



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$289 = 17^2$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! \cdot (1 + n + n(n+1)) = (n-1)! \cdot (1 + 2n + n^2) \\ = (n-1)! \cdot (n+1)^2$$

Если $(n-1)! \cdot (n+1)^2 : 17^2$, то $\left[\begin{array}{l} n+1 : 17, \text{ тогда } (n+1)^2 : 17^2 \\ (n-1)! : 17 \text{ тк если } n+1 \not\equiv 17, \text{ то} \\ \text{и } (n+1)^2 \text{ взаимнопросто с } 17 \end{array} \right.$

Тогда $\left[\begin{array}{l} n+1 : 17 \Rightarrow n \equiv -1 \pmod{17}, \text{ значит } n \geq 16 \\ (n-1)! : 17 \Rightarrow n-1 \geq 17, \text{ иначе простого множителя } 17 \\ \text{в произведении чисел из факториала не будет. Значит} \\ n \geq 18 \text{ (даже более строго } n-1 \geq 34 \text{ тк если } (n+1)^2 \not\equiv 17^2, \text{ то} \\ (n-1)! : 17^2 \rightarrow \text{ множителя } 17 \text{ должно быть } \geq 2 \text{ раза: } 17 \text{ и } 34 \text{ и} \\ \text{еще, (теперь } n-1 \geq 34). \end{array} \right.$

Значит минимальное $n = 16$.
натуральное

Ответ: $n = 16$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a — минимальное из семи последовательных чисел из условия.
Тогда $a + (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (a+6)^2 - 28 = N^5$. Тогда

$$a^2 + (a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + (a^2 + 8a + 16) + (a^2 + 10a + 25) + (a^2 + 12a + 36) = 7a^2 + 42a + 91$$

(сумма квадратов этих семи последовательных чисел), из условия

$$7a^2 + 42a + 91 - 28 = 7a^2 + 42a + 63 = N^5 \quad (*)$$

$$7(a^2 + 6a + 9) = 7(a+3)^2 = N^5. \text{ Значит } \text{Значит}$$

$N \vdots 7$ (тк $N^5 \vdots 7$ и 7 — простое число), но по условию

$N > 8$, значит $N \geq 14$. Если $N = 14$, то

$$7(a+3)^2 = 14^5 = 7^5 \cdot 2^5 \quad (*) \quad (a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^5,$$

противоречие, тк степень вхождения 2 в квадрат нечетна, а должна быть четна. Если $N = 21$, то

$$7(a+3)^2 = 21^5 = 7^5 \cdot 3^5 \quad (*) \quad (a+3)^2 = 7^4 \cdot 3^5,$$

противоречие, тк степень вхождения 3 в квадрат нечетна, а должна быть четна. Если $N = 28$, то

$$7(a+3)^2 = 28^5 = 7^5 \cdot 2^{10} \quad (*) \quad (a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^{10},$$

все подходит $(*) \quad a+3 = 7^2 \cdot 2^5 \quad (*) \quad a = 7^2 \cdot 2^5 - 3$, что точно натуральное.

Ответ: $N = 28$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| \geq |\sqrt{x^2-x-2}+x-1| + |6-x|$$

Так как некоторые выражения под корнем, они ≥ 0 ,
значит $x^2-x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ или $x \leq -1$. Тогда $\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$
($\Rightarrow$) $\sqrt{x^2-x-2}+5 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x-2}+5 = |\sqrt{x^2-x-2}+5|$.

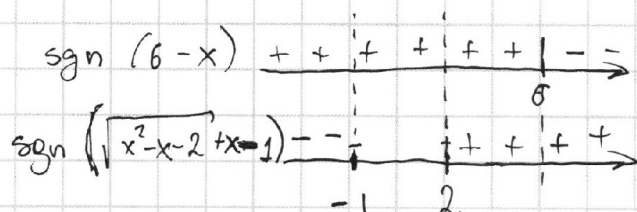
Рассмотрим знаки выражения $\sqrt{x^2-x-2}+x-1$ при
разных x : Если $x \geq 2$, то $\sqrt{x^2-x-2}+x-1 \geq$

