



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 15



1. [3 балла] Свободный член квадратного трёхчлена увеличили на 3, в результате чего квадрат разности его корней уменьшился на 2. Затем к свободному члену полученного трёхчлена прибавили число d , и квадрат разности его корней уменьшился ещё на 4. Найдите d .

2. [4 балла] Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} ?$$

3. [4 балла] Найдите все натуральные a и b такие, что

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b, \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases}$$

4. [5 баллов] На медиане AM треугольника ABC выбрана точка P такая, что $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$. Найдите AC , если известно, что $AB = 5$, $BP = 3$, $CP = 4$.

5. [5 баллов] 5 сундуков закрыты на 3 замка каждый, все ключи ко всем замкам различны. Найдите количество способов выбрать из всех 15 ключей 6 так, чтобы с помощью них можно было открыть хотя бы один сундук.

6. [5 баллов] На дуге полукруга с центром O и диаметром MN взята точка K . Построен равносторонний треугольник ABC с длиной стороны, равной радиусу полукруга, так, что его вершина A лежит на отрезке OK , вершина B — на отрезке ON , вершина C — на дуге KN . Найдите $\angle MOK$.

7. [5 баллов] Найдите наименьшее значение выражения $M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$, где a и b — действительные числа. При каких a и b оно достигается?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1.

Запишем эти 3 квадратных трехчлена

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by + (c+3) = 0$$

$$ax + by + (c+d+3) = 0$$

поделим на a

$$1) x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = 0$$

$$2) x + \frac{b}{a}y + \frac{c+3}{a} = 0$$

$$3) x + \frac{b}{a}y + \frac{c+d+3}{a} = 0$$

в условии мы работаем с $(x_1 - x_2)^2$ преобразуем его

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) = (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) - 4x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

Запишем т. Виета для всех трехчленов

$$1) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$2) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$3) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c+3}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c+d+3}{a}$$

Посмотрим на равенство $(x_1 - x_2)^2$.

$$1) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a}$$

$$2) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c+3}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+12}{a}$$

$$3) \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \cdot \frac{c+d+3}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+4d+12}{a}$$

имеем тройное равенство

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+12}{a} + 2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c+4d+12}{a} + 6 \quad \left| -\left(\frac{b}{a}\right)^2 \right.$$

$$-\frac{4c}{a} = -\frac{4c+12}{a} + 2 = -\frac{4c+4d+12}{a} + 6$$

$$\left| \cdot (-a) \right.$$

$$4c = 4c+12-2a = 4c+4d+12-6a$$

$$\left| -4c \right.$$

$$0 = 12-2a = 4d+12-6a$$

$$0 = 12-2a$$

$$4d+12-6a=0$$

$$2a=12$$

$$4d=6a-12$$

$$a=6$$

$$4d=36-12$$

$$d=6$$

Ответ: $d=6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \sqrt{3x} + \sqrt{2} \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}}$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

Очевидно, что т.к. справа есть $\sqrt{5}$, то и слева он присутствует, но $\sqrt{5}$ нельзя выразить в виде суммы, поэтому он есть в обоих слагаемых $\Rightarrow x:5$ и $y:5$, пусть $t = \frac{x}{5}$; $f = \frac{y}{5}$

$$\sqrt{3t} + \sqrt{2f} = 2024 \cdot 3$$

левое слагаемое $:\sqrt{3}$, справа число $:\sqrt{3}$, аналогично $\sqrt{2f} : \sqrt{2} \Rightarrow f:3$

Аналогично $\sqrt{3t} : \sqrt{2} \Rightarrow t:2$.

