq x \leq 3,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$0 \geq 2x - 2x - 1 + 7 - 8 = 0$$

$$0 \geq 0 \Rightarrow x = \text{любое}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$3. \quad x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 2 - 4x \quad | :2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 1 - 2x, \text{ возведем в квадрат, т.к. } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 + 1 - 4x$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$; $3 > 0$, значит ветви направлены вверх.
Нет решений.

Ответ: $3 \leq x \leq 3,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

1) Количеством в числах клеток центральных окружностей с радиусом 5:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25, \text{ где } a, b \in \mathbb{N};$$

$$a, b \in \{1; 5; 0\}$$

2) Каждая такая окружность проходит через 12 целых точек:

$$(0; 5); (0; -5); (3; 4); (3; -4); (-3; 4); (-3; -4); (4; 3); (4; -3); (-4; 3); (-4; -3); (5; 0); (-5; 0)$$

↑
для окр $x^2 + y^2 = 25$, для $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$

$(x_0; y_0)$ к x_0 прибавить a к y_0 прибавить b . Пример: $(0; 5) \rightarrow (a; 5+b)$

3) При пересечении 2 окр в этих точках образуются углы с острым углом равным 5.

4) Точки пересечения окружностей находятся в 4 поперечности окр.

5) Т. пересечения не могут быть диаметрально противоположными, иначе окружности совпадают.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Кол-во точек пересечения координат

4

(2; 1)
4 (2; 2)
4 (2; 3)
5 (2; 4)
6 (2; 5)

(2; 6)

7 $OE \{0; 45\}$

6 (2; 46)

5 (2; 47)

4 (2; 48)

$OE \{48; 5\}$

$OE \{1; 3\}$

при $L = 4$ к каждой кон-ге +1
при $L = 5$ +4
при $L = 6$ +3
при $L \in \{6; 45\}$ +3

+ повороты на 90° часа.

Каждый раз по-считаем 4 раза,

значит: $322 \cdot 192 + 50 + 250 + 1050 + 15 \cdot 42^2 =$
 $= 89634$

Ответ: 89634 рама.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5. $x, y \in \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2^x = \frac{y^2 - 2025}{19} = \frac{(y-45)(y+45)}{19}$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^k \cdot 19 \\ y+45 = 2^k \cdot 19 \end{cases}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}; k \geq 0$$

1. $\begin{cases} y-45 = 19 \Rightarrow y = 19+45 \Rightarrow y+45 = 19+90 \neq 2^x \\ y-45 = 2 \cdot 19 \Rightarrow y = 2 \cdot 19+45 \Rightarrow y+45 = 2 \cdot 19+90 = 128 \neq 2^x \end{cases}$

$\begin{cases} y-45 = 2^k \cdot 19, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k \geq 2 \end{cases}$

$$y = 2^k \cdot 19 + 45 \Rightarrow y+45 = 2^k \cdot 19 + 90 = 2^2 (2^{k-2} \cdot 19 + 45) = 2^x, \text{ значит } (2^{k-2} \cdot 19 + 45) : 2$$

тогда $k-2=0: 2^2(2^0 \cdot 19 + 45) = 2^2 \cdot 2^6 = 2^8$,
значит $k=2; y = 4 \cdot 19 + 45 = 121; x=8$

2. $y+45 = 2^k \cdot 19$

$\begin{cases} y = 19-45 \Rightarrow y-45 = 19-90 \neq 2^x \\ y = 19 \cdot 2 - 45 \Rightarrow y-45 = 38-45 \neq 2^x \end{cases}$

$\begin{cases} y = 19 \cdot 2^k - 45, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k \geq 2. \end{cases}$

$y+45 = 2^k \cdot 19 - 90 = 4(19 \cdot 2^{k-2} - 45) = 2^x \Rightarrow$
 $\Rightarrow k=2$ (невозможно) и $4 \cdot (-26) \neq 2^x$ и



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Если $x < 0 \Rightarrow$

$$19 \cdot 2^x \notin \mathbb{Z} \text{ и}$$

$$(19 \cdot 2^x + 2025) \in \mathbb{Z}, \text{ значит}$$

$$y^2 \notin \mathbb{Z} \text{ и.}$$

④ Если $y < 0 \Rightarrow y - 45 < 0$ и

$$\frac{(y-45)(y+45)}{19} = 2^x < 0, \text{ при } -45 < y < 0,$$

значит $y < -45$

. Значит $|y| = 121$; $x = 8$.

