



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. найти n ?, при котором $n! + (n+1)! + (n+2)! \div 367$

$$367 = 13 \cdot 13$$

$$\begin{aligned} n! + (n+1)! + (n+2)! &= n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = \\ &= n! (1 + (n+1) + (n+1)(n+2)) = n! (1 + n + 1 + n^2 + 2n + n + 2) = \\ &= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

Умно 13-кратно, тогда для того, чтобы $n! (n+2)^2$ делилось на 367, необходимо, чтобы в нём было как минимум два фактора множителя 13.

Наименьшее n , при котором это достигается: 17.

Если $n < 17$, то в $n!$ не будет множителя 13 и в $(n+2)^2$ тоже не будет множителя 13

$$17! (17+2)^2 = 17! \cdot 13 \cdot 13 \div 367$$

Ответ: наименьшее $n = 17$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

] $a-2$ $a-1$ a $a+1$ $a+2$ - пять последовательных натуральных чисел

Площа:

$$|a-2|^2 + |a-1|^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 20 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 20 = N^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 + 20 - 20 = N^3 \Leftrightarrow 5a^2 = N^3$$

Числа a и N , м.л. необходимо имеют одинаковые значения a

Число a^2 точно должно содержать как минимум 5 в качестве делителя.

~~Число~~] $a^2 = 5 \cdot 5$, тогда $N^3 = 5^3 \Leftrightarrow N = 5$ - не подходит, т.к. по условию $N > 6$.

$$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 - \text{не подходит, тогда следующие варианты}$$

$$a^2 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\text{тогда: } 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = N^3 \Leftrightarrow N = 5 \cdot 2 \cdot 2 \Leftrightarrow N = 20$$

Итак, наименьшее $N = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3.

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-7| + |7-2x|$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-7| + |2x-7| \quad \begin{matrix} t = \sqrt{x^2-2x-3} + 6, t \geq 6 \\ V = 2x-7 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow |t| \geq |t+V| + |V| \quad \Leftrightarrow t - |V| \geq |t+V|$$

Если $V > 0$, то это неравенство можно и переписать,
н.а. $t - |V| \leq t$, а $|t+V| > t$, т.е. $V \leq 0$

$$\begin{cases} V \leq 0 \\ t+V \geq |t+V| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V \leq 0 \\ t+V \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 7-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x^2-2x-3 \geq 0 \\ 1-2x \leq 0 \\ x^2-2x-3 \geq (1-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ (x-3)(x+1) \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-2x+4 \leq 0 \end{cases}$$

$$[3x^2-2x+4 \leq 0 - \text{бесполезно } D = 4-16 < 0, \text{ т.е. только холост. квадрат.}]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{ответ: } [3; 3,5]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$x^2 - 6x + a \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 6x + a - 8 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [3 - \sqrt{9 - (a-8)}, 3 + \sqrt{9 - (a-8)}] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in [3 - \sqrt{17 - a}; 3 + \sqrt{17 - a}], \text{ при этом можно } x \text{ выбрать}$$

минимум значением переменной 8, а само 8 минимум при

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17 - a}}{1}$$

$x^2 + y^2 = a^2$ задаём окружность (центром в $(0; 0)$ и радиусом a или $-a$)
($a > 0$) ($a < 0$)

1) $\neq a \geq 0$

можно считать $x \in [-a; a]$. Для того, чтобы для любого значения x выполнялось $x^2 - 6x + a \leq 8$ и для любого x так же, что $x^2 - 6x + a \geq 8$ необходимо:

$$\begin{cases} -a = 3 - \sqrt{17 - a} \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = 3 + \sqrt{17 - a} \\ a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} \text{ — невозможно, т.к. } \sqrt{17 - a} \geq a + 3 > a - 3 = \sqrt{17 - a}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)^2 = 17 - a \\ a \geq -3 \\ a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 6a + 5 = 17 - a \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 7a - 12 = 0 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \\ -3 \leq a \leq 17 \\ (a-3)^2 \leq 17 - a \\ a \leq 3 \end{cases}$$

