



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральным n число $(n - 1)! + n! + (n + 1)!$ делится на 289?

2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .

3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.

5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.

7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}(n-1)! + n! + (n+1)! &= (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = \\&= (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! (n+1)^2 \quad : 289 = 17^2\end{aligned}$$

1) Если $n+1 \asymp 14$, то $(n-1)! \asymp 14^2$

Если $n-1 \geq 34$, то $(n-1)! \asymp 14^2$, такие как

17 - простое и встречается в разложении только
один раз

$$(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 14 \cdot \dots \cdot (n-1)$$

Тогда в этом случае $n-1 \geq 34$

$$\min n = 35$$

2) Если $n+1 \mid 14$, то $(n-1)! (n+1)^2 \mid 14^2$

тогда $n+1 = 14 \cdot k \quad (k \geq 1)$

$$\min n = 14k - 1 = 14 - 1 = 13$$

$$13 < 35$$

ответ: 16

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

даны числа:

$$(a-3)^2; (a-2)^2; (a-1)^2; a^2; (a+1)^2; (a+2)^2; (a+3)^2$$

$$S = a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 = 7a^2 + 28$$

$$S - 28 = N^5$$

$$7a^2 = N^5; N: 7, a^2: 7^4$$

$N > 8$ по условию, тогда пусть $N = 7p$ (p -какое то число > 1)

$$7a^2 = 7^5 p^5$$
$$a^2 = 7^4 \cdot p^5$$

$a = 7^2 \cdot \sqrt{p^5}$, $a \in \mathbb{N}$, тогда p^5 -квадрат какого-то числа

$$p^5 = k^{10} \quad (k \in \mathbb{N}, k > 1)$$

$$7a^2 = 7(7^4 \cdot k^{10}) = N^5$$

$N = 7 \cdot k^2$, наименьшее натуральное k больше 1

$$k=2 \Rightarrow N = 7 \cdot 4 = 28$$

объем: 28



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

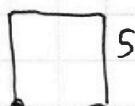
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

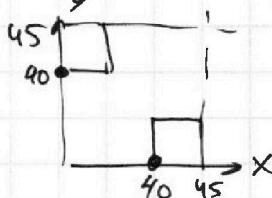
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим виды квадратов, зафиксировав самую левую точку.

1) при сторонах параллельных Ох и Оу всего один вид



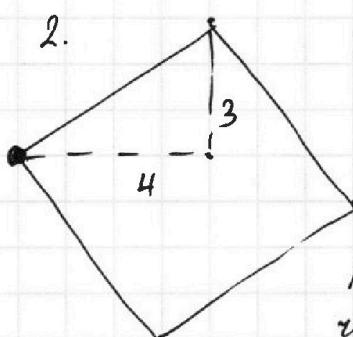
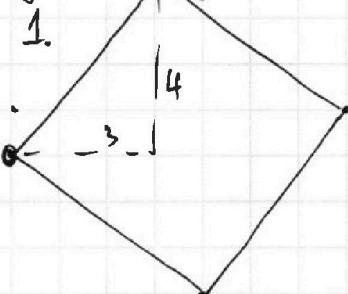
Зафиксировав левую нижнюю точку, она может стоять в точках где $x \in [0; 40]$; $y \in [0; 40]$



Тогда таких квадратов

$$41 \cdot 41 = 41^2$$

2) при сторонах непараллельных осям Ох и Оу $5^2 = 3^2 + 4^2$ по теореме Пифагора. Фиксируем самую левую точку



Симметрия относительно Ох или Оу переводит 1 квадрат во 2, а 2 квадрат в 1.

Поэтому, чтобы посчитать количество всех квадратов такого вида, достаточно посчитать сколько квадратов будет 1 из?

