



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)! + n! + (n+1)!$ делится на 289?
2. [3 балла] Из суммы квадратов семи последовательных натуральных чисел вычли число 28 и получили пятую степень натурального числа N , большего 8. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 \right| + |6 - x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 45]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $y^2 - 4y - a$ равно 6.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 70^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! = (n-1)! (1 + n + n(n+1)) = \\ = (n-1)! (n^2 + 2n + 1) = (n-1)! (n+1)^2 : 289 = 17^2$$

1) Если $n+1 \nmid 14$, то $(n-1)! : 14^2$

Если $n-1 < 34$, то $(n-1)! \nmid 14^2$, тогда как

17 - простое и встретится в разложении только
когда $(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 14 \cdot \dots \cdot (n-1)$
Тогда в этом случае $n-1 \geq 34$
 $\min n = 35$

2) Если $n+1 : 14$, то $(n-1)! (n+1)^2 : 14^2$

тогда $n+1 = 14 \cdot k \quad (k \geq 1)$

$\min n = 14k - 1 = 14 - 1 = 16$

$16 < 35$

ответ: 16



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

даны числа:

$$(a-3)^2; (a-2)^2; (a-1)^2; a^2; (a+1)^2; (a+2)^2; (a+3)^2$$

$$S = a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 = 7a^2 + 28$$

$$S - 28 = N^5$$

$$7a^2 = N^5; \quad N: 7, \quad a^2: 7^4$$

$N > 8$ по условию, тогда пусть $N = 7p$ (p - какое то число > 1)

$$7a^2 = 7^5 p^5$$

$$a^2 = 7^4 \cdot p^5$$

$a = 7^2 \cdot \sqrt{p^5}$, $a \in \mathbb{N}$, тогда p^5 - квадрат какого-то числа

$$p^5 = k^{10} \quad (k \in \mathbb{N}, k > 1)$$

$$7a^2 = 7(7^4 \cdot k^{10}) = N^5$$

$$N = 7 \cdot k^2, \text{ наименьшее натуральное } k \text{ больше } 1$$

$$k=2 \Rightarrow N = 7 \cdot 4 = 28$$

ответ: 28



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

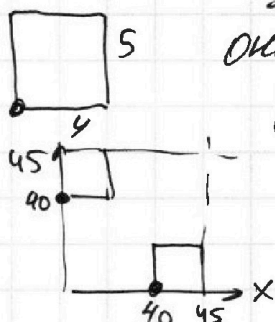
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим виды квадратов, зафиксируем самую левую точку.

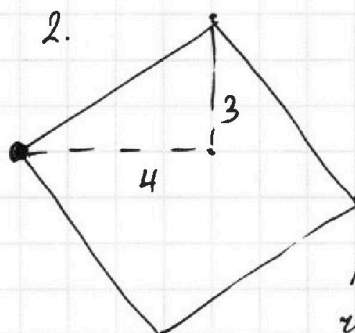
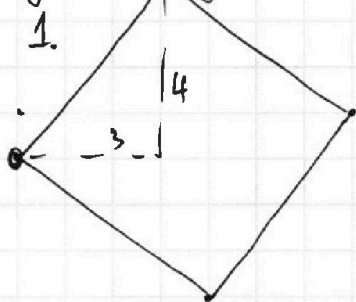
1) при сторонах параллельных Ox и Oy всего один вид



Зафиксируем левую и нижнюю точку, она может стоять в точках где $x \in [0; 40]$; $y \in [0; 40]$

Тогда таких квадратов $41 \cdot 41 = 41^2$

2) при сторонах не параллельных осям Ox и Oy $5^2 = 3^2 + 4^2$ по теореме Пифагора. Фиксируем самую левую точку



Симметрия относительно Ox или Oy преводит 1 квадрат во 2, а 2 квадрат в 1.