Ответ: $(x; y) : (8; 121); (8; -121)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

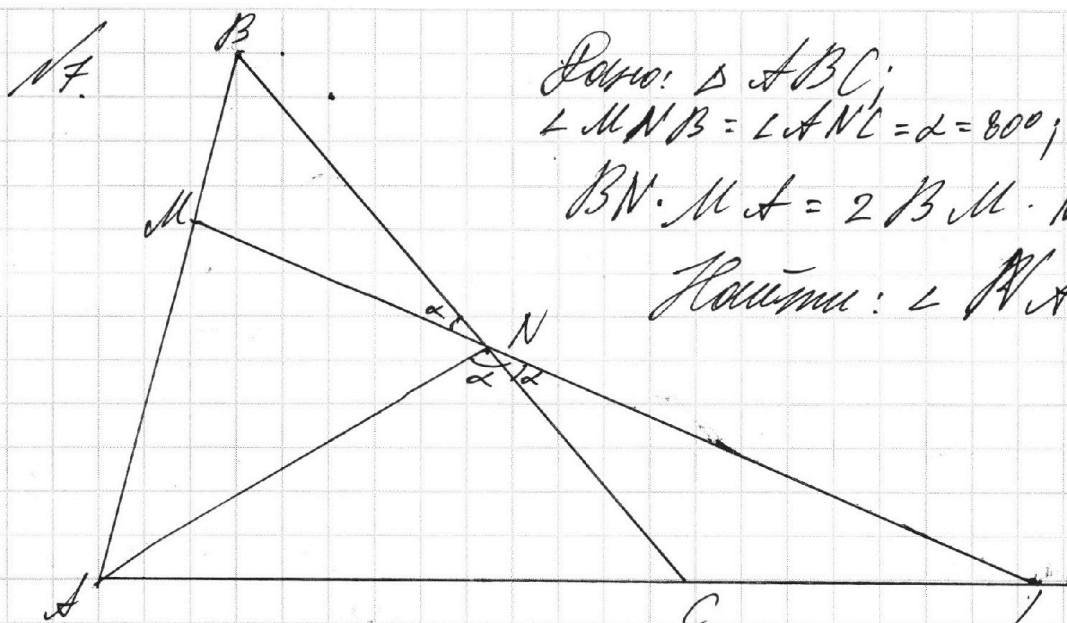
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$;

$\angle MBN = \angle NCL = \alpha = 80^\circ$;

$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$.

Найти: $\angle NAC = ?$

I. Продлим MN за N и AC за C:

$MN \cap AC = L$

① По т. Менелая: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL}{AL} = 1$
(для $\triangle ABC$ и прямой ML)

② $BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC \mid \cdot \frac{1}{NC \cdot MA}$

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2 BM}{MA}$$

подставим в выражение ①:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2 BM}{MA} \cdot \frac{CL}{AL} = \frac{2 CL}{AL} = 1 \Rightarrow AL = 2 CL \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = CL$$

II. $\angle BNM = \angle CNL$ (вертикальные)

$$\angle CNL = \alpha = \angle NCL$$

по условию

$\Rightarrow NC$ - биссектриса и медиана,
значит $\triangle ANC$ - равнобедрен.
 $\angle NAC = 90^\circ - \alpha = 10^\circ$