Но тогда $\sqrt{3t} + \sqrt{2f}$ должны $:3$, но

т.к. $\sqrt{3}$ в виде суммы нельзя получить, а $\sqrt{3t} + \sqrt{2f} : \sqrt{3}$, то $\sqrt{3t}$ и $\sqrt{2f} : 3$

Аналогично: $\sqrt{3t} : 2$ и $\sqrt{2f} : 2$.

$$\text{Пусть } g = \frac{t}{6 \cdot 2} \quad k = \frac{f}{2 \cdot 3}.$$

$$\sqrt{3t} + \sqrt{2f} = 2024 \cdot 3 \quad 1:6$$

$g + k = 1012$, где k — составляющие x и y , а т.к. x и $y \in \mathbb{Z}$, то g и k переходят от 1 до 1012 и наоборот, включая значение 0
всех вариантов $1012 - 0 + 1 = 1013$

Ответ 1013



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13.

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases}$$

1) Если $a > b$.

$$\begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{НОД}(a; b) = 6. \end{cases} \Rightarrow \forall b = a \Rightarrow \text{НОД}(a; b) = a \text{ или } \frac{a}{4}.$$

I если $\text{НОД} = a$

$$b^2 + a = 6$$

$$b^2 + 4b - 6 = 0$$

$$D = 49 + 24 = 73.$$

$$b \notin \mathbb{N}$$

II если $\text{НОД} = \frac{a}{4}$

$$b^2 + \frac{a}{4} = 6$$

$$b^2 + b - 6 = 0$$

$$b_1 = -3 \text{ не подходит}$$

$$b_2 = 2; a = 14$$

2) Если $a < b$

$$\begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases} \Rightarrow 8a = 2b \Rightarrow 4a = b \Rightarrow \text{НОД}(a; b) = b \text{ или } \frac{b}{4}.$$

I если $\text{НОД} = b$.

$$a^2 + b = 6$$

$$a^2 + 4a - 6 = 0$$

$$D = 16 + 24 = 40$$

$$a \notin \mathbb{N}$$

II $\text{НОД} = \frac{b}{4}$

$$a^2 + \frac{b}{4} = 6$$

$$a^2 + 2a - 6 = 0$$

$$D = 4 + 24 = 28$$

$$a \notin \mathbb{N}$$

III $\text{НОД} = \frac{b}{4}$

$$a^2 + \frac{b}{4} = 6$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$a_1 = -3 \text{ не подходит}$$

$$a_2 = 2; b = 8$$

Ответ: 1) $b = 2, a = 14$ 2) $b = 8, a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

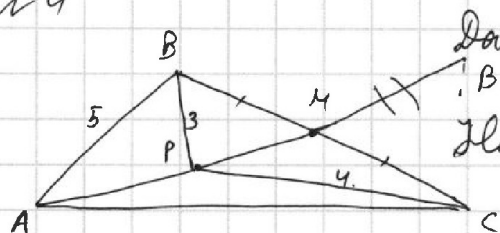
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

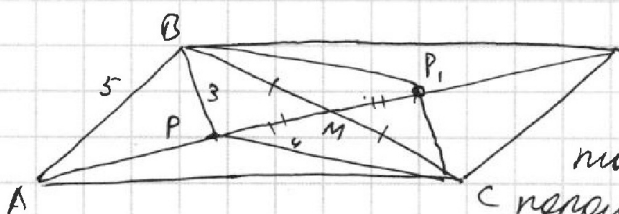
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14



Дано: $\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$; AM-медiana
BP=3, PC=4, AB=5.
Найти AC.

Продлим медиану на её длину



Отразим P, на продолжении AM (как будто продлим PM).

Тогда в $\square BPCP_1$ диагональ точкой пересечения делятся пополам $\Rightarrow BPCP_1$ - параллелограмм $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPC = \angle BP_1C \Rightarrow \angle A + \angle P_1 = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \square ABP_1C$ (т.к. $\angle A + \angle BPC = 180^\circ$)

тогда $\angle BAP_1 = \angle BCP_1$, как вертикальные углы, опр. на одну дугу.

$\angle PBC = \angle P_1CB$, как накрест в параллельных BP, CP_1 при $BP \parallel CP_1$ и секущей BC .

Имеем $\angle BAP_1 = \angle PBC \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle P_1CM$ по двум углам ($\angle BAP_1 = \angle PBC$; $\angle M$ - общий).