Поэтому, чтобы посчитать количество всех квадратов такого вида, достаточно посчитать сколько квадратов вида 1 или 2

1. Занимает 7 клеток по Ox и по Oy . Точки в которых может стоять самая левая: $x \in [0; 38]$; $y \in [0; 38]$

39^2

2. Занимает 7 клеток по Oy и по Ox . Точки в которых может стоять самая левая: $x \in [0; 38]$; $y \in [0; 38]$

39^2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

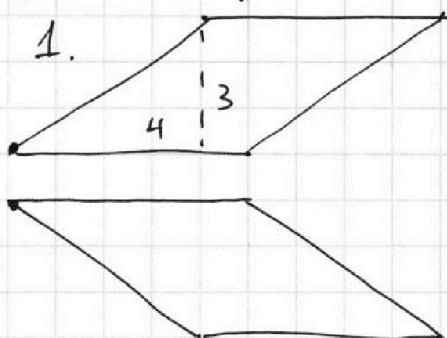
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

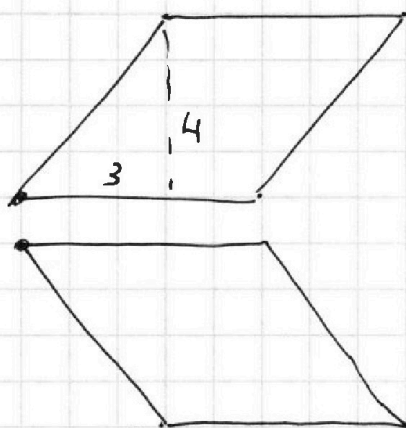
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим ромбы (не являющиеся квадратами)

1) Сторона ромба параллельна оси Ox , берем самую левую точку.



2.



симметрия относительно Ox и Oy переводит каждый ромб во второй ромб своего вида. Чтобы посчитать все ромбы вида

1) надо посчитать количество перечисленных ромбов

1. Занимает 9 клеток по Ox и 3 клетки по Oy

1) $x \in [0; 36]$; $y \in [0; 42]$ 2) $x \in [3; 45]$; $y \in [3; 45]$

$$37 \cdot 43 + 37 \cdot 43 = 2 \cdot 37 \cdot 43 = 3182$$

2. Занимает 8 клеток по Ox и 4 по Oy

1) $x \in [0; 37]$; $y \in [0; 41]$ 2) $x \in [0; 37]$; $y \in [4; 45]$

$$38 \cdot 42 + 38 \cdot 42 = 2 \cdot 38 \cdot 42 = 3192$$

2) Сторона ромба параллельна оси Oy .

Заметим, что так как мы ограничиваем плоскость квадратом $45 \cdot 45$, то если поворачивать оси Ox и Oy , то мы будем решать задачу пункта 1) ведь мы просто поворачиваем все ромбы на 90° относительно фиксируемой изначально точки.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

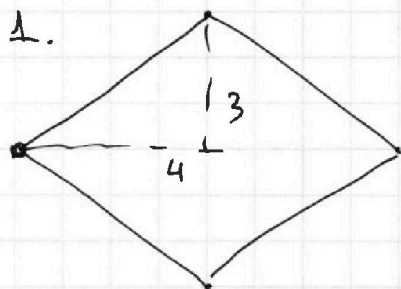
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда ромбов вида 2) будет столько же

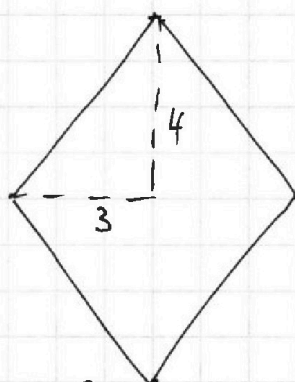
$$3182 + 3192 = 6374$$

3) Если стороны ромба не $\parallel$ параллельны осям Ox и Oy .

1.



2.



Симметрия относительно Ox и Oy переводит ромбы в себя же.

1. Занимает 8 клеток по Ox и 6 по Oy
 $x \in [0; 37]; y \in [0; 39]$

$$38 \cdot 40 = 1520$$

2. Занимает 6 клеток по Ox и 8 по Oy
 $x \in [0; 39]; y \in [0; 37]$

$$40 \cdot 38 = 1520$$

Тогда всего таких ромбов:

$$41^2 + 39^2 + 39^2 + 6374 + 6374 + 2 \cdot 1520 =$$

$$= 1681 + 3042 + 12748 + 3040 = 20511$$

Ответ: 20511



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^k + 2025 = y^2$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot 2^k$$

