



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 10

- [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?
- [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
- [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению
$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
- [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1+n+n \cdot (n+1)) = (n-1)! \cdot$$

$$\cdot (1+n+n^2+n) = (n-1)! \cdot (n^2+2n+1) = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

$$289 = 17^2$$

$$(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 17^2$$

Если $(n+1)^2 : 17$, то значит это число сразу делится и на 289.

То есть возможны 2 случая, разберем оба случая:

$$1). (n-1)! : 17^2$$

Значит в числе $(n-1)!$ должны присутствовать хотя бы два множителя кратных 17. Минимальное их значение 17 и 34.

Тогда $n-1 \geq 34$, то есть $n \geq 35$. В этом случае мы

получим, что $n_{\min} = 35$

$$2) (n+1)^2 : 27^2, \text{ то есть } n+1 \geq 17.$$

$n+1 \geq 17$, тогда $n \geq 16$. В этом случае мы получим, что $n_{\min} = 16$.

Возможно, что и $(n-1)!$, и $(n+1)^2 : 17$, но тогда n -точно не будет приносить минимальное возможное значение.

$$n_{\min} = 16. (\text{т.к } 16 < 35)$$

Ответ: 16.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть итогом быть нам дано такое \neq последовательных натуральных чисел: $x-3; x-2; x-1; x; x+1; x+2; x+3$

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$\neq x^2 + 9 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 2 - 28 = N^5$$

$$\neq x^2 + 28 - 28 = N^5$$

$$\neq x^2 = N^5$$

$$N : \neq .$$

N не может равняться \neq , т.к. N должно быть > 8 .

Тогда N имеет еще какие-то множители.

$$\text{Пусть } N = \neq \cdot K. (\text{где } K \geq 2)$$

$$\neq x^2 = \neq^5 \cdot K^5$$

$$x^2 = \neq^3 \cdot K^5 \Rightarrow x = \neq^2 \cdot \sqrt{K^5}$$

x - натуральное число, значит и $\sqrt{K^5}$ - натуральное число.

Тогда K квадрат какого-то натурального числа.

Чтобы N было min, тогда и x должно быть min $\Rightarrow K$ должно

быть min., то есть $K = \frac{2^2}{2} = 4$. (т.к. K не может равняться 1).

$$\cancel{x-3} \cdot \cancel{x-2} \cdot \cancel{x-1} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x+1} \cdot \cancel{x+2} \cdot \cancel{x+3} = \neq^5 \cdot 4^5 \Rightarrow N_{\min} = \neq \cdot K = \neq \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2} + 5| \geq |\sqrt{x^2-x-2} + x-1| + |6-x| \quad D(x): x^2-x-2 \geq 0$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x^2-x-2} + 5$$

$$\text{Пусть } b = \sqrt{x^2-x-2} + x-1$$

$$|a| \geq |b| + |a-b|$$

$$|a| - |b| \geq |a-b| \quad (\text{обе части выражения} \geq 0 \text{ значит можно} \\ \text{возвести в квадрат})$$

$$|a|^2 - 2|a||b| + |b|^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - 2|a||b| + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2$$

$$ab \geq |a||b| \quad (\text{может выполняться только равенство})$$

$$ab \geq 0.$$

$$(\sqrt{x^2-x-2} + 5)(\sqrt{x^2-x-2} + x-1) \geq 0$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + 5 > 0.$$