Аналогично доказывается, что $\triangle ACM \sim \triangle PBM$.

Из подобия: $\frac{AB}{BP} = \frac{BM}{PM} = \frac{AM}{CM}$; $\frac{AC}{CP} = \frac{AM}{CM} = \frac{BM}{PM}$

т.к. $BM = CM$, то $\frac{AB}{BP} = \frac{AM}{CM} = \frac{AC}{CP} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot CP}{BP} = \frac{5 \cdot 4}{3} = \frac{20}{3}$

Ответ: $AC = \frac{20}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

^{№5}
Посмотрим сколько способов выбрать 6 ключей, чтобы они подходили к двум сумкам одновременно:
это просто кол-во способов выбрать 2 сумки:
 $N = C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

Сколько способов выбрать 3 ключа при выбран-
ных 3х

$\frac{5}{1} \cdot \frac{C_{12}^3}{3 \text{ перестановки}} = 5 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 1100$, но случаи, когда мы
выбрали 6 ключей для
2х сумок почитаем
с двух сторон (дважды).
т.е. всего 5 сумок, это 3 верных ключа

Значит ответ это $1100 - 10 = 1090$
(вычитаем повторяющиеся)

Ответ: 1090

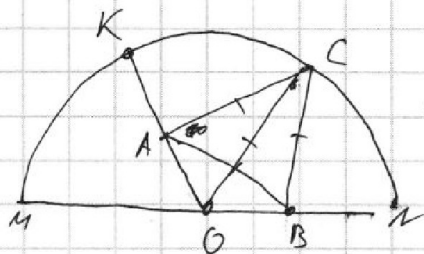


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдем $\angle MOK$
Проведем OC
так $OC = R$, но $OC = AC = BC$.

В $\triangle ACB$ каждый угол $60^\circ \Rightarrow \angle ACB = 60^\circ$

В $\triangle AOC$: $AC = OC$ | В $\triangle OCB$: $OC = BC$.
Значит $\triangle AOC$ - ррб | Значит $\triangle OCB$ - ррб
 $\Rightarrow \angle CAO = \angle AOC = \alpha$ | $\angle COB = \angle OBC = \beta$.

Имеем: в $\triangle ACOB$ сумма углов $360^\circ = 2\alpha + 2\beta + 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 300^\circ$
 $\alpha + \beta = 150^\circ$

$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = \alpha + \beta = 150^\circ$.

П.ч. MN - диаметр, то $\angle MOK + \angle KON = 150^\circ \Rightarrow$
 $\angle AOB$

$\Rightarrow \angle MOK = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Ответ: $\angle MOK = 30^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4)

$\angle BAC + \angle BPC = 180^\circ$
 $AC - ?$
 $ABPC$ - вписанный

$\begin{cases} 5a - b = 0 & 5a = b \\ 2a + b - 3 = 0 & 2a + b = 3 \\ 4a = 3 & a = \frac{3}{4} \end{cases}$

$5a - 3 < b$
 $5a + 3 > b$

5).

5 см 3 замк.

3 замк. $12 - 3$

$5 \cdot \frac{4 \cdot 11 \cdot 10}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 5 \cdot 220 - 10 = 1100 - 10 = 1090$

6

$15/7 + 0 + 0 = 2, 1/7$

$-3 \leq 2a + b - 3 \leq 3$
 $0 \leq 2a + b \leq 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