$$(y-45)(y+45) = 23 \cdot 2^k$$

$$\begin{array}{ccc} y-45 & y & y+45 \\ \hline a-90 & & a \end{array}$$

$$a(a-90) = 23 \cdot 2^k, k \neq 0$$

$$a:2$$

если $a:4$

то $a-90:4$

если $a:4$

то ~~90~~ $a-90:4$

$$1) \begin{cases} a = 2^k \\ a-90 = 2 \cdot 23 \end{cases}$$

$$90 = 2(2^{k-1} - 23)$$

$$2^{k-1} - 23 = 45$$

$$2^{k-1} = 68$$

$$k-1 \notin \mathbb{N}$$

$$k = k+1 \notin \mathbb{N}$$

противоречие

$$2) \begin{cases} a = 2^k \cdot 23 \\ a-90 = 2 \end{cases}$$

$$90 = 2(2^{k-1} \cdot 23 - 1)$$

$$2^{k-1} \cdot 23 = 45 + 1 = 46$$

$$k-1 = 1$$

$$k = 2$$

Одна из сторон делится на 2, а остальная на 2^{k-1}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☒

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^2 \cdot 23 = 92$$

$$y = a - 48 = 44$$

если есть корень $y > 0$, то подходит и та-
кой же величиной $-y$ по модулю т.к.

$$y^2 = (-y)^2$$

$$x = k + 1 = 3$$

$$y = \pm 44$$

$$3) a = 2$$

$$a - 90 = 2^k \cdot 23, \text{ противоречие т.к. } a > a - 90$$

$$4) a = 2 \cdot 23$$

$$a - 90 = 2^k$$

$$46 - 90 = 2^k$$

$$-44 = 2^k, \text{ противоречие}$$

Ответ: $(3; 44); (3; -44)$



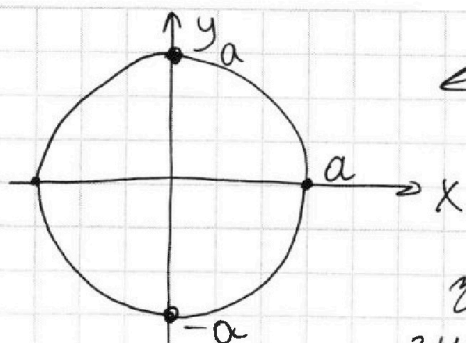
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\leftarrow x^2 + y^2 = a^2 ; y \in [-a; a]$$

1) при $y \geq 0$

$y^2 - 4y - a = y(y - 4) - a$
 чем больше y , тем больше значение. Тогда при $y \geq 0$ макс. значение в $y = a$

2) при $y < 0$

$y^2 - 4y - a = y^2 + 4|y| - a$, чем больше $|y|$ тем выше значение, при $y < 0$ макс. значение достигается в $y = -a$

I. при $a > 0$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a$$

$$a^2 + 3a > a^2 - 5a$$

$$a^2 + 3a = 6$$

$$D = 9 + 4 \cdot 6 = 33$$

$$a_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2} < 0, \text{ не подходит}$$

$$a = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

II. при $a < 0$

$$a^2 - 4|a| + |a| = a^2 - 3|a|$$

$$a^2 + 4|a| + |a| = a^2 + 5|a|$$

$$a^2 + 5|a| = 6$$

$$a = \pm 1$$

при $a < 0$

$$a = -1$$

ответ: $\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$ и -1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

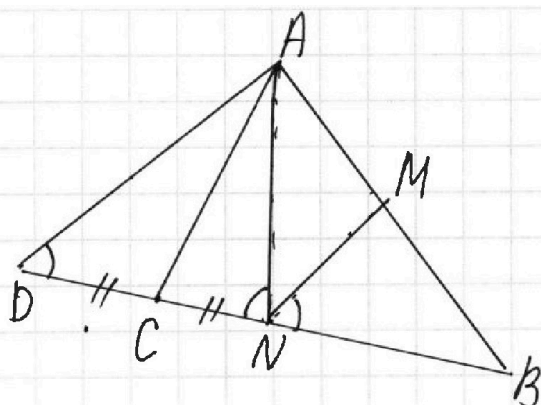
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, $\angle BNC = \angle ANC = 40^\circ$;

$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

найти $\angle CAN$?