$$\text{Значит и } \sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq 0.$$

$$f(x) = \sqrt{x^2-x-2}$$

$$g(x) = x-1$$

$$f(x) + g(x) \geq 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

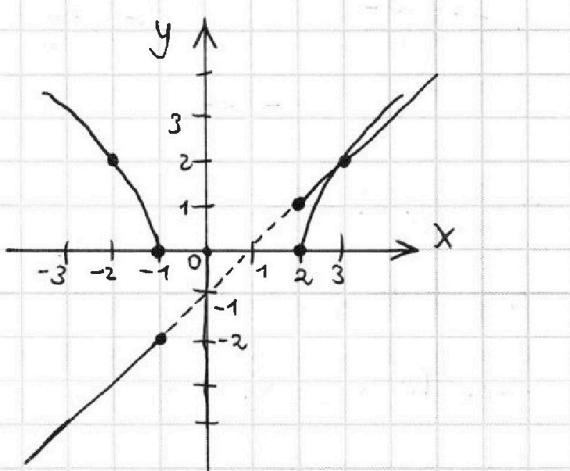
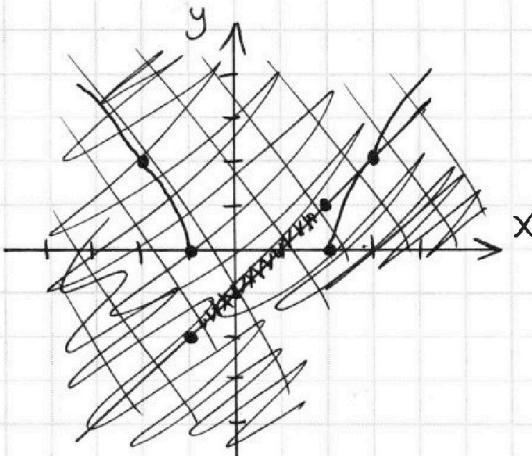
5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При $x \in [2; \infty)$ $f(x) + g(x) > 0$.

При $x \in (-\infty; -1]$ $f(x) + g(x) < 0$

~~(здесь я ошибся).~~

Получаем, что первые два модуля раскрываются с помошью

$$\sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + |6 - x|$$

$$6 - x \geq |6 - x|$$

$$6 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 6.$$

Ответ: $[2; 6]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$2025 = 45^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

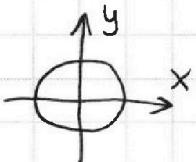
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2$$

это окружность с радиусом $|a|$



1) Если $a \geq 0$, то $y^2 - 4y - a$ принимает max значение, когда

$$y = -a.$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$\Delta = 9 + 24 = 33$$

$$a_1 = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \quad (\text{T.K. } a \geq 0).$$

2) Если $a < 0$, то $y^2 - 4y - a$ принимает max значение, когда

$$y = a.$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0.$$

$$a = -1 \text{ или } a = 6$$

$$a = -1 \quad (\text{T.K. } a < 0)$$

$$\text{Ответ: } -1; \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

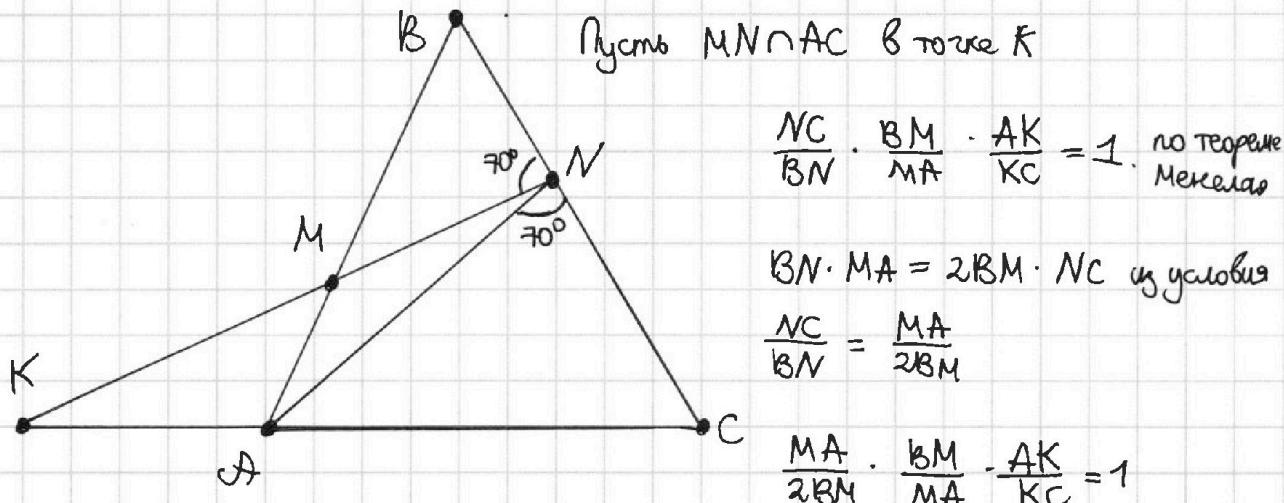
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжим NM до пересечения с AC . Прямая NM точно пересекает AC , т.к. иначе бы не выполнялось равенство $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Потому что при $NM \parallel AC$ выполняется равенство $BN \cdot MA = BM \cdot NC$.