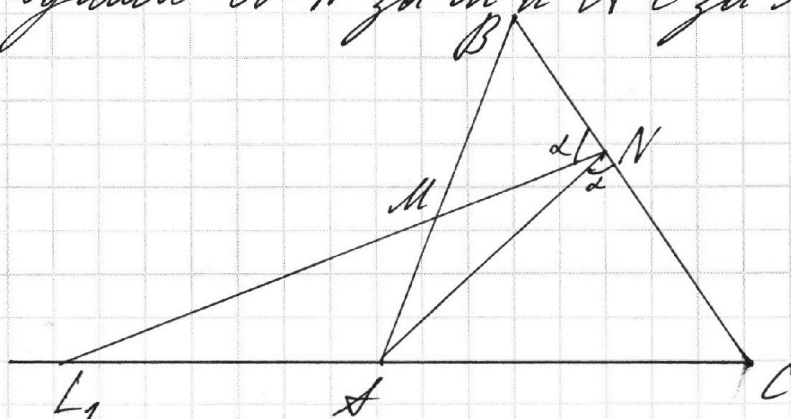
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

III. Рассмотрим случай, если продолжения MN за N и AC за C не пересекаются, значит продолжения MN за M и AC за A : $MN \cap AC = L_1$



Тогда по т. Менелая: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL_1}{L_1A} = 1$
 $\frac{BN}{NC} = \frac{2MB}{AM}$ (пункт I(2)) $\Rightarrow$

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2MB}{AM} \cdot \frac{CL_1}{L_1A} = \frac{2CL_1}{L_1A} = 1 \Rightarrow L_1A = 2CL_1$$

что невозможно, т.к. $CL_1 = AC + L_1A$,
 значит $LC > AL_1$ $\checkmark$

Ответ: $\angle NAC = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

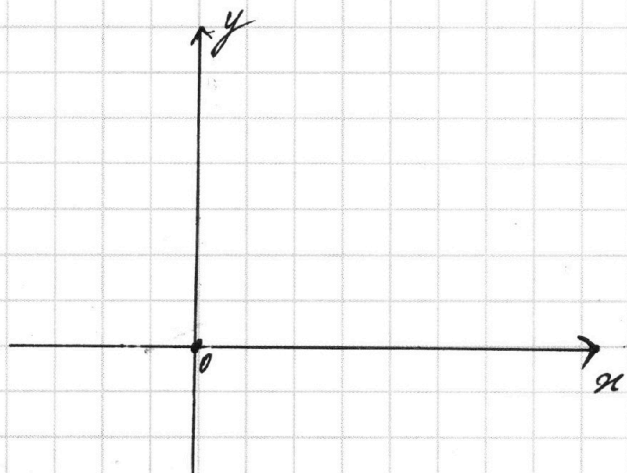
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$x^2 - 6x + (x - 8) = 0$$