Решение:

1) $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{MA}$$

Продлим сторону BC до точки D, чтобы $CN = CD$

$$\frac{BN}{ND} = \frac{BM}{MA}, \angle MBN \text{ общий}; \triangle MBN \sim \triangle ABD$$

$$\angle ADB = \angle MNB = 40^\circ$$

$\triangle DAN$ - равнобедренный (по углам)

AC - медиана = биссектриса = высота

$$\angle DAN = 180 - 2 \cdot 40 = 40$$

$$\angle CAN = 40 : 2 = 20$$

ответ: 20

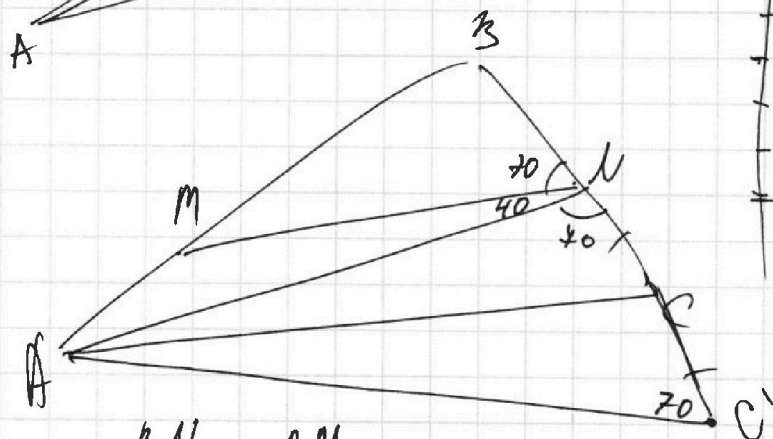
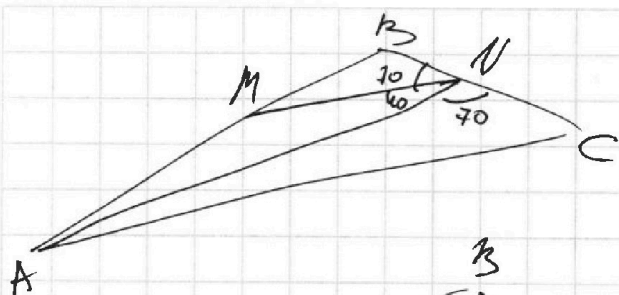


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

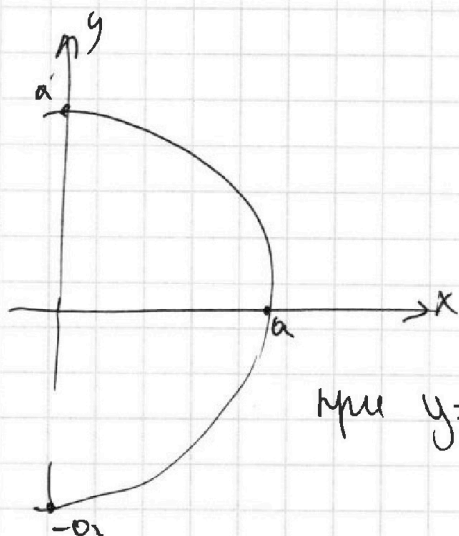


$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{AM}$$

$$\text{или: } BN \cdot AM = BM \cdot NC$$

$$\frac{BN}{2NC} = \frac{BM}{AM}$$

МВN подобен ABC, равнобедренный, $\angle NAC = \frac{1}{2} \angle NAC'$
 $\angle NAC' = 40$, $\angle CAN = 20$ диссекция
 $a = 6$



$$y^2 - 4y - a$$

$$y^2 - 4y = y(y - 4) - a$$

при $y < 4$ знак $\Phi < 0$

$$\text{при } y = -a$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$a(a + 3) = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot a^x$$

$$(y+45)(y-45) = 23 \cdot a^x$$

$$\begin{array}{ccc} y-45 & y & y+45 \\ a-90 & & a \end{array}$$

$$a(a-90) = 23 \cdot a^x$$

~~23 \cdot 2^x + 2025 = y^2~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot a^x + 2025 = y^2$$

$$y \geq 45$$

$$\begin{array}{r} 2116 - \\ - 2025 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \cdot 46 \\ \hline 276 \\ 1840 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$y^2 - 45^2 = 23 \cdot 2^x$$

$$(y - 45)(y + 45) = 23 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{c} y-45 \quad y \quad y+45 \\ a \end{array}$$

$$a(a-90) = 23 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{l} a: 2 \cdot 4 \\ a-90: 4 \end{array}$$

ХАШЕКСТАТ

$$a = 128 = 2^7$$

$$a - 90 = 38 = 2$$

(23) - простое.