1. Занимаем 7 клеток по Ох и по Оу. Точки в которых может стоять самая левая:

$$x \in [0; 38]; y \in [0; 38]$$

$$39^2$$

2. Занимаем 7 клеток по Оу и по Ох. Точки в которых может стоять самая левая:

$$x \in [0; 38]; y \in [0; 38]$$

$$39^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

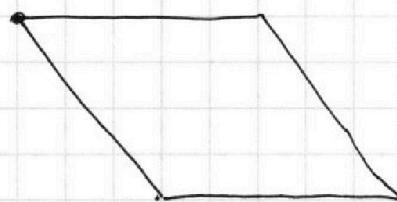
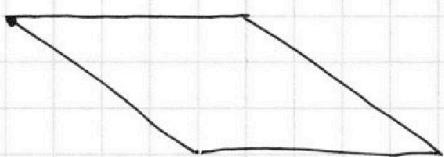
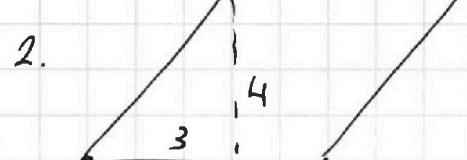
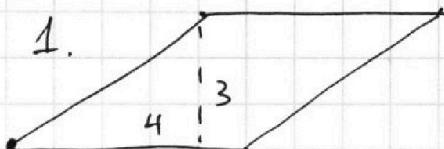
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ромб (не являющийся квадратом)

1) Сторона ромба параллельна оси Ox , берём самую левую точку.



симметрия относительно

Ox и Oy переводит квадратный ромб во второй ромб своего вида. Чтобы посчитать все ромбы вида 1) надо посчитать количество перечисленных ромбов

1. Занчинаем 9 клеток по Ox и 3 клетки по Oy

$$1) X \in [0; 36]; Y \in [0; 42] \quad 2) X \in [3; 45]; Y \in [3; 45]$$

$$3 \cdot 43 + 3 \cdot 43 = 2 \cdot 34 \cdot 43 = 3182$$

2. Занчинаем 8 клеток по Ox и 4 по Oy

$$1) X \in [0; 37]; Y \in [0; 41] \quad 2) X \in [0; 34]; Y \in [4; 45]$$

$$38 \cdot 42 + 38 \cdot 42 = 2 \cdot 38 \cdot 42 = 3192$$

2) Сторона ромба параллельна оси Oy .

Заметим, что так как мы ограничиваем площадь квадратами $45 \cdot 45$, то если посчитать оси Ox и Oy , то мы будем решать задачу пункта 1) ведь мы просто повернем всем все ромбы на 90° относительно фиксированной начальной точки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

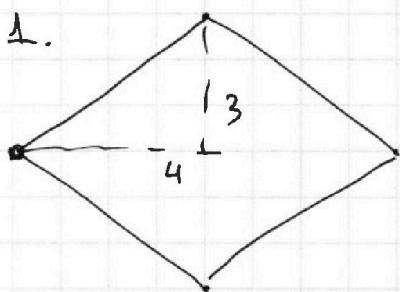
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь ромбов вида 2) будет столько же

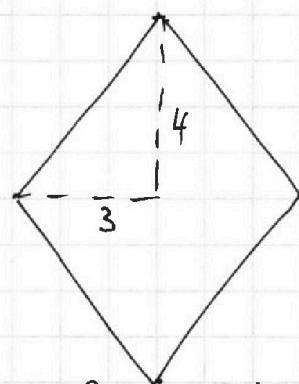
$$3182 + 3192 = 6374$$

3) Если стороны ромба не параллельны осям Ox и Oy .

1.



2.



Симметрия относительно Ox и Oy переведет ромбы в себе же.

1. Занимают 8 клеток по Ox и 6 по Oy
 $x \in [0; 34]; y \in [0; 39]$

$$38 \cdot 40 = 1520$$

2. Занимают 6 клеток по Ox и 8 по Oy
 $x \in [0; 39]; y \in [0; 37]$

$$40 \cdot 38 = 1520$$

Площадь всего таких ромбов:

$$41^2 + 39^2 + 39^2 + 6374 + 6374 + 2 \cdot 1520 =$$

$$= 1681 + 3042 + 12748 + 3040 = 20511$$

Ответ: 20511



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot 2^x$$

$$(y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{c} y-45 \quad y \quad y+45 \\ \hline a-90 \quad a \end{array}$$

$$a(a-90) = 23 \cdot 2^x, x \neq 0$$

$$a:2$$

если $a \nmid 4$

$$\text{то } a-90 \nmid 4$$

если $a \mid 4$

$$\text{то } \cancel{a-90} \mid 4$$

$$\begin{cases} a = 2^k \\ a-90 = 2 \cdot 23 \end{cases}$$

$$90 = 2(2^{k-1} - 23)$$

Одна из скобок делится
на 2, а остальные на
 2^{x-1}

$$2^{k-1} - 23 = 45$$

$$2^{k-1} = 68$$

$$k-1 \notin N$$

$x = k+1 \in N$
противоречие

$$\begin{cases} a = 2^k \cdot 23 \\ a-90 = 2 \end{cases}$$

$$90 = 2(2^{k-1} - 23 - 1)$$

$$2^{k-1} \cdot 23 = 45 + 1 = 46$$

$$k-1 = 1$$

$$k = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^k \cdot 23 = 92$$

$$y = a - 45 = 47$$

если есть корень $y > 0$, то подходит и та-
кой же равной ему по модулю т.к.