Тогда возможны 2 случая, разберем оба случая:

1). Прямая NM пересекает прямую AC за точкой A .



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ из условия

$$\frac{NC}{BN} = \frac{MA}{2BM}$$

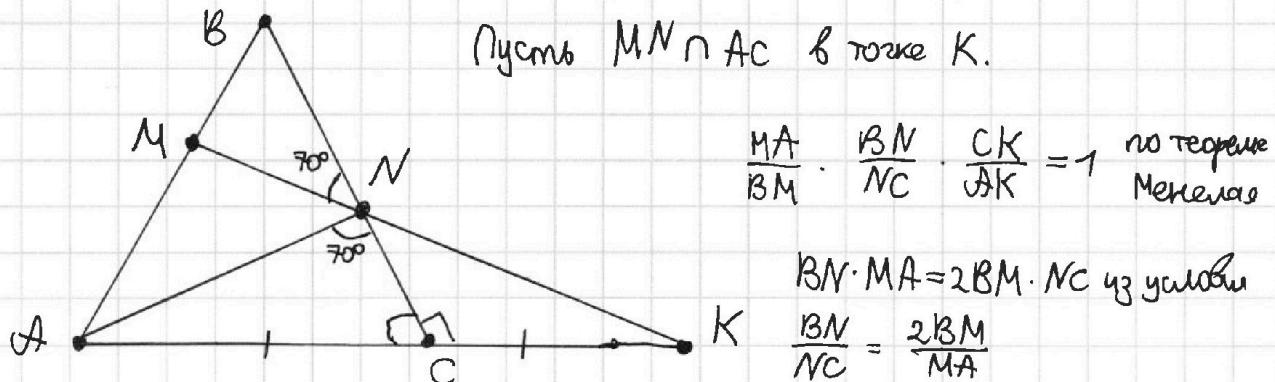
$$\frac{MA}{2BM} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = 2 \Rightarrow AK = 2KC$$

Такое невозможно, т.к. $KC > AK$.

Противоречие. Значит этот случай невозможен.

2). Прямая NM пересекает прямую AC за точкой C .



$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$ из условия

$$\frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MA}{BM} \cdot \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$$

$$\frac{CK}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow AK = 2CK.$$

$AC = CK \Rightarrow NC$ - медиана в треуг ANK .

$\angle MNB = \angle CNK$ - вертикальные углы

$\angle CNK = \angle MNB = \angle ANC \Rightarrow NC$ - биссектриса в треуг AMK

NC - медиана и ~~биссектриса~~ биссектриса в треуг $AMK \Rightarrow \triangle ANK$ - равнобедренный по признаку.

NC - биссектриса в треуг ANK - по свойству равнобедренного треуг.

⇓

$$\angle NCA = 90^\circ$$

$$\angle CAN = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \text{ - по сумме углов в треуг.}$$

Ответ: 20°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть искомыми нам будут такие 7 последовательных натуральных чисел: $x-3; x-2; x-1; x; x+1; x+2; x+3$

$$(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 9 + 4 + 1 + 9 + 4 + 2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 28 - 28 = N^5$$

$$7x^2 = N^5$$

49.

$$N: 7.$$

Нам нужно найти наименьшее возможное значение N , значит число N имеет только один простой множитель, не считая

7. Т.к. если не имеет, то $N = 7$ (а N должно быть больше 2).

То есть если N не имеет кроме 7 простых множителей,

то $N = 49$ или 289 или ... (7^K , где K натуральное число > 1).