$$a = 23 \cdot 2^x$$

$$a - 90 = 2^m$$

$$23 \cdot 2^k - 2^m = 90$$

$$23 \cdot 2^k (2^{k-m} - 1) = 90$$

$$m = 1$$

$$a(90 - a) = 92 \cdot 2 = 23 \cdot 2^5$$

$$X = 15$$

$$y = \pm (a - 45) = (\pm 44)$$

$$a = 2^k$$

$$a - 90 = 2 \cdot 23$$

$$90 = 2(2^{k-1} - 23)$$

$$2^{k-1} - 23 = 45$$

$$2^{k-1} = 68 \text{ много}$$

$$a = 2 \cdot 23$$

$$a - 90 =$$

$$a = 2^k$$

$$b = 2 \cdot 23$$

$$a - 90$$

$$a = 23 \cdot 2^k$$

$$a + 90 = 2$$

$$a - 90 = 2$$

$$a = 92 = 23 \cdot 4$$

$$2(2^{k-1} + 23 - 1)$$

$$2^{k-1} \cdot 23 = 46$$

$$2^{k-1} = 1$$

$$k = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$$289 = 17^2$$

$$\begin{array}{r} 3192 \\ + 3182 \\ \hline 6374 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 39 \\ \hline 351 \\ 1170 \\ \hline 1521 \\ 8084 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ - 41 \\ \hline 41 \\ 1690 \\ 1681 \\ \hline 6089 \\ 7765 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 42 \\ \hline 76 \\ 1520 \\ 1596 \\ \hline 3182 \\ - 2 = \end{array}$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2$$

$$(a-3)^2; (a-2)^2; (a-1)^2; a^2; (a+1)^2; (a+2)^2; (a+3)^2$$

$$S - 28 = N^5 \quad (N \geq 8)$$

$$= 7763$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 6a + 9 + a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 \\ & + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 = 7a^2 + 8 + 6(9 + 4 + 1 + 9 + 4 + 1) = \\ & = 7a^2 + 28 \end{aligned}$$