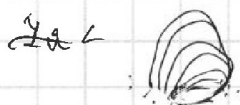
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$M = |b| + |5a - b| + |2a + b - 3|$, где a и b - действ.
Укажите M -min и a и b

$$|2a + b - 3| < 3$$

$$|2a + b| < 6 \quad b < 6 - 2a$$



$$3a + 6 > 5a - b > 3a$$

$$|b|$$

$$\begin{aligned} b > 0 \\ 5a - b > 0 \\ 2a + b - 3 > 0 \\ 5a > 0 \\ a > 0 \\ 2a + b > 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 < 2a + b < 6 \\ -2a < b < 6 - 2a \\ 2a - 6 > -b > 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2a & \quad 6 - 2a \\ b & = -2a \end{aligned}$$

$$3 - 2a$$

$$b = 3 - 2a$$

$$0 < 2a + b < 6 \quad 3a - 2b < 5a - b < 6 + 3a - 2b$$

$$M = |5a| + |2a - 3| \quad -2a < b < 6 - 2a$$

$$3a - 2b < 5a - b < 6 + 3a - 2b$$

$$5a + |2a + b - 3|$$

$$3 > -b > -3$$

$$-3 < b < 3$$

$$-3 < 5a - b < 3$$

$$-3 < b < 3$$

$$-3 < 2a < 9 \quad 1, 2, 5$$

$$-7,5 < 5a < 22,5$$

$$-10,5 < 5a - b < 25,5$$

$$0 \leq b$$

$$-3 < b < 3$$

$$0 < 2a + b < 6$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3 \cdot 500^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4} \\ & \quad \times \sqrt{2 \cdot 512^2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 5} \\ & \quad = 3 \cdot 500 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$M = |5a| + |2a - 3|$$

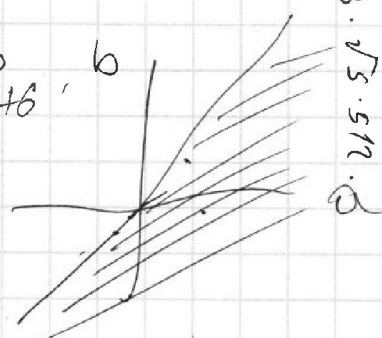
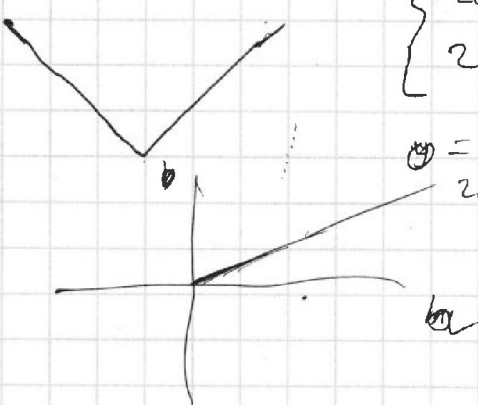
$$\begin{cases} 2a + b + 3 < 3 \\ 2a + b - 3 > -3 \end{cases}$$

$$2a + b < 6$$

$$2a + b > 0$$

$$b = 2a - b$$

$$2a = b + b$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \sqrt{x} \quad 3x + 2\sqrt{6y} \cdot \sqrt{x} + 2y = 2024^2 \cdot 45 = 0$$

$$\Delta = 24y - 34(2y - 2024^2 \cdot 45) = 24y - 8y + 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 =$$

$$= 16y + 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 = 4 \cdot 2024^2 \cdot 45$$

$$\sqrt{x} = - \frac{-2\sqrt{6y} \pm 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{6}$$

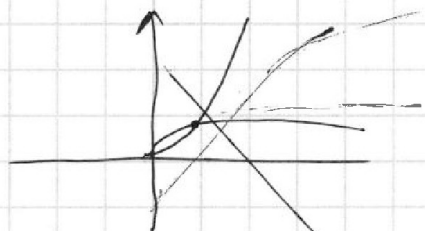
$$\sqrt{x} = \frac{-\sqrt{6y} \pm 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{3}$$

$$\sqrt{y} = \frac{-2\sqrt{6x} \pm 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{4}$$

$$\sqrt{y} =$$

$$\sqrt{2y} = \dots$$

$$\sqrt{3y} =$$



$$\begin{cases} 2y - 3x - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{75x} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \\ 3y - 2x - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{6xy} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \end{cases}$$