Пусть $N = 7 \cdot p$. (здесь p — какой-то ~~простой~~ множитель)

$$7x^2 = 7^5 \cdot p^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot p^5 \Rightarrow x = 7^2 \cdot \sqrt{p^5}$$

x — натуральное число, тогда $\sqrt{p^5}$ тоже должно быть натуральным числом



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|A| \geq |B| + |A-B|$$

$$A^2 + B^2 - 2|A||B| \geq A^2 + B^2 - 2AB$$

$$A^2 + B^2 - 2AB \geq |A||B|$$

$$AB \geq 0.$$

$$(\sqrt{...} + 5)(\sqrt{...} + x - 1) \geq 0$$

$$9 \geq 1 + 8.$$

$$\sqrt{9+3-2+5}$$

$$7 \geq 2 + 8.$$

$$\sqrt{18+5} \geq \sqrt{18+4} + 1.$$

$$\sqrt{88+5} \geq \sqrt{88+9} + 4$$

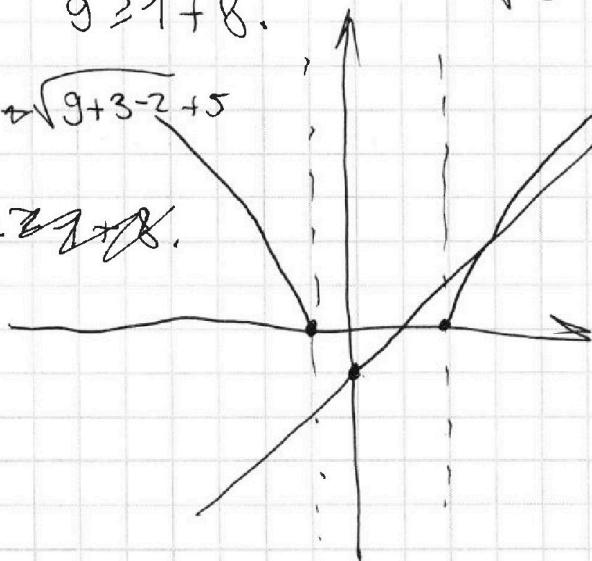
$$100-10$$

$$\sqrt{88+5} \geq \sqrt{88+9} + 4.$$

$$\sqrt{28+5} \geq \sqrt{28+5} + 0$$

$$\sqrt{...} + 5 \geq \sqrt{...} + 6 + 1$$

$$\sqrt{49-7-2+5} \geq \sqrt{...} + 6 + 1.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть начальную точку шара:

$$x-3 \quad x-2 \quad x-1 \quad x \quad x+1 \quad x+2$$

$$23 \cdot 2x = y^2 - 2025$$

$$23 \cdot 2x = (y-45)(y+45)$$

у ост 1 или 22 при : 23.