$$D = 36 - 4(x - 8) = 36 - 4x + 32 = 68 - 4x = 4(17 - x)$$

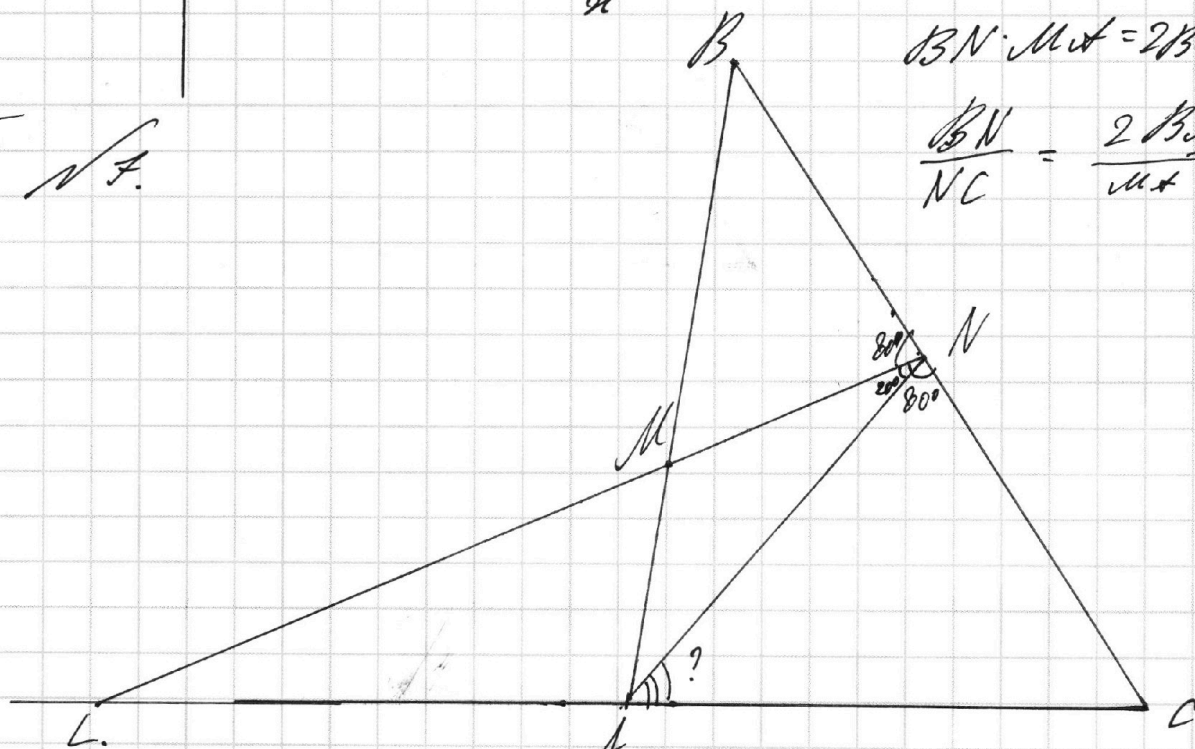


$$x^2 + y^2 = a^2$$

↑
окр. с центром (0;0);
 $r = a$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

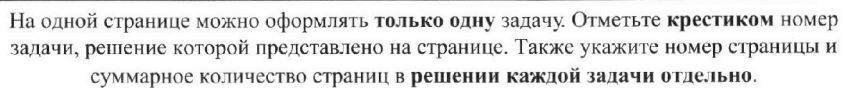
$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$



И. По т. Менелая:

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL}{LA} \cdot \frac{AM}{MB} = 1 = \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{AM}{MB} \cdot \frac{CL}{LA} =$$