$$2y - 3x = 3x - 2y$$

$$0 = -2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} (\sqrt{3x} + \sqrt{2y}) + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$1 = 2(\sqrt{3x} + \sqrt{2y})$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$3 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \left(\sqrt{\frac{3}{5}x} + \sqrt{\frac{2}{5}y} \right) = 6072 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{3}{5}x} + \sqrt{\frac{2}{5}y} = 6072$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}y} = 6072 - \sqrt{\frac{3}{5}x}$$

$$\frac{2}{5}y = 6072^2 - 2 \cdot 12144 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}x}$$

$$x = 15$$

$$y = 10$$

$$x = \dots$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $ax + by + c = 0 \quad = \quad x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = 0 \quad \begin{matrix} x_1 x_2 \\ + x_1 + x_2 \end{matrix}$
 $ax + by + (c+3) = 0 \quad = \quad x + \frac{b}{a}y + \frac{c+3}{a} = 0$
 $ax + by + (c+3+d) = 0 \quad = \quad x + \frac{b}{a}y + \frac{c+3+d}{a} = 0$

$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2.$ $2025 = 81 \cdot 25$
 $\quad \quad \quad - \frac{4b}{a} \quad \quad \quad \frac{4c}{a}$
 $\frac{b^2}{a^2} - 4 \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - 4 \cdot \frac{c+3}{a} + 2 = \frac{b^2}{a^2} - 4 \cdot \frac{c+3+d}{a} + 6$
 $4 \frac{c}{a} = 4 \frac{c+3}{a} + 2 = 4 \cdot \frac{c+3+d}{a} + 6 \quad \sqrt{2y} = \sqrt{2024 \cdot 45} - \sqrt{3x}$
 $2 \frac{c}{a} = 2 \frac{c+3}{a} + 1 = 2 \frac{c+3+d}{a} + 3 \quad | \cdot a \quad 2y = 2024^2 \cdot 45 - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 3x$
 $2c = 2c + 6 + a = 2c + 6 + 2d + 3a \quad y = 1,5x - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + \dots$
 $0 = 6 + a = 6 + 2d + 3a \quad 3x = \dots - \dots +$

$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot 45}$ 6 квадратов.

$3x + \sqrt{24xy} + 2y = 2024^2 \cdot \sqrt{2025} = 2024^2 \cdot 45$

$(\sqrt{3x} + \sqrt{2y})^2 = 2024^2 \cdot 45$ $\sqrt{24xy} \in \mathbb{Z}$
 $\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$ $2\sqrt{6xy} \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$

$3x + 2y + \sqrt{24xy} = 2024^2 \cdot 45$

$xy : 6 \quad x : 2 \quad (\sqrt{3x} + \sqrt{2y})^2 = 2024^2 \cdot 45$

$x : 3 \quad y : 3 \quad \sqrt{3x} + \sqrt{2y} = 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$

$x = 10$
 $y = 15$

$t = \sqrt{3x}$

$2y = 2024^2 \cdot 45 - 4048 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 3x$

$y = 1012 \cdot 2024 \cdot 45 - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15} \cdot t + 1,5t^2$

$t =$

Вероятно: (

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}}{2} = 2024 \sqrt{15}$

$\sqrt{3x} + \sqrt{2y}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

Выразим $\sqrt{2y}$

$$\sqrt{2y} = -\sqrt{3x} + 2024\sqrt{45} \quad \text{возведем в квадрат.}$$

$$2y = 2024^2 \cdot 45 - 2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 3x.$$

Поскольку $y \in \mathbb{Z}$, то $-2 \cdot 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x}$ — тоже целое.