$$|A| \geq |b| + |A-b|$$

$$|A|-|b| \geq |A-b|$$

$$A^2 - 2|A||b| + b^2 \geq A^2 + b^2 - 2Ab$$

$$Ab \geq |A||b|$$

$$Ab \geq 0.$$

$$(\sqrt{x^2-x-2} + 5) (\sqrt{x^2-x-2} + x-1) \geq 0.$$

$$\sqrt{x^2-x-2} + x-1 \geq 0.$$

$$\sqrt{xt} \geq \sqrt{(x+1)(x-2)} \geq 1-x$$

$$x^2-x-2 = 1-x$$

$$x^2-3=0$$

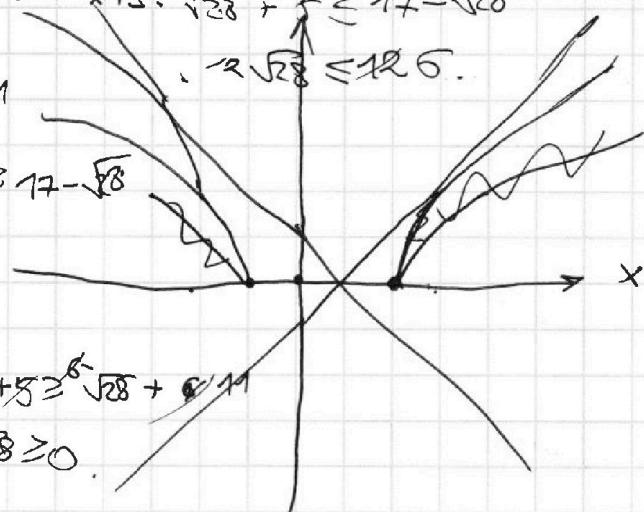
$$x=\pm\sqrt{3}$$

$$\sqrt{28} + 5 \geq |\sqrt{28} - 6| + 8 \cdot 11$$

$$\sqrt{28} + 5 \geq 6 - \sqrt{28} + 11$$

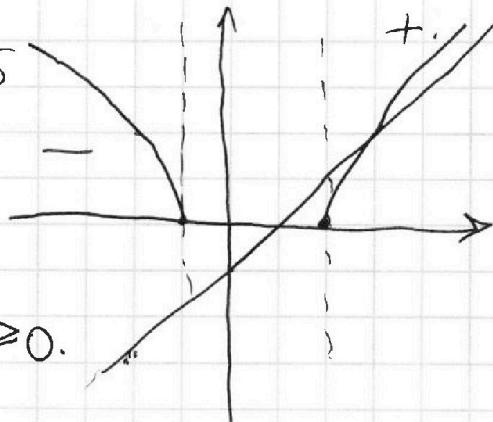
$$x+3 \cdot \sqrt{28} + 5 \leq 17 - \sqrt{28}$$

$$-2\sqrt{28} \leq 12.6.$$



$$\sqrt{28} + 5 \geq \sqrt{28} + 6 \cdot 11$$

$$2\sqrt{28} \geq 0.$$



$$\sqrt{x^2-x-2} = 1-x$$

$$\cancel{x^2-x-2} = 1+\cancel{x^2-2x}$$

$$x=3.$$

$$|\sqrt{28}| < (-6)$$

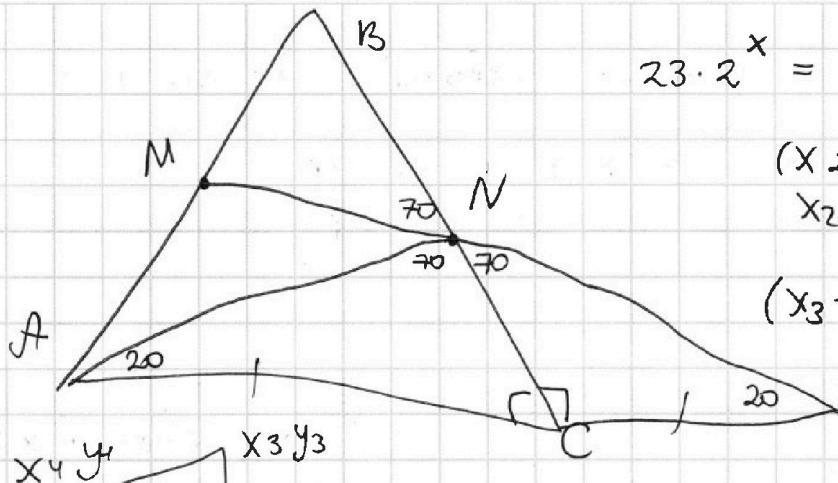
$$\sqrt{10} < (-4)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$$

$$x_2 - x_3$$
 ~~$y_2 - y_3$~~

$$(x_3 - x_1) / \sqrt{x_2 - x_1 - x_3})$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