$$y^2 = (-y)^2$$

$$x = k + 1 = 3$$

$$y = \pm 47$$

3) $a = 2$

$$a - 90 = 2^k \cdot 23, \text{ противоречие т.к } a > a - 90$$

4) $a = 2 \cdot 23$

$$a - 90 = 2^k$$

$$46 - 90 = 2^k \\ -44 = 2^k, \text{ противоречие}$$

Ответ: $(3; 47); (3; -47)$

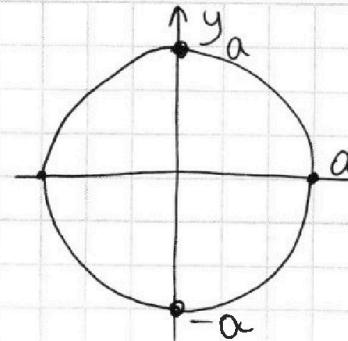


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = a^2, \quad y \in [-a; a]$$

1) при $y \geq 0$

так $y^2 - 4y - a = y(y-4) - a$
так y больше y , так y больше
значение. Тогда y при $y \geq 0$
макс. значение в $y=a$

2) при $y < 0$

$y^2 - 4y - a = y^2 + 4|y| - a$, так $|y|$ больше $|y|$ при
всем $y < 0$ макс. значение
достигается в $y=-a$

I. при $a > 0$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a$$

$$a^2 + 3a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 3a = 6$$

$$D = 9 + 4 \cdot 6 = 33$$

$$a_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} < 0, \text{ не подходит}$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{ответ: } \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \text{ и } -1$$

II. при $a < 0$

$$a^2 - 4|a| + |a| = a^2 - 3|a|$$

$$a^2 + 4|a| + |a| = a^2 + 5|a|$$

$$a^2 + 5|a| = 6$$

$$a = \pm 1$$

при $a < 0$

$$a = -1$$

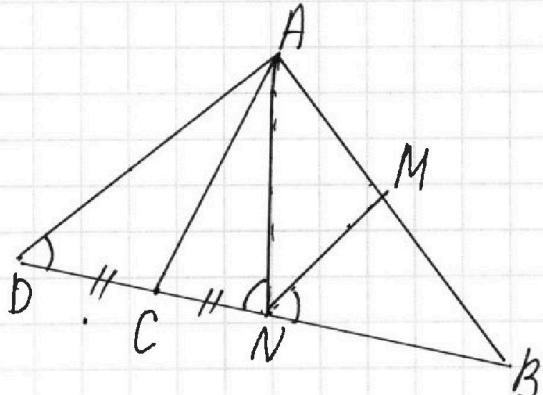


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, $\angle BNC = \angle ANC = 40^\circ$;
 $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
найти $\angle CAN$?

Решение:

$$1) BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Продолжим сторону BC до точки D, тогда $CN = CD$

$$\frac{BN}{ND} = \frac{BM}{MA}, \quad \angle MBN \text{ общий}; \quad \triangle MBN \sim \triangle ABD$$

$$\angle ADB = \angle MNB = 40^\circ$$

$\triangle DAN$ - равнодебранный (по угла)