№ 3

$$\begin{cases} 10 \cdot \min(a; b) + \max(a; b) = 2a + 3b \\ (\min(a; b))^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases}$$

Пусть $a < b$.

$$\begin{cases} 10a + b = 2a + 3b \\ a^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases} \quad \begin{matrix} 8a = 2b \\ 4a = b. \end{matrix} \quad \text{или} \quad \text{НОД}(a; b) : b, \frac{b}{2}, \frac{b}{4}.$$

$$\begin{aligned} a^2 + b &= 6 \\ a^2 + 4a &= 6 \\ a^2 + 4a - 6 &= 0 \\ a &= 16 + 24 = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{b}{2} &= 6 \\ a^2 + 2a - 6 &= 0 \\ a &= 4 + 24 = 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + a \cdot b &= 0 \\ a &= 3 \quad a_2 = 2 \\ b &= 6. \end{aligned}$$

$a > b$

$$\begin{cases} 10b + a = 2a + 3b \\ b^2 + \text{НОД}(a; b) = 6 \end{cases}$$

$$4b = a \quad \text{НОД} : a, \frac{a}{4}$$

$$\begin{aligned} b^2 + 4b - 6 &= 0 & b^2 + b - 6 &= 0 \\ b_1 &= 2 & b_1 &= 2 \\ b_2 &= 2 & b_2 &= 2 \end{aligned}$$

✓



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☒4
☒5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

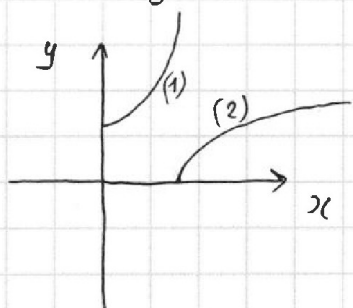
Посмотрим на 2 графика.

$$1) \sqrt{2y} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} - \sqrt{3x}$$

$$2) \sqrt{3x} = \sqrt{2024^2 \cdot \sqrt{2025}} - \sqrt{2y}$$

$$1) 2y = 3x - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$2) 3x = 2y - 2024 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$$



$$3x + 2 \cdot \sqrt{6xy} + 2y = 2024^2 \cdot 45$$

$$2\sqrt{6xy} = 2024^2 \cdot 45 - 2y - 3x$$

$$24xy = 2024^4 \cdot 45^2 + 4y^2 + 9x^2 - 2 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x +$$

$$12xy = 2024^4 \cdot 45^2 + 4y^2 + 9x^2 - 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x +$$

$$-(4y^2 - 12xy + 9x^2) = 2024^4 \cdot 45^2 - 4 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 2024^2 \cdot 45 \cdot x$$

$$-(2y - 3x)^2 = 2024^2 (2024^2 \cdot 45^2 - 4 \cdot 45 \cdot y - 6 \cdot 45 \cdot x)$$

$$(2y - 3x)^2 = 2024^2 (-2024^2 \cdot 45^2 + 4 \cdot 45 \cdot y + 6 \cdot 45 \cdot x)$$

$$(\sqrt{60x} - \sqrt{5})^2 = 60x - 10\sqrt{12x} + 5 = k^2$$

$$10\sqrt{12x} = k^2$$

$$42x + 1 - 2\sqrt{12x} : 5$$

$$2 \cdot x + 1 -$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12x} - 1 &= k \cdot \sqrt{5} \\ 1 &= \sqrt{12x} - k \cdot \sqrt{5} \\ 1 - \sqrt{5}(\sqrt{12x} - k) &= 2 \cdot \sqrt{15x} - \sqrt{5} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{5}(2\sqrt{12x} - 1) & \end{aligned}$$

$$\sqrt{12x} - 1 : \sqrt{5}$$

$$5(12x - 2\sqrt{12x} + 1) = 2$$

$$\begin{aligned} 3x - 2024 \cdot 3 \left(\sqrt{5}(\sqrt{12x} - 1) \right) &= 60x + 5 - 10\sqrt{12x} = k \\ 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}(2\sqrt{3x} - 1) &= \sqrt{60x} - \sqrt{5} = k \\ \sqrt{3x} + \sqrt{2y} - 2024 \cdot 9 \cdot 5 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{3x} + \sqrt{2y} - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 0$$

$$3x + 2y + 2024^2 \cdot 9 \cdot 5 - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{15x} - 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{10y} + 2024 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 0$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{12x} - 1) = k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{12x} - 1 = \frac{k}{\sqrt{5}}$$