2) $a = 7$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $x \neq 0$

когда $x \in [a; -a]$

для выполнения условия нужно:

$$\begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \leq -a \\ -a = 3 + \sqrt{17-a} \\ 3 - \sqrt{17-a} \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3-a = \sqrt{17-a} \\ -a-3 \leq \sqrt{17-a} \\ -a-3 = \sqrt{17-a} \\ 3-a \leq \sqrt{17-a} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \sqrt{17-a} \geq 3-a > -3-a = \sqrt{17-a} \end{cases} \quad (!)$$

$$\begin{cases} a \leq 3 \\ |3-a|^2 = 17-a \\ |1-a-3|^2 \leq 17-a \\ -a-3 \leq 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 6a + 9 = 17-a \\ |a+3|^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \\ |a+3|^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \\ |a+3|^2 \leq 17-a \\ a \geq -3 \end{cases} \quad (*) \quad \begin{cases} a \leq 3 \\ a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2} - \text{нельзя, т.к. } a < 0 \\ a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{cases} \quad \text{и} \quad a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\sqrt{57} < 8 \text{ и } -\sqrt{57} > -8 \Rightarrow 5 - \sqrt{57} > -3 \Rightarrow \frac{5 - \sqrt{57}}{2} > -\frac{3}{2} > -3 \quad (*)$$

Итак: при $a \in \left\{ \frac{5 - \sqrt{57}}{2}, 1 \right\}$

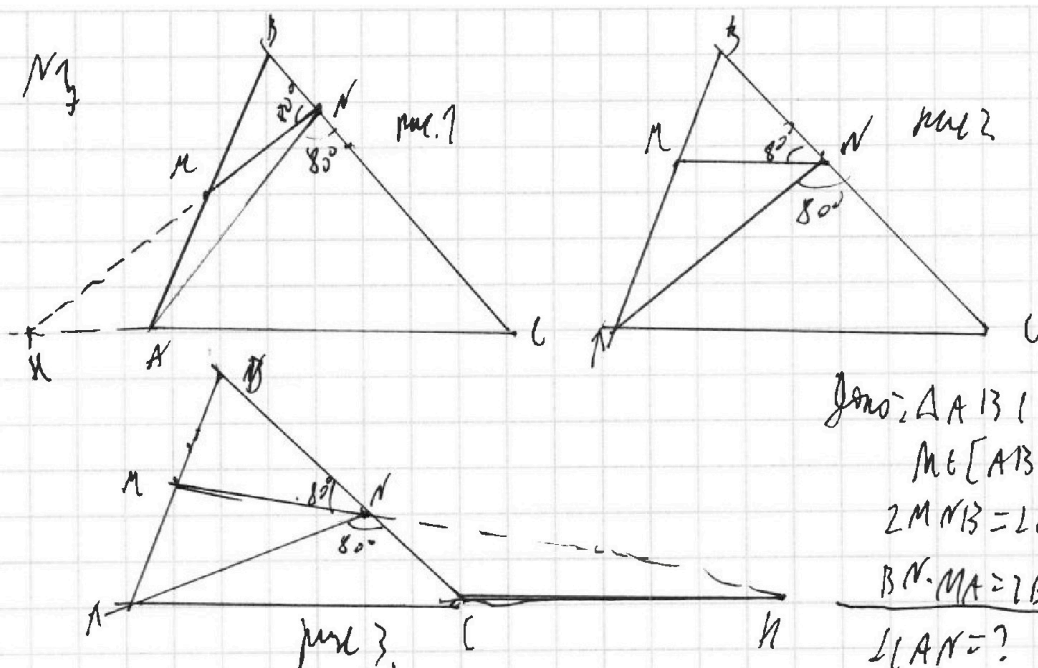


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$
 $M \in [AB], N \in [BC]$
 $\angle MNB = \angle ANI = 80^\circ$
 $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$
 $\angle CAN = ?$

10) Заполните значения параметров m и n .