$$= \frac{2CL}{LA} = 1 \Rightarrow LA = 2CL$$

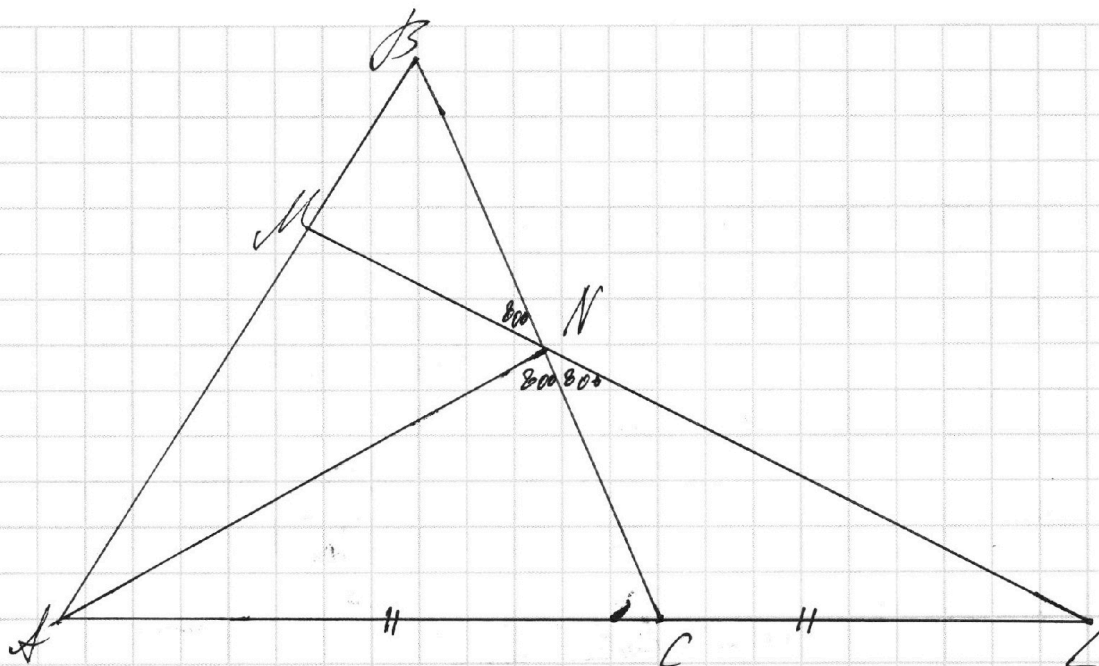


7

☒

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



7. По м. Меркурия: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CL}{LA} = 1 = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{2BN}{BN} \cdot \frac{LC}{LA} =$

$$\frac{2LC}{Lx} = 1 \Rightarrow Lx = 2LC \Rightarrow x = 2L$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

I. $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$, т.к. $\sqrt{a} \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$

① $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

② $x \geq 3,5$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$0 \geq 4x - 14 \quad | : 2$$

$$0 \geq 2x - 7$$

$$x \leq 3,5 \quad \checkmark$$

③ $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x, \text{ возведём в квадрат, т.к. } \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 < 1 - 4x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