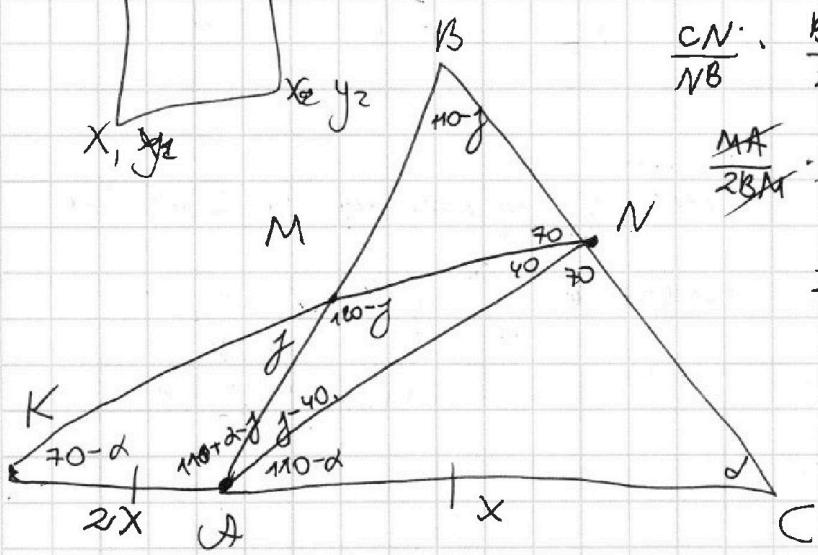
$$y^2 - 4y - a^2$$

$$\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{MA}{2BA} \cdot \frac{BA}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{1}{2}, 2.$$

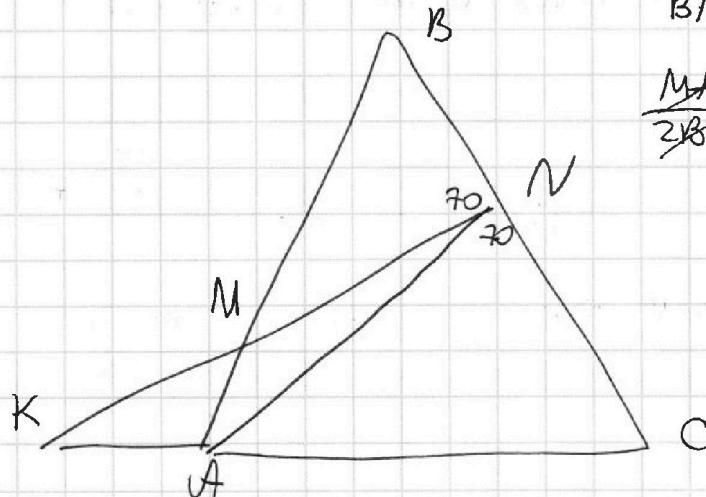
~~$$RC = 2AK, AK = 2KC$$~~



$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{MA}{2BA} \cdot \frac{BA}{MA} \cdot \frac{AK}{KC} = 1$$

$$\frac{AK}{KC} = 2 \quad X.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{1} \\ (n-1)! + n! + (n+1)! : 289 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n! + \frac{n!}{n} + n! \cdot n & ; 17. \quad (n-1)! (1+n+n^2+n) = \\ n! (n+\frac{1}{n}+1) & ; 17. \quad = (n-1)! (1+2n+n^2) = (n-1)! (n+1)^2 ; 289 \\ \frac{n^2+n+1}{n} & ; 17. \quad n-1 ; \cancel{289} 3. \quad n+1 ; 17. \\ & n+1 \geq 17 \\ & n \geq 16 \quad \underline{\text{min } 16} \end{aligned}$$

$$N > 8(x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 18 + 8 + 2 = N^5$$

$$7x^2 + 28 = N^5$$

$$\cancel{7x^2 + 4} = \cancel{15} \quad N : 7 \quad N = 7$$

$$7x^2 = N^5 \quad \exists x, N \in \mathbb{Z}$$

$$7 \cdot 49^2 = 7^5$$

$$\sqrt{3}.$$

$$|\sqrt{x^2 - x - 2} + 5| \geq |\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1| + |6 - x|$$

A B

$$|A| \geq |B| + |A - B|$$

$$|A|-|B| \geq |A \setminus B|$$

$$A^2 - 2|A||B| + B^2 \geq A^2 + B^2 - 2AB$$

$$2|A||B| \leq 2AB$$

$$2|A| |B| \leq 2AB$$

$$|A||B| \leq AB.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решения которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{x^2 - x - 2} + 5)(\sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1) \geq 0.$$

$$\sqrt{(x-2)(x+1)} \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \text{ или } x \leq -1$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 1 - x$$