1) рис. 1. прямая MN пересекает продолжение AC за точкой A в точке K .

По правилу Менелая:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AK}{KC} = 1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{по условию:} \\ \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{AK}{KC} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow AK = 2KC \quad (?!), \text{ т.к. } K \text{ лежит на} \\ \text{продолжении } AC, \text{ т.е. } KC > AK$$

2) рис. 2. $MN \parallel AC$

По правилу ~~Деления~~ $\triangle MBN$ и $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM \cdot BN}{BM \cdot CN} = 1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{по условию:} \\ \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{2} = 1 \quad (?!)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) рис. 3. прямая MN пересекает сторону AC в точке N в точке K .

По теореме Менелая:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CK}{AK} = 1$$

по условию:

$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{1}{2} \Rightarrow CK = 4 \text{ и } AK = 8 \text{ и } AC = 12$$

$$\begin{aligned} \angle CNK &= \angle ANB \text{ (вертикальные)} \\ \angle ANB &= \angle ANK \text{ (по условию)} \end{aligned} \Rightarrow \angle CNK = \angle ANK$$

$$\begin{aligned} \angle CNK &= \angle ANK \\ CK &= AC \end{aligned} \Rightarrow \triangle ANK - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle NKA = 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle NKA &= 50^\circ \\ \angle ANK &= 80^\circ \text{ (по усл.)} \end{aligned} \Rightarrow \angle KAN = 50^\circ - 80^\circ = 70^\circ$$