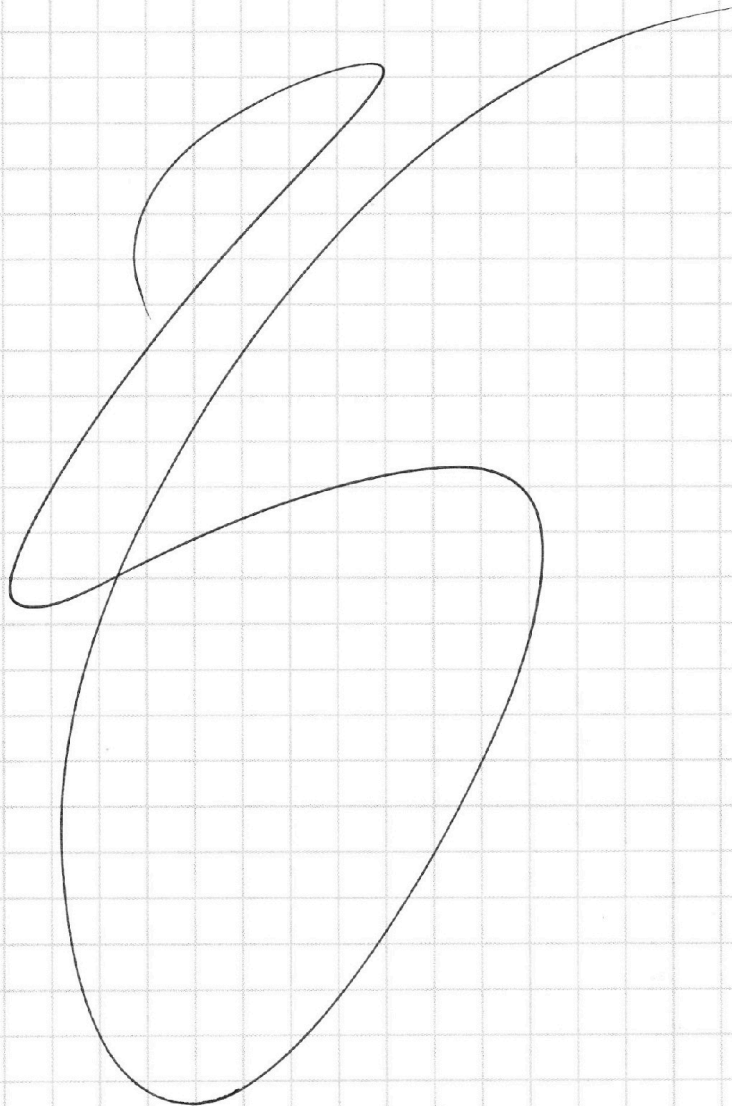


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15. $x, y \in \mathbb{Z}$

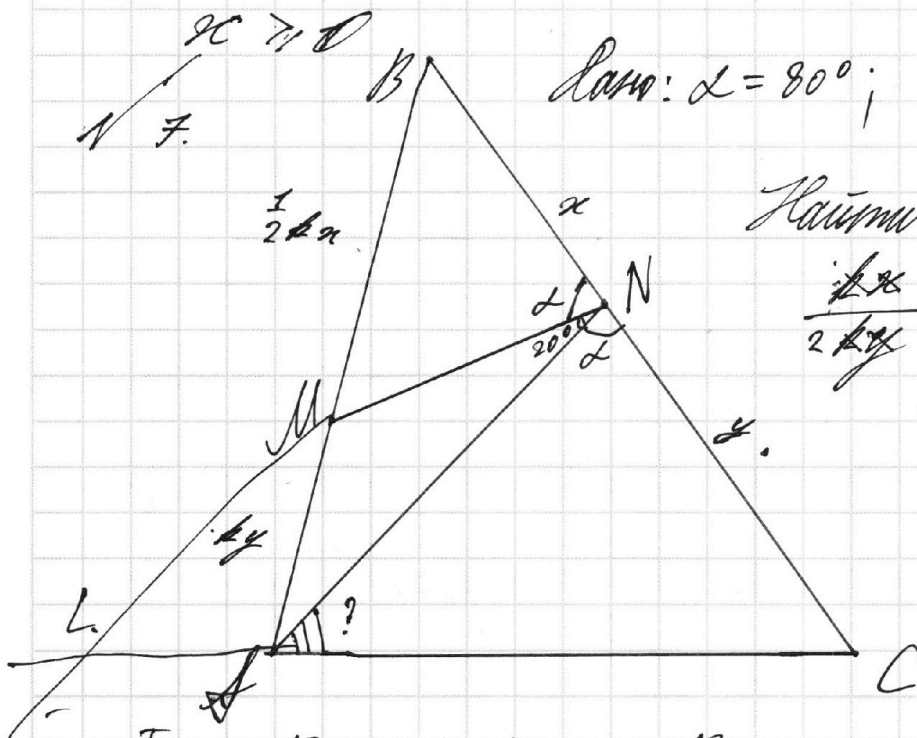
$$19 \cdot 2^n + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 19 \\ \hline 1905 \end{array}$$

$$2025 - 1905 = 120$$

Равно: $\angle = 80^\circ$; $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Найти: $\angle CAN$
 $\frac{BM}{MA} \cdot \frac{AL}{LC} \cdot \frac{y}{x} = 1$
 $\angle L = 2\angle C$



I. $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$; $\frac{BN}{BM} = 2 \frac{NC}{MA}$

$$AB \cdot MB = \left(\frac{1}{2} AC + y \right) \cdot \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AC^2 x \left(\frac{1}{2} xy \right) = \frac{1}{4} AC^2 x^2 + \frac{1}{2} AC^2 xy$$

$$BC \cdot BN = x^2 + xy$$

$xy \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{2LC}{AL} \cdot \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow AL = 2LC$
 $\frac{x}{y} \cdot \frac{LC}{AL} \cdot \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow \frac{2LC}{AL} = 1$
 $AL = 2LC$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②