$\sqrt{x^2-x-2}+1 > 0$, значит $|\sqrt{x^2-x-2}+x-1| = \sqrt{x^2-x-2}+x-1$
при $x \geq 0$. Если $x \leq -1$, то $\sqrt{x^2-x-2}+x-1$ может
принимать отрицательные значения при
 $x \in (-1; -\infty)$, так как $x^2-x-2 = x^2+|x|-2$, что
 $< (|x|+1)^2$, поэтому $\sqrt{x^2-x-2} < |x|+1$, поэтому

$$\sqrt{x^2-x-2} - |x| - 1 = \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 < 0.$$

$$(\text{тк } (|x|+1)^2 = x^2+2|x|+1 > x^2+|x|-2).$$

Рассмотрим знаки выражения $(6-x)$: если $x \geq 6$, то
 $6-x \leq 0$, если $x < 6$, то $6-x > 0$:



Запишем систему:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \\ 1) \sqrt{x^2-x-2}+5 \geq -\sqrt{x^2-x-2}-x+1+6-x \text{ для } x \leq -1 \\ 2) \sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+6-x \text{ для } x \in [2; 6] \\ 3) \sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2}+x-1+x-6 \text{ для } x \geq 6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq -\sqrt{x^2-x-2} - x + 1 + 6 - x$ для $x \leq -1$

2) $\sqrt{x^2-x-2} + 2x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\sqrt{x^2-x-2} \geq 1-x$. Так как $x \leq -1$, то $1-x > 0$, значит обе части неравенства можно возвести в квадрат

$x^2-x-2 \geq 1+x^2-2x \Leftrightarrow -x-2 \geq 1-2x \Leftrightarrow x-3 \geq 0$
но $x \leq -1$, поэтому $x-3 < 0$, нет решений

2) $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + 6 - x$ для $x \in [2; 6]$.

$5 \geq x - 1 + 6 - x \Leftrightarrow 5 \geq 5$, верно $\rightarrow$ любые $x \in [2; 6]$ подходят

3) $\sqrt{x^2-x-2} + 5 \geq \sqrt{x^2-x-2} + x - 1 + x - 6$ для $x \geq 6$

$5 \geq 2x - 7 \Leftrightarrow 12 \geq 2x \Leftrightarrow x \leq 6$, но $x \geq 6 \Leftrightarrow$
единственное решение $x = 6$

Ответ: $x \in [2; 6]$.



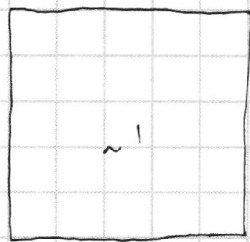
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

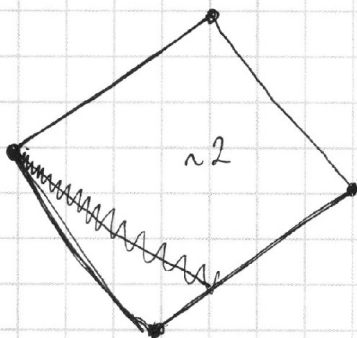
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

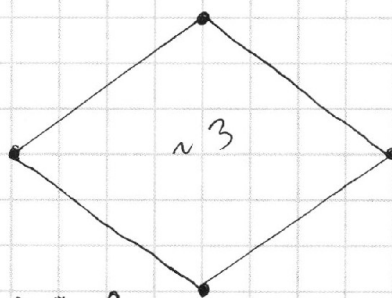
Найдем все возможные ромбы со стороной 5 с точностью до поворота и переворота. Заметим, что если для какого-то ромба X расположений на выбранной части плоскости, то для перевернутого/повернутого тоже X (если вершины все еще в целых точках).



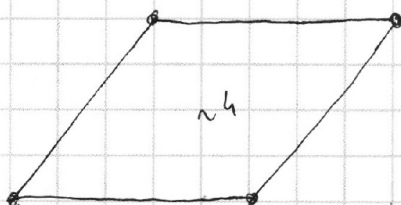
1 вариант
после поворотов/
переворотов



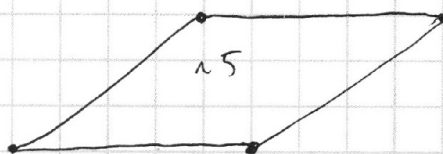
2 варианта



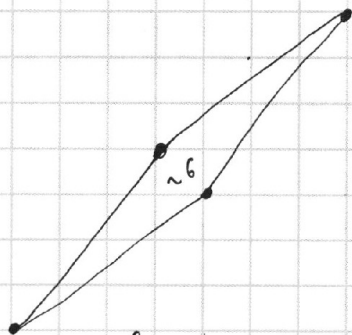
2 ~~варианта~~ варианта



4 варианта



4 варианта



2 варианта

Что все тк сторона = 5 это либо



так как вершины в узлах целочисленной решетки.