Ответ: $\angle KAN = 70^\circ$

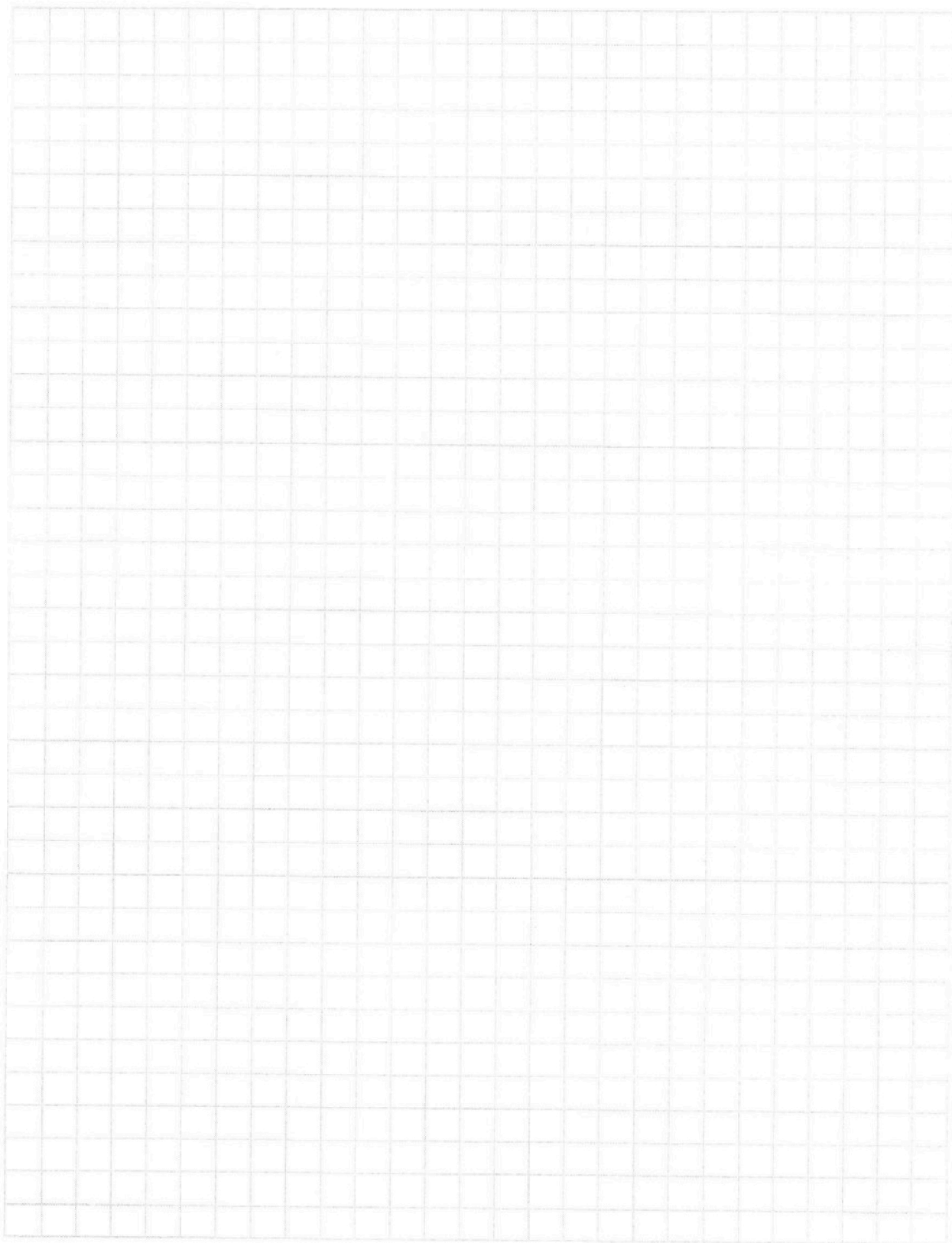


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a \leq 17 \\ a \geq -3 \\ a \geq 0 \\ (a+3)^2 = 17-a \end{cases}$$

$$a < 0$$

$$x \in [\varphi; -a]$$

$$x \in [3 - \sqrt{17-a}; 3 + \sqrt{17-a}]$$

$$\begin{cases} a = 3 - \sqrt{17-a} \\ 3 + \sqrt{17-a} \geq -a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a = \sqrt{17-a} \\ \sqrt{17-a} \geq -3-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0 \\ a \leq 3 \\ 13-a^2 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ a^2 - 6a + 3 = 17-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{17 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}} \geq -3 - \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{57} > 17 - 15 - \sqrt{57} &\Leftrightarrow -2 < 2\sqrt{57} & \Leftrightarrow \sqrt{57} > -1 \\ \sqrt{57} > 8 &\Leftrightarrow -\sqrt{57} > -8 & \Leftrightarrow \sqrt{57} < 8 \end{aligned}$$

$$-a$$

$$-a = 3 + \sqrt{17-a} \Leftrightarrow -a-3 = \sqrt{17-a} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3 \geq 0 \\ 17-a^2 = 17-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 - 6a + 3 = 17-a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq -3 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -8$$

$$a-3 = \sqrt{17-a} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 - 6a + 3 = 17-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 3 \\ a^2 = 14 \end{cases}$$

$$15 \cdot 21 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36 \cdot 37 \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40 \cdot 41 \cdot 42 \cdot 43 \cdot 44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50$$