~~2x~~

$$1 - 2x = \sqrt{4x^2 - 2x + 3}$$

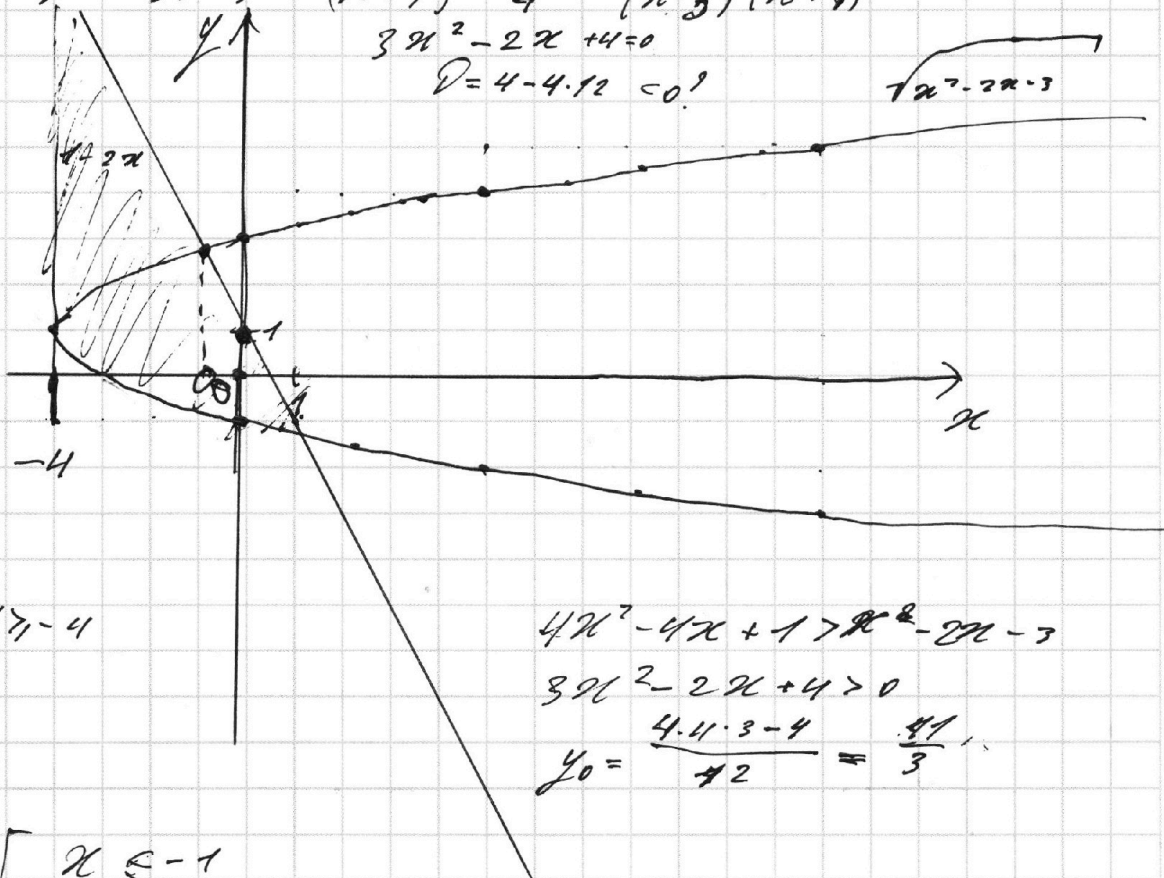
$$1 + 4x^2 - 4x = x^2 - 2x - 3$$

$$1 - 2x > \sqrt{x^2 - 2x - 3} \quad \text{нет.р.}$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x-3)(x+4)$$

$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 12 < 0$$



$$x \in (-1, 3.5)$$

$$4x^2 - 4x + 1 > x^2 - 2x - 3$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

$$y_0 = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - 4}{12} = \frac{8}{3}$$