$$S - 28 = 7a^2 = N^5 \quad (N \geq 8)$$

$$7a^2 = N^5$$

$$N : 7, N > 7.$$

$$a : 7^2$$

$$\text{умножен } a^2 : 7^4, \text{ так } N > 8, \text{ то } N \neq p \cdot 7.$$

$$7 \cdot a^2 = 7^5 \cdot p^5$$

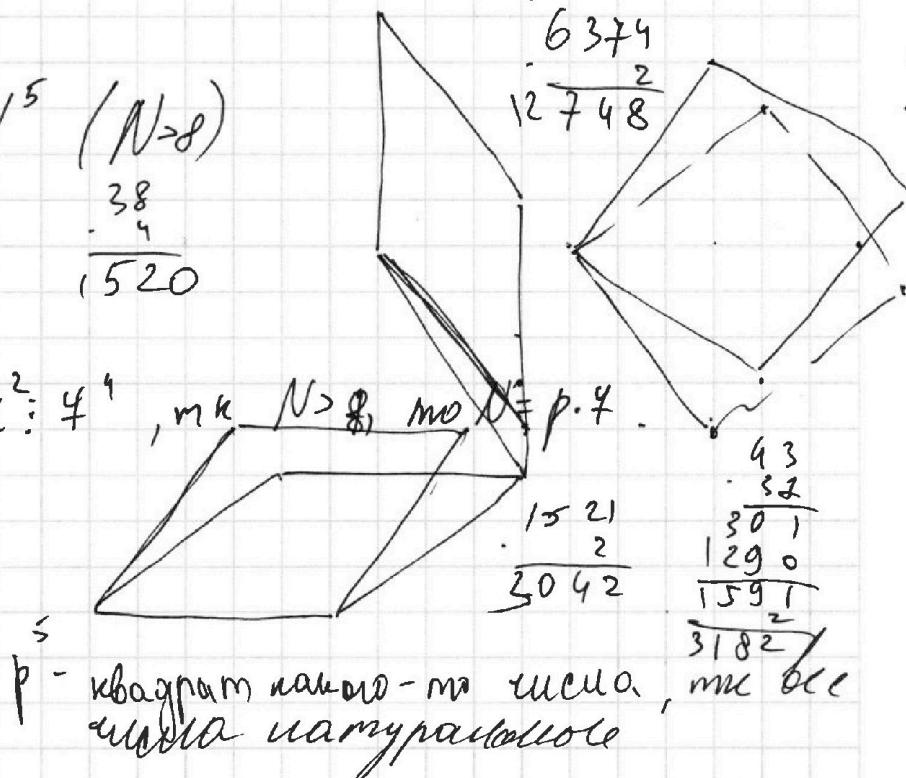
$$a^2 = 7^4 \cdot p^5$$

$$a = 7^2 \cdot \sqrt{p^5}$$

$$p^5 \mid 10$$

$$7a^2 = 7 \cdot (7^4 \cdot k^{10}) = N^5 = 7 \cdot k^2 \quad N = 7 \cdot k^2, \quad k > 1 \in \mathbb{N}$$

$$N = 28$$



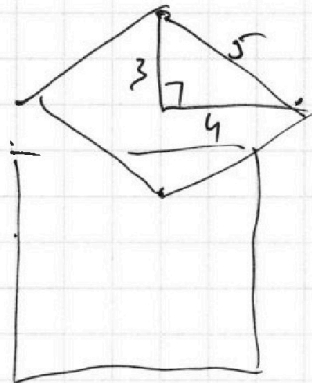
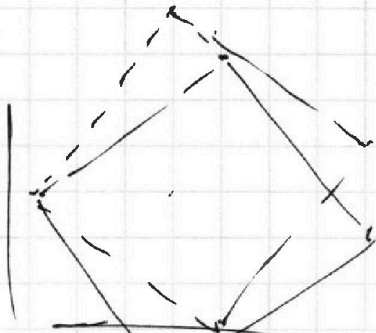


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ромб, длина 5



всего:

$$45 \cdot 41^2 + 2 \cdot 39^2$$

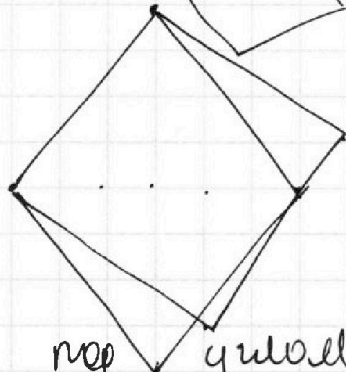
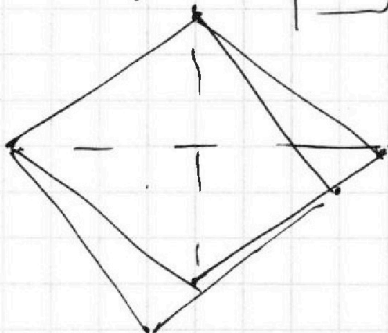
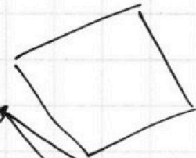
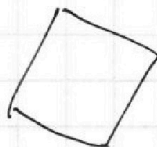
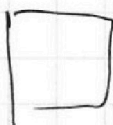
$$+ 2 \cdot 40 \cdot 38 =$$

$$= 41^2 + 2 \cdot 39^2$$

$$+ 2(39^2 - 1) =$$

$$= 41^2 + 4 \cdot 39^2 - 2$$

Все верши:



Если направлены:

чтб ушол

то $x = 4; 3$

$y = 3; 4$

то Т. Пирамид

Все квадраты + все ромбы ушол.

Левая и правая точка

в шлоуи узле

$x \in [0; 40]$

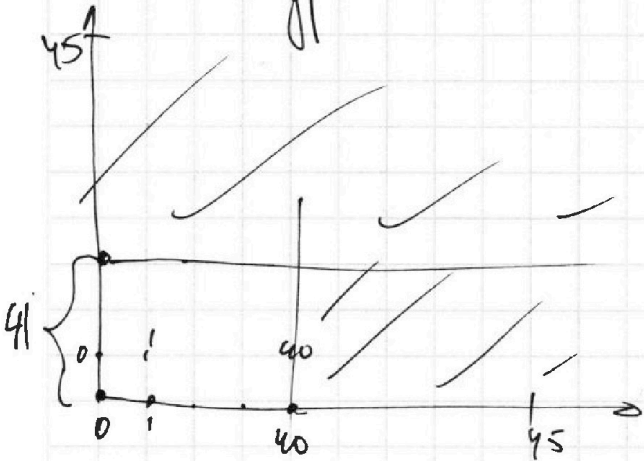
$y \in [0; 40]$

(41^2) квадратов.