Теперь отдельно посчитаем количество расположений для каждого варианта ромба:

$$\sim 1) 1 \cdot (40 \cdot 41 + 40) = 40 \cdot 42 = 1680 \text{ размещений}$$

↑
вариантов
↑
размещений
всех сторон
на оси абсцисс



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 2) \quad 2 \cdot (39 \cdot 39) = 3042$$

вариантов разницы по адресе по организаторам

$$\sim 3) \quad 2 \cdot (40 \cdot 38) = 2 \cdot (39^2 - 1) = 3040$$

вариантов по организаторам разницы по адресам

$$\sim 4) \quad 4 \cdot (37 \cdot 41 + 4) = 4 \cdot (38 \cdot 41) = 4(38 \cdot 40 + 38) =$$
$$= 4(1520 + 38) = 1558 \cdot 4 = 6232$$

$$\sim 5) \quad 4 \cdot (36 \cdot 42 + 42) = 4(37 \cdot 42) = 4(37 \cdot 41 + 37) =$$
$$= 4(1558 - 38 + 37) = 4 \cdot (1558 - 1) = 6228$$

$$\sim 6) \quad 2 \cdot (38 \cdot 39) = 2 \cdot (1521 - 39) = 2 \cdot (1482) = 2964$$

$$\text{Всего тара} \quad 1680 + 3042 + 3040 + 6232 + 6228 + 2964$$
$$= 4720 + 3042 + 12460 + 2964 = 7762 + 15424 =$$
$$= 23186$$

Ответ: 23186.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \quad (\Rightarrow) \quad 23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$23 \cdot 2^x = (y-45)(y+45). \text{ Значит } y > 45 \text{ чтобы}$$

уравнение было верно, а также y нечетно (чтобы $y^2 - 45^2$ было $\div 2$), $(y-45)(y+45) > 23$, а значит $\div 2$. Так как

$$23 \cdot 2^x \div 23, \text{ то } y \equiv \pm 45 \pmod{23} \quad (\Rightarrow) \quad y \equiv \pm 1 \pmod{23}$$

$$\text{Значит } \begin{cases} 1) \begin{cases} 23 \cdot 2^k = y-45 \\ 2^{x-k} = y+45 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 23 \cdot 2^k = y+45 \\ 2^{x-k} = y-45 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 1) 90 = 2^{x-k} - 2^k \cdot 23 \\ 2) 90 = 2^k \cdot 23 - 2^{x-k} \end{cases} & (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 1) 45 = 2^{x-k-1} - 2^{k-1} \cdot 23 \\ 2) 45 = 2^{k-1} \cdot 23 - 2^{x-k-1} \end{cases} \end{aligned}$$

Тк 45 нечетное, то $2^{x-k-1} = 0$ или $2^{k-1} = 0 \quad (\Rightarrow)$
 $x-k=1$ или $k=1$ $\left(\begin{array}{l} \text{6 1 случай } k=1 \text{ тк иначе } 2^{x-k-1} - 2^{k-1} \cdot 23 < 0 \\ \text{6 2 случай } x-k=1 \text{ тк иначе } 45 = 23 - 2^{x-k-1} < 45, \text{ не год.} \end{array} \right)$

$$1) \quad k=1. \text{ Тогда } \begin{cases} 23 \cdot 2 = y-45 \quad (\Rightarrow) \quad y = 46+45 = 91 \\ 2^{x-1} = y+45 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 91+45 = 136 \end{cases}$$

но $136 = 2 \cdot 68 = 2 \cdot 2 \cdot 34 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17$, а в степени двойки не бывает делителя 17, противоречие.