$$38 \cdot 128$$

$$45 \equiv 7$$

$$\begin{cases} 5 \equiv 12 \\ 5 \equiv 7 \\ 5 \equiv 15 \end{cases}$$

$$45 - 38 \geq 7$$

$$83 \equiv 7$$

$$45 + 72 = 117$$

$$117 + 45 = 162$$

$$45 - 38 \geq 7$$

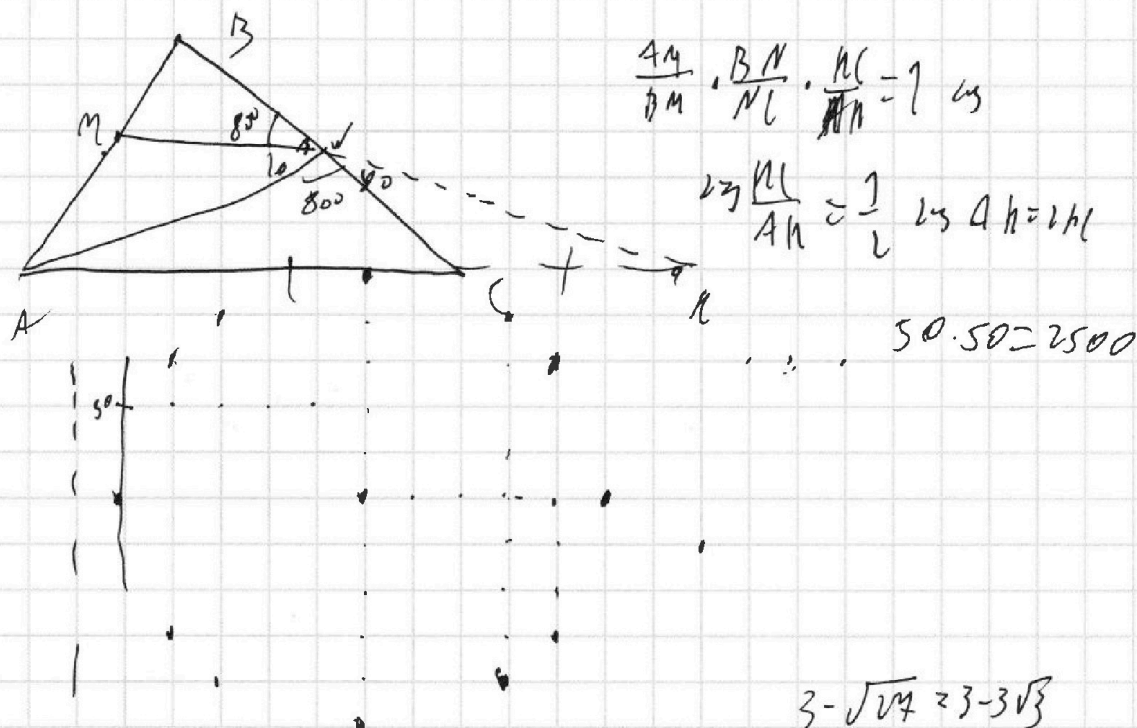


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{44}{84} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{NC}{AN} = 1 \quad \text{us}$$

$$\text{us } \frac{BN}{AN} \approx \frac{1}{2} \quad \text{us } AN = 2BN$$

$$50.50 = 2500$$

$$2500 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 1$$

$$[-a; a]$$

$$3 - \sqrt{17} \approx 3 - 3\sqrt{3}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{17 - a}$$

$$x \in [-a; a]$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8 \quad \text{us } x^2 - 6x + a - 8 \leq 0 \quad \text{us } x \in [3 - \sqrt{17 - a}, 3 + \sqrt{17 - a}]$$

$$x^2 - 6x + a - 8 = 0 \quad \text{us } x = 3 \pm \sqrt{8 - a + 9} \quad \text{us } x = 3 \pm \sqrt{17 - a}$$

$$-a \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{17 - a} \leq -a \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq a \end{cases} \quad \text{us } \begin{cases} a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases} \quad \text{us } \begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq 3 \\ (a + 3)^2 \leq 17 - a \end{cases}$$

$$\text{us } \begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq 3 \\ a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 17 \\ a \leq 3 \\ (a + 8)(a - 1) \leq 0 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \text{us } a \in [0; 1]$$

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{17 - a} \leq -a \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{17 - a} \leq -a \\ 3 + \sqrt{17 - a} \geq a \end{cases} \quad \text{us } \begin{cases} a + 3 \leq \sqrt{17 - a} \\ a - 3 \leq \sqrt{17 - a} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq (7 - 2x)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 49 - 28x + 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 26x + 52 \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$3x^2 - 26x + 52 = 0 \Rightarrow x = \frac{23 \pm \sqrt{169 - 756}}{3} \Leftrightarrow x \geq \frac{23 + \sqrt{13}}{3}$$