AC - медиана = биссектриса = биссектриса

$$\angle DAN = 180 - 2 \cdot 40 = 40^\circ$$

$$\angle CAN = 40 : 2 = 20$$

Ответ: 20

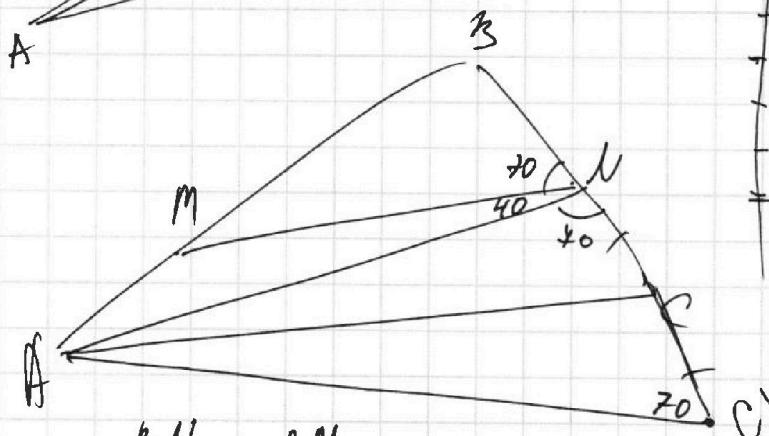
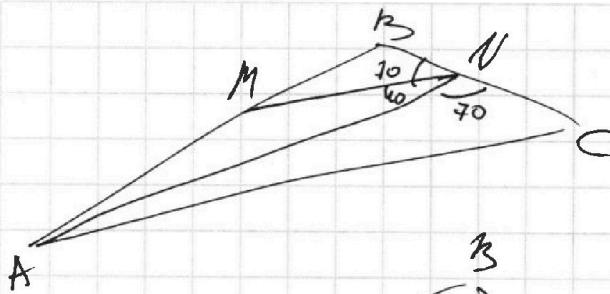


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

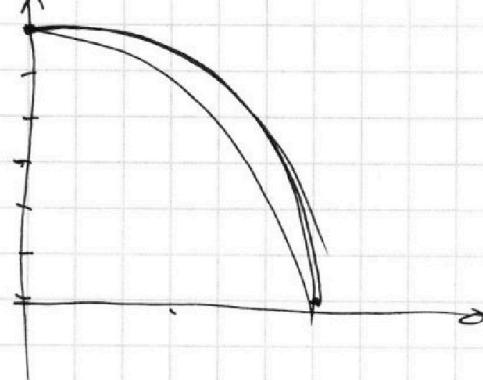
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{AM}$$

$$\text{Чт.з.: } BN \cdot AM = BM \cdot NC$$

$$BN \cdot AM = 2BM \cdot NC$$



$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{AM}$$

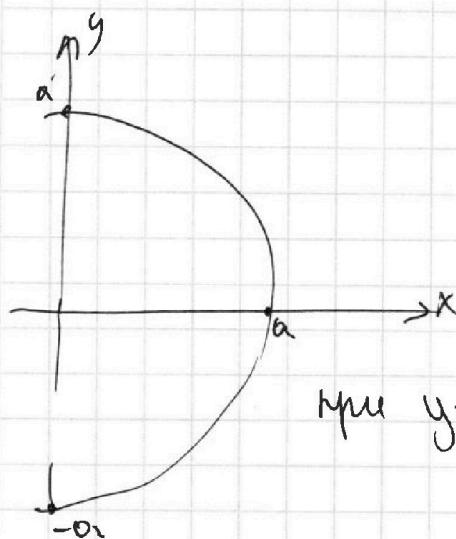
МВN подобен ABC, равноделенный, $\angle NAC = \frac{1}{2} \angle NAC'$
 $\angle NAC = 40^\circ$, $\angle CAN = 20^\circ$ диссект

$$a = 6$$

$$y^2 - 4y - 0_1$$

$$y^2 - 4y = y(y-4) - a$$

при $y < 4$ знач. $a < 0$



при $y = -a$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$a(a+3) = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot a^x$$

$$(y+45)(y-45) = 23 \cdot a^x$$

$$\frac{y-45}{a-90} \cdot y \cdot \frac{y+45}{a}$$

$$a(a-90) = 23 \cdot a^x$$

~~23 · a^x~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 5 7

$$23 \cdot a^k + 2025 = y^2$$

$$y \geq 45$$

$$\begin{array}{r} 2116 \\ - 2025 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot 2^k$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ - 46 \\ \hline 246 \\ \begin{array}{r} 18 \\ - 16 \\ \hline 16 \end{array} \end{array}$$

$$a = 2^k$$

$$a - 90 = 2 \cdot 23$$

$$90 = 2 / (2^{k-1} - 23)$$

$$\begin{array}{l} 2^{k-1} - 23 = 45 \\ 2^{k-1} = 68 \text{ можно} \end{array}$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^k$$

$$a = 2 \cdot 23$$

$$a - 90 =$$

$$\begin{array}{ccc} y-45 & & y+45 \\ \hline & 9 & \\ & a & \end{array}$$

$$a(a - 90) = 23 \cdot 2^k$$

$$\begin{array}{c} a \cdot 2^k \cdot 9 \\ a - 90 : 4 \end{array} \quad \text{X} \text{ (нечётность)}$$

$$a = 12g = 2^7$$

$$a - 90 = 38 = 2$$

(23) - простое.