$$2) \quad x-k=1. \text{ Тогда } \begin{cases} 23 \cdot 2^{x-1} = y+45 \quad (\Rightarrow) \quad 23 \cdot 2^{x-1} = 92 \\ 2 = y-45 \quad (\Rightarrow) \quad y = 47 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 47 \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \quad \begin{cases} 2^{x-1} = 4 \quad (\Rightarrow) \quad x=3 \\ y=47 \end{cases} \quad \begin{cases} y=47 \end{cases} \quad \text{Проверка:}$$

$$23 \cdot 8 + 2025 \stackrel{?}{=} 47^2$$

$$2209 = 2209, \text{ условие выполняется.}$$

Ответ: $x=3; y=47$ единственное решение.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 - 4y - a \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y| \leq a \text{ и } x^2 + y^2 > a^2 \text{ тк } x^2 \geq 0 \\ a \geq y^2 - 4y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a \geq a^2 - 4a - 6 \Leftrightarrow 0 \geq a^2 - 5a - 6 \Leftrightarrow$$

$$a \geq -1, \text{ но } \leq 6.$$

$$\text{Ответ: } a \in [-1; 6].$$

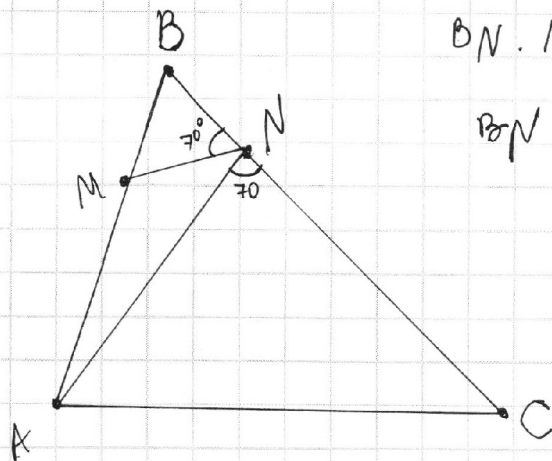


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \Leftrightarrow$$

$$BN (AB - BM) = 2BM (BC - BN)$$

$$\frac{AB - BM}{BM} = \frac{2(BC - BN)}{BN}$$

$$\angle MNA = 180 - 140 = 40$$

Запишем + синусов для $\triangle AMN$:

$$\frac{AM}{\sin 40} = \frac{AN}{\sin \angle AMN}$$

для $\triangle ANC$:

$$\frac{AC}{\sin 70} = \frac{AN}{\sin \angle ACB} = \frac{CN}{\sin \angle NAC}$$

$$\text{Тогда } AM = \frac{AN \cdot \sin 40}{\sin \angle AMN}; AN = \frac{AM \cdot \sin \angle AMN}{\sin 40} \Leftrightarrow$$

$$AN = \frac{CN \cdot \sin \angle ACB}{\sin \angle NAC} \Leftrightarrow AM \cdot \frac{\sin \angle AMN}{\sin 40} = CN \cdot \frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle NAC}$$

Запишем + синусов для $\triangle BMN$:

$$\frac{BN}{\sin \angle AMN} = \frac{BM}{\sin 70} \quad \text{Тогда } BN \cdot AM = \frac{BM \cdot \sin \angle AMN}{\sin 70}$$

$$CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40}{\sin \angle NAC \cdot \sin \angle AMN} = BM \cdot CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40}{\sin 70 \cdot \sin \angle NAC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $BM \cdot CN \cdot \frac{\sin \angle ACB \cdot \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ \cdot \sin \angle NAC} = 2 BM \cdot NC$

$$(\Rightarrow) \frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$$

Заметим, что $\angle ACB$ и $\angle NAC$ в треугольнике $\triangle ANC$, где $\angle ANC = 70^\circ (\Rightarrow) \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ - \angle NAC$
 $= 110^\circ - \angle NAC (\Rightarrow) \frac{\sin (110^\circ - \angle NAC)}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$

~~Заметим, что $\angle ACB$ и $\angle NAC$ в треугольнике $\triangle ANC$, где $\angle ANC = 70^\circ (\Rightarrow) \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ - \angle NAC$
 $= 110^\circ - \angle NAC (\Rightarrow) \frac{\sin (110^\circ - \angle NAC)}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$~~

$$\sin(110^\circ - \angle NAC) = \sin 110^\circ \cdot \cos \angle NAC - \sin \angle NAC \cdot \cos 110^\circ (\Rightarrow)$$

$$\sin(110^\circ - \angle NAC) = \sin 110^\circ \cdot \cos \angle NAC - \sin \angle NAC \cdot \cos 110^\circ$$
$$= \sin 70^\circ \cdot \cos \angle NAC + \sin \angle NAC \cdot \cos 70^\circ$$