③ $x \in (-1, 3.5)$

$$1. 0 > 2x - 1 + 7 - 2x - 6$$

$$0 > 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 322 \\ \times 192 \\ \hline 61824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61824 \\ + 26460 \\ \hline 88284 \\ + 1350 \\ \hline 89634 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{№1. } n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! \left((n+1)(n+2) \right) = \\ &= (n+2) \cdot (n+1)! \end{aligned}$$

$$361 : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17 \Rightarrow 361 \in \mathbb{P}$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ \times 19 \\ \hline 6558 \\ + 3610 \\ \hline 6859 \end{array}$$

340

$$(n+2) \cdot (n+1)! : 361 \Rightarrow n+2 = 361, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$n = 361 - 2 = 359.$$

Ответ: 359.

$$\text{№2. } n \in \mathbb{N}.$$

$$S = ((n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2) - 10 = N^3$$

$$N \in \mathbb{N}; N > 6$$

$$S = 5n^2 + (0+1+1+4+4) - 10 = 5n^2 + 6 - 10 = 5n^2 - 4$$

$$= 5n^2 = N^3 \Rightarrow n^2 : 5^2, \text{ т.к. } N > 6 \Rightarrow$$

$$5n^2 = 5^3 \cdot k^3 \geq 5^3 \cdot 2^3 = 10^3$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☒3
☒4
☒5
☒6
☒7
☒СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$y_0 = \frac{-D}{4a} = \frac{400 - 8}{40} = \frac{-12 - 4}{4} = -4$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\textcircled{2} \quad x \geq 3,5$$

$$1. \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 - 7 + 2x$$

$$0 \geq 4x - 14 \quad | :2$$

$$0 \geq 2x - 7; \quad 7 \geq 2x; \quad x \leq 3,5$$

$$2. \quad 4x^2 - 8x - 12 \geq 16x^2 -$$

$$2x^2 - 4x - 6 \geq 4x^2 + 49 - 28x$$

$$-2x^2 + 24x - 55 \geq 0 \quad | \cdot -1$$

$$2x^2 - 24x + 55 \leq 0$$

$$D = 2^2 \cdot 4^2 - 8 \cdot 5 \cdot 11 = 8(8 \cdot 9 - 5 \cdot 11) = 8(72 - 55) = 8 \cdot 17$$

$$x_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{8 \cdot 17}}{4} = \frac{24 \pm 2\sqrt{2 \cdot 17}}{4} = 6 \pm \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$$6 + \frac{\sqrt{34}}{2} \geq 3,5; \quad 6 - \frac{\sqrt{34}}{2} \geq 3$$

$$3,5 \leq x \leq 6 + \frac{\sqrt{34}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ + 45 \\ \hline 2070 \\ + 180 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 45 \\ \hline 90 \\ + 144 \\ \hline 234 \end{array}$$

19

$$2^x = \frac{y^2 - 2025}{19}$$

$$2^x = \frac{y^2 - 45^2}{19} = \frac{(y-45)(y+45)}{19}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 19 \\ + 2025 \\ \hline 3241 \end{array}$$

$$\begin{cases} (y-45) = 2^k \cdot 19 \\ (y+45) = 2^l \cdot 19 \end{cases}$$

$$y = 45 + 19$$

$$1) \quad y - 45 = 19 \Rightarrow y + 45 = 2^k \cdot 19 \Rightarrow 2^k = 2 \Rightarrow k = 1$$

$$2) \quad y + 45 = 19 \Rightarrow y = 19 - 45 = -26$$

$$y - 45 = 19 - 45 - 45 = 19 - 90 = -71$$

$$3) \quad 1. \quad y = 2^k \cdot 19 + 45$$

$$2. \quad y = 2^k \cdot 19 - 45 \Rightarrow 2^k \cdot 19 - 90 = 2^x$$

$$2^2 (19 \cdot 2^{k-2} - 45) = 2^x$$

$$19 \cdot 2^{k-2} - 45 = 2^{x-2}$$

$$4 \cdot 19 - 90 = 4(-19 + 45) = 4 \cdot 26 = 104$$