$$a = 23 \cdot 2^k$$

$$a - 90 = 2^{k+4}$$

$$a = 2^k$$

$$b = 2 \cdot 23$$

$$\begin{array}{l} a-90 \\ a = 23 \cdot 2^k \end{array}$$

$$a-90 = 2$$

$$23 \cdot 2^k - 2^m = 90$$

$$23 \cdot 2^m / (2^{k-m} - 1) = 90 \quad m=1$$

$$a - 90 = 2$$

$$23 \cdot 2^k - 2^1 = 90 \Rightarrow 23 \cdot 2^k = 92 = 23 \cdot 4$$

$$a(90 = 0) = 90 + 92 \cdot 2 = 23 \cdot 2^5$$

$$2(2^{k-1} - 23 - 1)$$

$$X=15$$

$$y = \pm (a - 45) = \pm 97$$

$$2^{k-1} \cdot 23 = 46$$

$$2^{k-1} = 1$$

$$k=2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$$289 = 17^2$$

$$\begin{array}{r} 3192 \\ + 3182 \\ \hline 6374 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 39 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351 \\ - 170 \\ \hline 181 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ - 41 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1690 \\ - 1681 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1520 \\ - 1596 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$(a-3)^2; (a-2)^2; (a-1)^2; a^2; (a+1)^2; (a+2)^2; (a+3)^2 = 763$$

$$5-28 = N^5 \quad (N>8)$$

$$\begin{aligned} &a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + a^2 - 3a + 1 + a^2 + a^2 + 3a + 1 + a^2 \\ &+ 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 = 7a^2 + 48 + 6(9+4+1+9+4+1) = \\ &= 7a^2 + 28 \end{aligned}$$

$$5-28 = 7a^2 = N^5 \quad (N>8)$$

$$7 \cdot a^2 = N^5$$

$$N:4, N>4.$$

$a:4^2$ чётное $a:4^1$, тк $N>8$, то $a \neq p \cdot 4$.

$$7 \cdot a^2 = 7^5 \cdot p^5$$

$$a^2 = 7^4 \cdot p^5$$

$$a = 7^2 \cdot \sqrt[p^5]{p}$$

$$p^5 = k^{10}$$

$$7a^2 = 7 \cdot (7^4 \cdot k^{10}) = N^5 = 7 \cdot k^2 \quad N = 7 \cdot k^2, \quad k > 1 \in N$$

$$N = 28$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 9 \\ \hline 29 \end{array}$$

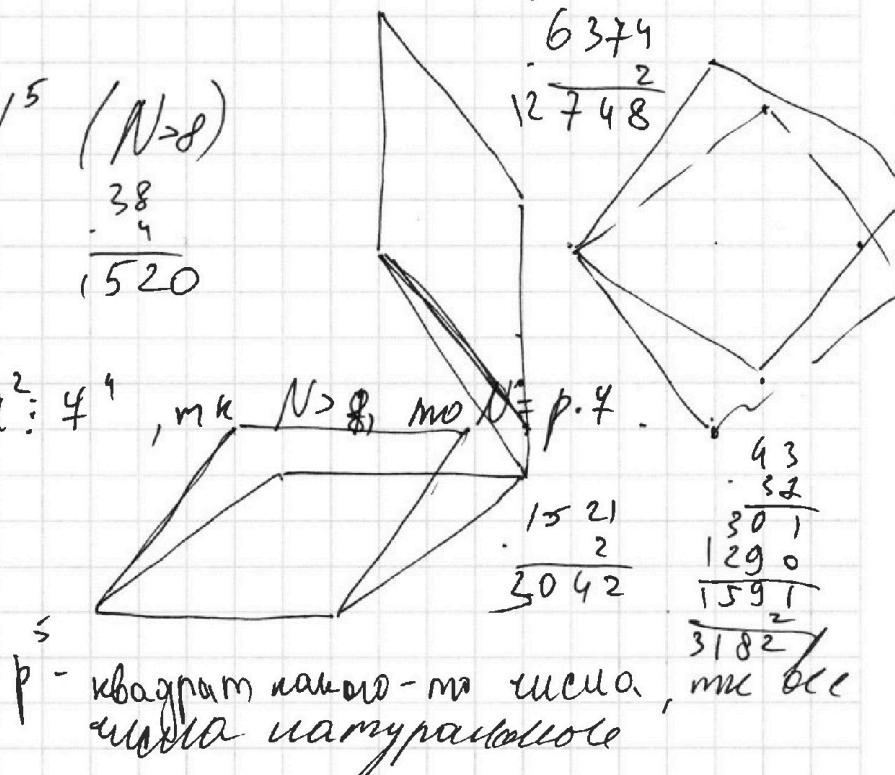
$$\begin{array}{r} 6374 \\ - 12748 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1521 \\ - 3042 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 32 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1290 \\ - 1591 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3182 \\ - 3182 \\ \hline 0 \end{array}$$