Тогда $\frac{\sin 70^\circ \cdot \cos \angle NAC + \sin \angle NAC \cdot \cos 70^\circ}{\sin \angle NAC} = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 40^\circ}$

$$\cos \angle NAC = \sqrt{1 - \sin^2 \angle NAC}, \text{ таким образом можно}$$

найти $\sin \angle NAC$, а значит и сам угол тк это
(решив уравнение)
угол в треугольнике.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(60-30) = \sin(2-3) = \sin 2 \cos 3 - \sin 3 \cos 2 \quad \sin(2+3) = \sin 2 \cos 3 + \sin 3 \cos 2$$

1: $289 = 17^2 \Leftrightarrow (n-1)! + n! + (n+1)! : 17^2 \rightarrow (n-1)! (1+n+n(n+1))$

$2025 =$ Пусть $n = 5$; $4! + 5! + 6! = 24 + 24 \cdot 5 + 24 \cdot 30 =$

$25 \cdot 81 =$
 $25 \cdot 9 = 45^2 = 24 + 120 + 720 = 864 \quad (289) \quad \begin{array}{r} \times 47 \\ 247 \\ \hline 329 \end{array}$

$23 \cdot 2^{\times} + 2025 = 45^2 \quad n = 4: \quad 6 + 24 + 120 = 150 \quad \begin{array}{r} 188 \\ 220 \\ \hline 9 \end{array}$

$23 \cdot 2^{\times} = (45-45)(45+45) \quad n = 6: \quad 120 + 720 + 720 \cdot 7 =$

$\rightarrow (n-1)! (1+n+n^2) = (n-1)! (n+1)^2 : 17^2 \quad \begin{array}{r} 184 \\ 2025 \\ \hline 220 \\ \hline 9 \end{array}$
Тогда либо $n+1 : 17$, либо $(n-1)! : 17$

$(=) \quad$ либо $n \geq 16 \quad (16; 17 \cdot 2 - 1 \text{ и т.д.})$ либо $(n-1) \geq 34$,
т.к. надо ≥ 2 слагаемых 17 в произведении $(1 \cdot 2 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 34 \cdot \dots)$ т.к. 17 простое и все др. числа с ним взаимнопр.

2: $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 \dots + (a+6)^2 - 28 = N^5$
 $\underline{a^2} + \underline{a^2 + 2a + 1} + \underline{a^2 + 4a + 4} + \underline{a^2 + 6a + 9} + \underline{a^2 + 8a + 16} +$
 $\underline{a^2 + 10a + 25} + \underline{a^2 + 12a + 36} = 7a^2 + 42a + 91$

$7a^2 + 42a + 91 - 28 = 7a^2 + 42a + 63 = N^5$
 $71 - 8 = 63$

$N > 8 \text{ и } N : 7 \rightarrow N \geq 14$ $: 7 = 7(a^2 + 6a + 9) = 7(a+3)^2 = N^5$
Если $N = 14$, то $7(a+3)^2 = 7^5 \cdot 2^5$

Если $N = 21 = 7 \cdot 3 \rightarrow 7(a+3)^2 = 7^5 \cdot 3^5 \quad (a+3)^2 = 7^4 \cdot 3^5$ не в.

Если $N = 28 = 7 \cdot 2^2$, то $7(a+3)^2 = 7^4 \cdot 2^{10}$ не в.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3:
$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq \sqrt{x^2-x-2+x-1}+|6-x|$$