всего:



39^2



всего : $(45-8+1)(45-6+1) = (40 \cdot 38)$

всего : $(45-6+1)(45-8+1) = (40 \cdot 38)$

всего : $(45-4+1)(45-4+1) = 39^2$

$$\begin{array}{r} 127481 \\ + 3042 \\ + 3040 \\ \hline 20511 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$23 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$b^2 \cdot 15^2$$

$$y \div 2$$

$$y \div 3$$

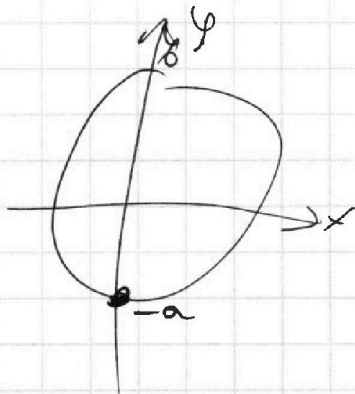
$$y \div 5$$

$$y \div 23$$

$$a=6$$

$$36 - 24 - 6 = 6$$

$$36 + 24 - 6 = 54$$



$$|x| \geq 6$$

$$x \geq 6$$

$$-x \geq 6$$

$$x \leq -6$$

при $a < 0$

$$x \geq 6 \quad a^2 + 4a + a =$$

$$x \leq -6 \quad a^2 + 5a = 6$$

$$x \leq -6 \quad |a| = 1$$

$$a = -1$$

$$x \geq 6$$

$$(n-1)! + n! + (n+1)! : 289$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$

$$a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$D = 9 + 24 = 33$$

$$a_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$$

$$a_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2}$$

$$(n-1)! (n + n^2 + n) : 289$$

$$(n-1)! (n^2 + 2n) =$$

1) при $n+1 \div 14$
 $n=16$ все

2) при $n+1 \div 14$

макс. значение

$$n=1334$$

достигается

$$y = -a$$

$$(n-1)! (n+2)n \quad (n-1)! : 14^2$$

$$1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 14 = 34 \quad n-1 \geq 34$$

$$(n-1)! (1 + n + n(n+1)) = n \geq 35$$

$$= (n-1)! (1 + 2n + n^2) =$$

$$(n-1)! (n+1)^2 : 289$$

при $n=14$
 $n=16$
 $a > 0$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a = 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 8 вариантов раскрытия модуля

$$1) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + 6 - x \quad (+++)$$

$$2) \sqrt{x^2 - x - 2} + 5 \geq \sqrt{x^2 - x - 2} + x - 1 + x - 6 \quad (++ -)$$

$$5 \geq 5$$

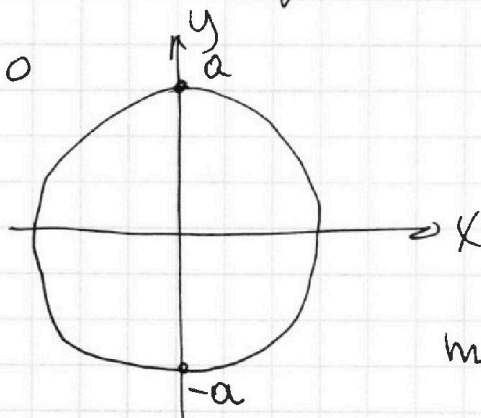
$$2x - 12 \leq 0$$

$$x \leq 6$$

$$3) -\sqrt{x^2 - x - 2} - 5 \geq -\sqrt{x^2 - x - 2} - x + 1 + 6 - x \quad (- - +)$$

$$2x - 12 \geq 0$$

$$x \geq 6$$



$$y \in [-a; a]$$

при $y > 0$ $y^2 - 4y = y(y - 4)$

max знач $y_{\max} = a$ при $y \geq 0$

при $y < 0$ $y^2 + 4y$

max знач при $y = -a$.

$$a > 0$$

$$a > 0$$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 4a - a =$$

$$a < 0$$

$$4) y^2 - 4$$

$$1) a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$2) a^2 + 4a - a = a^2 + 3a$$

$$a^2 - 4a - a = a^2 - 5a$$

$$a^2 + 4a - a = a^2 + 3a \text{ max}$$

$$a^2 - 4|a| + a = a^2 - 3|a|$$

$$a^2 + 4a + |a| = a^2 + 5a \text{ max}$$