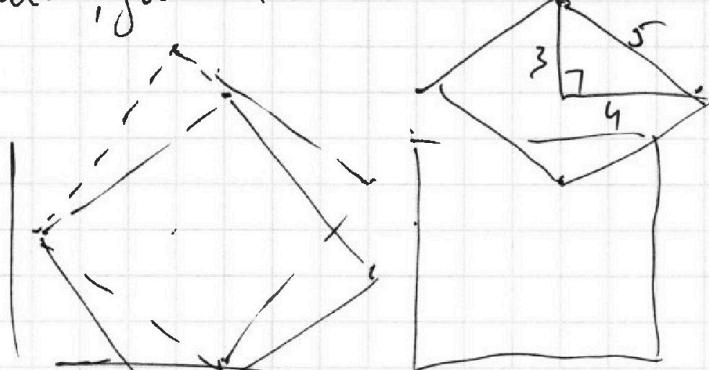


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

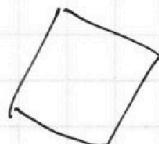
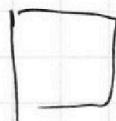
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ромб, диагональ 5

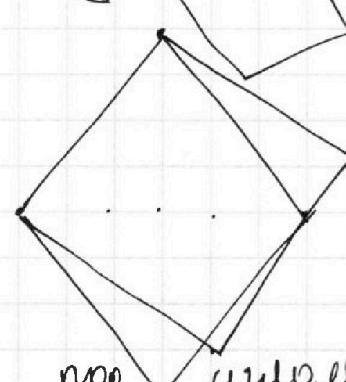
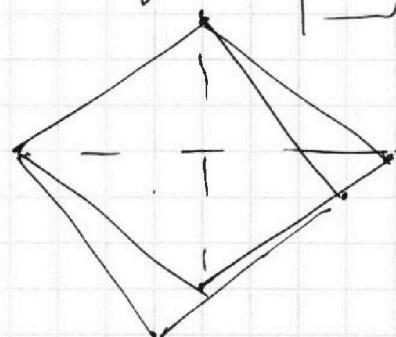


Все виды:



$$\text{Всем: } 41^2 + 2 \cdot 39^2$$

$$+ 2 \cdot 40 \cdot 38 = \\ = 41^2 + 2 \cdot 39^2 \\ + 2(39^2 - 1) = \\ = 41^2 + 4 \cdot 39^2 - 2$$



Если параллелические

все виды

$$x = 4; 3$$

$$y = 3; 4$$

всё Т. Пифагора

Все квадраты + все все виды.