$$\begin{array}{r} 223 \\ \times 1558 \\ \hline 6232 \end{array}$$

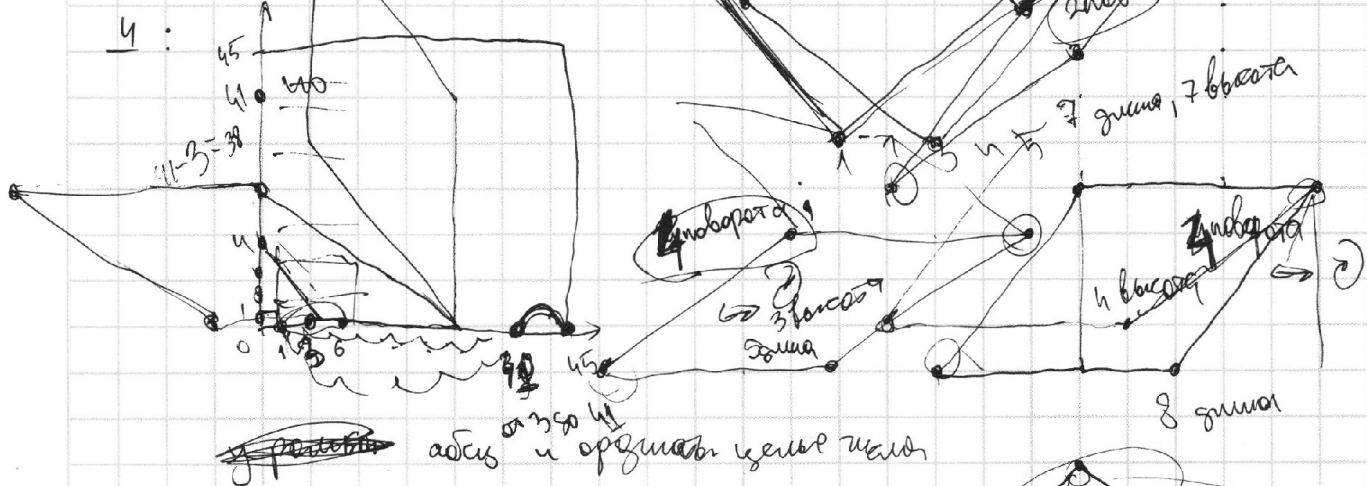
Вспомогательный корень ≥ 0 , значит $x^2-x-2 \geq 0 \Leftrightarrow$

$$x \geq 2 \text{ или } x \leq -1 \rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

Тогда $\sqrt{x^2-x-2} \geq 0 \rightarrow$

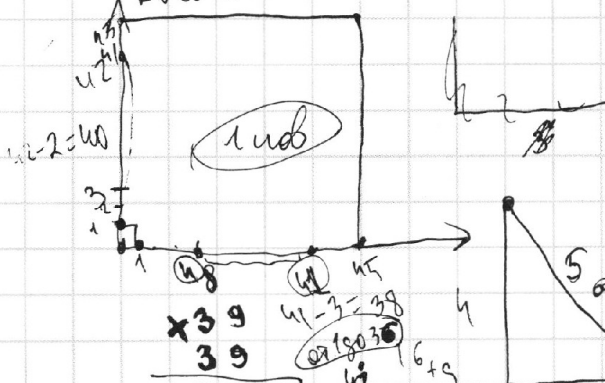
$$\sqrt{x^2-x-2}+5 \geq 0 \rightarrow$$

$$|\sqrt{x^2-x-2}+5| = \sqrt{x^2-x-2}+5$$

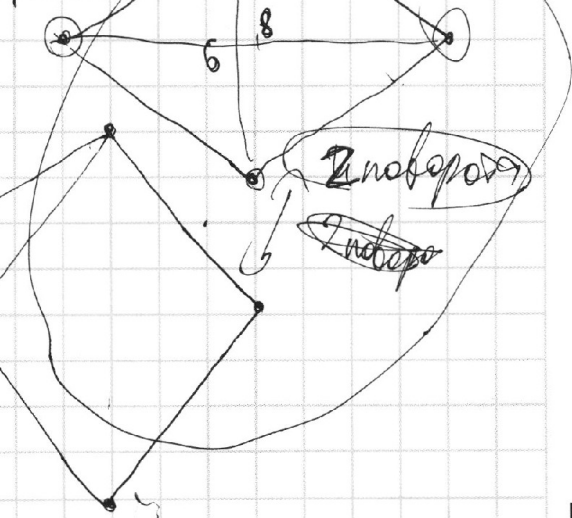


~~решение~~ абсциссы и ординаты точек

хв со стороной 5:



радиусы:



$$\begin{array}{r} 38 \\ 38 \\ + 38 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ + 351 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ + 351 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$3042$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 - 4y - a \leq 6 \end{cases}$$

черновик :

$$y^2 - 4y - a = y^2 - 4y + 4 - (a + 4) = (y - 2)^2 - (a + 4) \leq 6$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (y - 2)^2 + 4y - 4 = (a + 4) + a^2 - a - 4$$

$$(y - 2)^2 - (a + 4) = a^2 - a - 4 - x^2 - 4y - 4 \leq 6$$

$$y^2 - 4y - a \leq 6 \quad \text{значит } a \geq (y^2 - 4y - 6)$$

при этом $|y| \leq a$, иначе $x^2 + y^2 > a^2 (=)$

$$a \geq a^2 - 4a - 6 \Rightarrow 0 \geq a^2 - 5a - 6 (=)$$

$$\Delta \quad \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} =$$

$$6 \text{ или } -1 (=) \quad a \geq -1 \text{ но } \leq 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