1 0 1 0

(3; 83)

$6 \geq 5 + 1$

$$25 \cdot 2^x + 2015 \geq 4$$

$$25 \cdot 2^x = (5 - 45)(5 + 45)$$

$$5:2 = 2.5 \quad +1.1$$

$$38 + 45 = 83$$

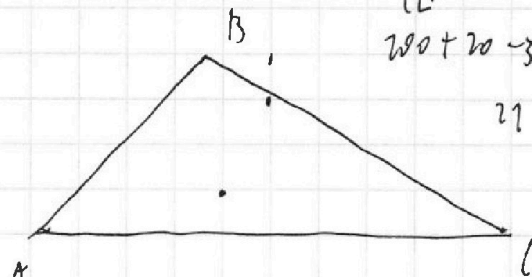
$$1 - 2x < 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 46| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} - 46 + 2x - 7| \Leftrightarrow |t| \geq |t + v|$$

$$|t| \geq |t + v| \Leftrightarrow |t| - |v| \geq |t + v| \Leftrightarrow t - |v| \geq |t + v|$$

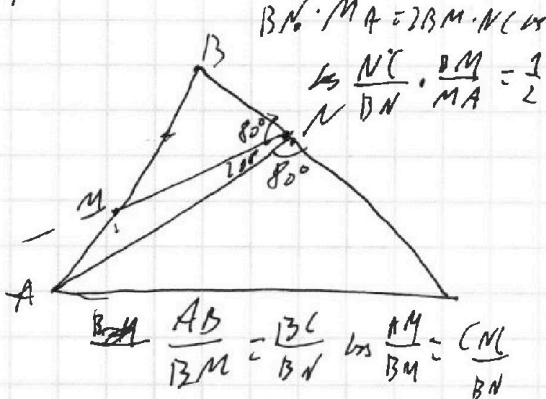
$$\Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t + v \geq |t + v| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t + v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v \leq 0 \\ t \geq -v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 46 \geq 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 7 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3.5 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 2x - 3 \geq 7 - 4x + 4x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3.5 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \end{cases}$$



$$\frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{AM} \cdot \frac{AH}{HC} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{AH}{HC} = 1 \Rightarrow 2HC = AH$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$\Leftrightarrow \frac{NC}{BN} \cdot \frac{BM}{MA} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BC}{BN} \Leftrightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$367 = 18 \cdot 19$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 180 \\ \hline 367 \end{array}$$

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) =$$

$$= n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) =$$

$$= n! (1 + n + 1 + n^2 + 2n + 2) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$$

19

$$a-2 \quad a-1 \quad a \quad a+1 \quad a+2$$

$$(a+2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 +$$

$$+ a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = 5a^2 + 20$$

$$5a^2 + 20 - 20 = 5a^2$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 2 = 5 \cdot 200 = 1000 = 10^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3 + 6} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 2x - 7} + \sqrt{7 - 2x + 4}$$

$$[(x-3)(x+7)] \quad [-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$2x \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 6} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 3 + 2x - 7} + \sqrt{7 - 2x + 4}$$

$$|t| \geq |t + \sqrt{4}| - \sqrt{4} \Leftrightarrow |t| \geq |t + \sqrt{4}| + \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow |t| - \sqrt{4} \geq |t + \sqrt{4}| \Leftrightarrow t + \sqrt{4} \geq |t + \sqrt{4}|$$

$$\begin{array}{l} x \geq |x| \Leftrightarrow x \geq 0 \\ x \leq |x| \Leftrightarrow x \leq 0 \end{array}$$

$$x - 3 \leq 0 \vee x \leq 3,5$$

$$x \leq 0$$

$$6 \geq 3 + 5$$