Если $x \geq 1$

$$x^2 - x - 2 \leq 1 - 2x + x^2$$

$$x \leq 3.$$

$$1 \leq x \leq 3$$

Если $x < 1$:

$$x^2 - x - 2 \geq 1 - 2x + x^2$$

$$x \geq 3. \text{ нет реш.}$$

$$\sqrt{(x-0,5)^2 - 2,25}$$

V,

$$x-1$$

$$x \in [2; 3].$$

$$\sqrt{\frac{BM}{AB}} = \sqrt{\frac{BN}{BC}}$$

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC.$$

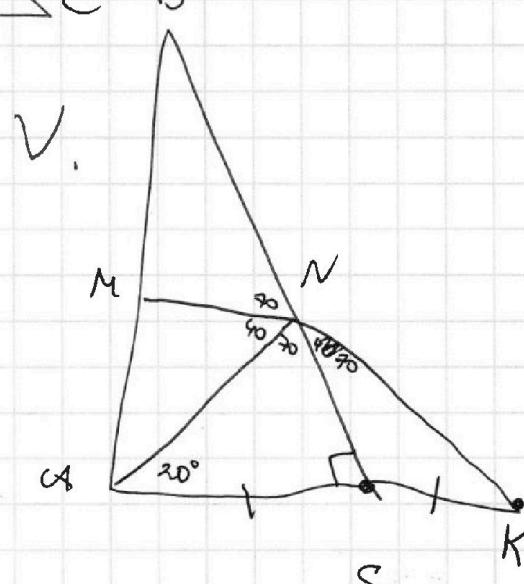
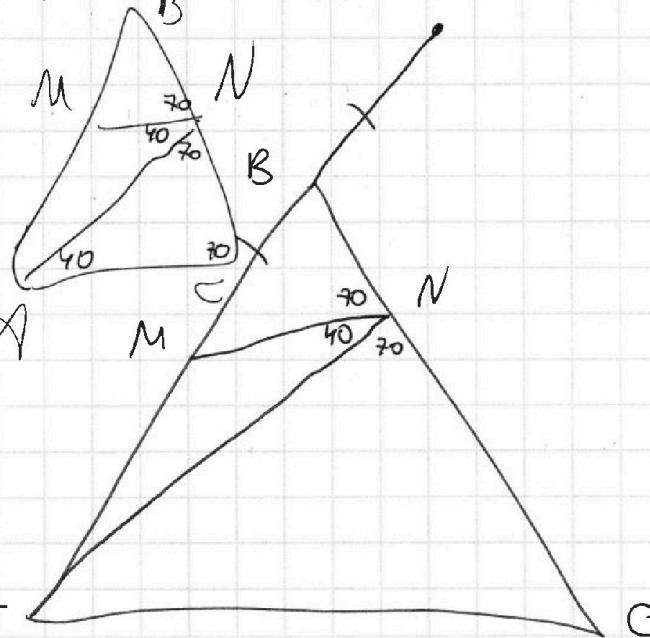
$$\frac{BM}{AM+MB} = \frac{BN}{BN+NC}$$

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{2BM}{MA} \cdot \frac{CR}{AK} = 1$$

$$BN \cdot AM = BM \cdot NC$$

$$\frac{CK}{AK} = \frac{1}{2} \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CF}{AK} = 1.$$

$$\frac{AN}{NK} = \frac{AC}{CR}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

y ост 1 или 2^2

$$y = K^{23} + 1.$$

$$23 \cdot 2^x = (2K-44)(23K+46)$$

$$\begin{array}{r} 2025 \\ - 180 \\ \hline 225 \\ - 225 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y-45 = 2^{23}$$

$$y+45 = 2^K$$

$$\angle MNB = \angle CNK \quad y-45 = 23 \cdot 2^K$$

$$y+45 = 2^{\frac{2x}{2K}}$$

$$2^x = (23K-44)(K+2)$$

$$23K^2 + 2K - 88 - 2^x = 0$$

$$D = 4 + 4(88+2^x) \cdot 23 = 4(1 + 23 \cdot 88 + 23 \cdot 2^x)$$

$$y = 23K + 22$$

$$23 \cdot 2^x = (23K-23)(23K+67)$$

$$2^x = (K-1)(23K+67)$$

$$2^x = 23K^2 + 44K - 67.$$

$$23K^2 + 44 - 67 - 2^x = 0$$

$$D = 4 \cdot (22^2 + 23 \cdot 67 + 23 \cdot 2^x)$$

$$D = 4 \cdot (22^2 + 23 \cdot 67 + 23 \cdot 2^x)$$

$$7^5 \cdot K^5$$

$$7x^2 = N^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot K^5$$

$$x^2 = 7^4 \cdot K^5$$

$$x = 7^2 \cdot \sqrt{K^5}$$

$$\frac{N!}{(n-1)! (1+n+n^2+n^3)} =$$

$$= (n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$1). \text{ min знач } n-1=17 : 7^2$$