Левая шестнадцатая точка

6 видов из 16

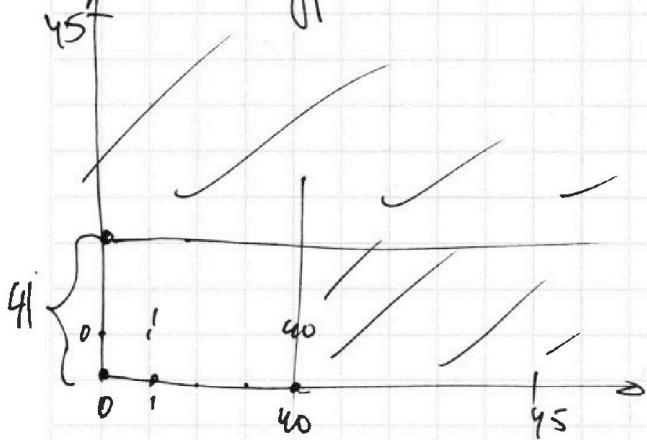
$$k \in [0; 40]$$

$$y \in [0; 40]$$

видов:

$$39^2$$

(41²) квадратов.



$$\text{виды: } \frac{1}{2} \cdot (45-8+1)(45-6+1) = 40 \cdot 38$$

$$\text{виды: } (45-6+1)(45-8+1) = 40 \cdot 38$$

$$\text{виды: } (45-4+1)(45-4+1) = 39^2$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 40 \\ 40 \\ \hline 10 \\ 10 \\ 0 \\ \hline 2051 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$(x) \geq 6$$

при $a < 0$

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$\begin{aligned} x &\geq 6 \\ a^2 + 4a + a &= \\ a^2 + 5a &= 6 \end{aligned}$$

$$b^2 - 18^2 \quad y \geq 2$$

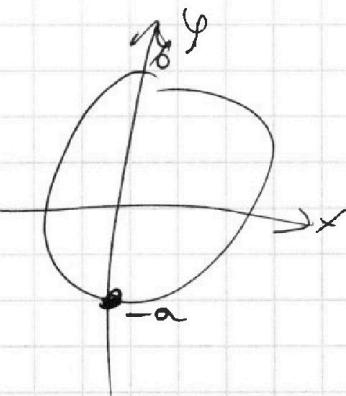
$$x \geq 6$$

$$\begin{aligned} x &\leq -6 \quad (a) = 1 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$b^2 - 18^2 \quad y \geq 2$$

$$x \leq -6$$

$$x \geq 6$$



$$a = 6$$

$$36 - 24 - 6 = 6$$

$$36 + 24 - 6 = 54$$

$$(n-1)! + n! (n+1)! : 289$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$(n-1)! (n + n^2 + n) : 289$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$(n-1)! (n^2 + 2n) =$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$Q_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$Q_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} \quad \text{с о } \begin{aligned} &\text{1) при } n+1 \neq 14 \\ &n=16 \text{ все} \end{aligned}$$

шанс. задачи

$$n-1334 \quad 6 \quad \text{поставляем} = (n-1)! (n+2)n \quad (n-1)! : 14^2$$

$$(n \geq 35) \quad y = -a$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) = n \geq 35$$

$$-(n-1)! (1 + 2n + n^2) =$$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 289$$

$$\begin{aligned} n+1 &= 14 \\ n &= 13 \\ a &> 0 \end{aligned}$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер залачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 8 вариантов раскрытия модуля

$$1) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + 6 - x \quad (+++)$$

$$2) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + x - 6 \quad (++-)$$

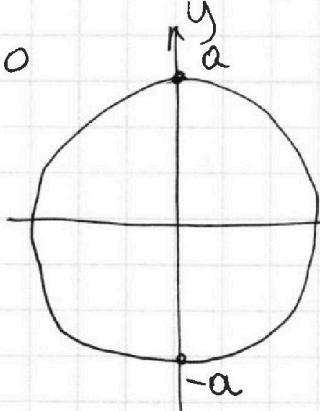
$$2x - 12 \leq 0$$

$$x \leq 6$$

$$3) -\sqrt{x^2 - x - 2} - 5 \geq -\sqrt{x^2 - x - 2} - x + 1 + 6 - x \quad (- - +)$$

$$2x - 12 \geq 0$$

$$x \geq 6$$



$$y \in [-a; a]$$

$$\text{при } y > 0 \quad y^2 - 4y = y(y-4)$$

$$\max_{y \in [-a; a]} y = a \quad \text{при } y \geq 0$$

$$\text{при } y < 0 \quad y^2 + 4y$$

$$\max_{y \in [-a; a]} y = -a.$$

$$a > 0$$

$$a > 0$$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a = 6$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a$$

$$\max_{a > 0} a^2 + 4a - a =$$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a$$

$$a^2 - 4|a| + a = a^2 - 3|a|$$

$$a^2 + 4a + |a| = a^2 + 5|a| \quad \max_{a > 0}$$