$$n=18$$

$$2). \frac{17 \text{ и } 34}{n-1=34} : \\ n-1=34 \\ \underline{n=35}$$

$$N > 8.$$

$$N \geq 2.$$

$$(x-3)^2 + (x-2) \dots + x^2 + \dots + (x+3)^2 - 28 = N^5$$

$$7x^2 + 18 \cancel{x^2} - 28$$

$$\underline{7x^2 = N^5}$$

$$N = 7x^2 = 7 \cdot 7^2 \cdot 2^5$$

$$7^2 \cdot \sqrt{2^{10}}$$

$$\underline{2^5 \cdot 7 = x}$$

$$K \text{ xост } 8,4 \quad x = 7^2 \cdot \sqrt{K^5} = 7^2 \cdot \sqrt[4]{(2^2)^5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ craj. a.}$$



$$\begin{aligned} a^2 - 4a - 9 &= 6 \\ a &= -1 \text{ or} \end{aligned}$$

если $a \geq 0$.

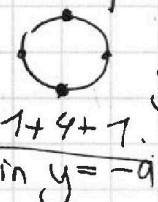
$$\begin{aligned} y^2 + 4 \\ a^2 + 4a - a = 6 \end{aligned}$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0.$$

$$\Delta = 9 + 24 = 33,$$

$$\begin{aligned} D &= 16 + 4a + 24 = 40 + 4a \\ &= 4(10 + a) \\ &\geq 0. \end{aligned}$$

$$y^2 - 4y - a = 6.$$



$$y^2 - 4y - a - 6 = 0$$

$$\frac{1+4+7}{2}.$$

$$\max y = a$$

$$a \leq 0;$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 + 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0.$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$\Delta = 25 + 24 = 49.$$

$$\Delta = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{4 \pm 7}{2} = \underline{\underline{5,5}}.$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\frac{-1}{(-a)^2} \quad a \geq 0.$$

$$(-a)^2 + 4a - a = 6.$$

$$a^2 + 3a = 6.$$

$$a < 0.$$

$$a^2 - 4a - a = 6$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$a = -1 \quad a = 6$$

$$\Delta = 9 + 24 = 33$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\frac{3}{3} \cancel{a} \cancel{64} \cancel{36}$$

$$(y-2)^2 - a - 4 \quad \max$$

$$y^2 - 4y - 4 = 6.$$

$$(y-4)(y+4) \quad (y-2)^2 = 0.$$

$$(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 = 25$$

$$(x_3-x_2)^2 + (y_3-y_2)^2 = 25$$

$$(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 = 25$$

$$(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 = 25$$

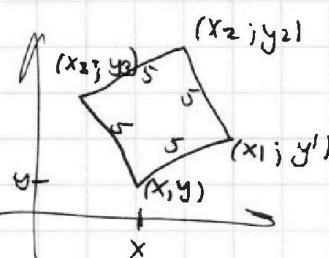
$$\begin{array}{r} 2025 \\ - 675 \\ \hline 135 \\ - 135 \\ \hline 0 \\ - 27 \\ \hline 9 \\ - 9 \\ \hline 0 \\ - 3 \\ \hline 3 \\ - 3 \\ \hline 0 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$3^4 \cdot 5^2$$

$$23 \cdot 2^x + 3^4 \cdot 5^2 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x = (y - 3^2 \cdot 5)(y + 3^2 \cdot 5)$$

$$\begin{aligned} 23 \cdot 2^x &= \cancel{23} \cdot 1 \cdot \cancel{23} \cdot 45 \\ \frac{23 \cdot 2^x}{23} &= y + 45 : 23. \\ y &= 45 : 23 \end{aligned}$$



$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$x \in \mathbb{R}.$
 $y \text{ не л.}$