

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1) \cdot (n+2) = n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = \\ = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2.$$

$n! \cdot (n+2)^2$ должно быть кратно 361.

$361 = 19^2 \Rightarrow n! \cdot (n+2)^2 : 19^2$. Заметим, что $n = 17$ подходит,

т.к. ^{тогда} $n! \cdot (n+2)^2 = 17! \cdot 19^2$ и это $: 19^2$. Также заметим, что

если $n < 17$, то $n! : 19$ т.к. 19-простое и среди чисел от 1 до n чисел 17 не встречается. Также $(n+2)^2 : 19$ т.к. $n+2 < 19$ и 19-простое.

Тогда если $n < 17$ то это число $(n! \cdot (n+2)^2)$ не кратно 19^2 (361).

Значит наименьшее такое n , это число 17.

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Пусть эти пять последовательных н.ч. чисел это:

$(a-2); (a-1); a; (a+1); (a+2)$. где a - н.ч. и $a \geq 3$.

Тогда запишем условие задачи:

$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 10 = N^3, \text{ причем } N > 6.$$

раскроем скобки в левой части:

$$5a^2 + 10 - 10 = N^3 \Rightarrow 5a^2 = N^3. \text{ Заметим, что } N^3 : 5 \Rightarrow N^3 : 5^3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a^2 : 5^2$ (т.к. слева справа пятёрка входит хотя бы в 2 степени, а слева в 1-ой, 1+той в которой входит в a^2). Тогда $a : 5$.

Заметим, что $a \neq 5$ т.к. иначе $N^3 = 5^3 \Rightarrow N = 5$ но $N > 6$.

Тогда $N = 5 \cdot x$ тогда $N^3 = 5^3 \cdot x^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow N^3 = 5^3 \cdot x^3 = 5 \cdot a^2 = 5^4 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{a^2}{5^2}\right) \Rightarrow x^3 = \left(\frac{a^2}{5^2}\right). \text{ Заметим, что слева}$$

куб н.ч. числа значит все пр.с. множ. входит в степени: 3, а

слева квадр. н.ч. числа $\Rightarrow$ все пр.с. множ. входят в четной степени, тогда каждая степень ^а вкл. пр.с. множ. $\cdot 6 : 24$

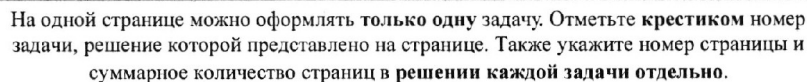
$: 3 \Rightarrow$ она кратна 6. Иначе есть пр.с. множ. в нево-й степени

степени, тогда $x^3 \geq 2^6 = 64$. Тогда $x \geq 2^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{1}$. Тогда

$$N \geq 5 \cdot x = N = 5 \cdot x \geq 20. \text{ Значит мин. } N = 20. \text{ Это подходит, при } a = 40$$

$$5 \cdot 40^2 = 8000 = 20^3.$$

Ответ: Ищем: $N = 20$.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заключим, что в неравенстве обе стороны не отриц.

(так везде можно), тогда при возведении в квадрат знак не меняется: Тогда ~~с~~:

Заметим, что $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = \sqrt{(x-3)(x+1)} \rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow$

$$d) x^{\frac{e}{2}}(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$$

Раскроем скобки:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x-3}\sqrt{x+1} &\geq 4x^2+1-2\sqrt{x-3}\sqrt{x+1}-4x+4x\sqrt{x-3}\sqrt{x+1}+13+4x^2-28x+ \\ &2\sqrt{7}\sqrt{x-3}\sqrt{x+1}+14x-7-2x\sqrt{x-3}\sqrt{x+1}-4x^2+2x/. \end{aligned}$$

Рассмотрим оставшийся модуль: $\cancel{7x} + \sqrt{x-3(x+1)} + 14x + 2x - 2x\sqrt{x-3(x+1)} - 4x^2$

$$-7 = (7-2x)\sqrt{3(x-3)(x+1)} - (4x^2 - 16x + 16) + 9 = (7-2x)\sqrt{3(x-3)(x+1)} + 9 -$$

$$-(2x-4)^2 - (7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + (3-2x+4)(3+2x-4) =$$

$$= (7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + (7-2x)(2x-1) = (7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x-1$$

а) Если $x \geq 3,5$ то модуль можно расширить ~~до~~ ^{катушка}

2) Если $35X \leq 3,5$ то a ~~не~~ нулем.

3) Erinnere $x \leq -1$ wegen $\sqrt{x-3x+1} + 2x-1 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \dots$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x = -a$ тогда $a \geq 1$.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1 = \sqrt{(a-3)(a+1)} - (2a+1) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(a-3)(a+1)} \leq 2 < 2a+1 \quad \text{Если так, то тогда:}$$

$$(a-3)(a+1) \leq 4a^2 + 4a + 1$$

$$a^2 + 3a - a - 3 = a^2 + 2a - 3 < 4a^2 + 4a + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 2a + 4 > 0 - \text{это правда.}$$

1.3) Тогда в 3) нужно раскрыть логарифм с помощью.

$$\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 4x^2 + 1 - 4x + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 13 + 4x^2 - 28x - 4 \sqrt{4x^2 + 1 - 4x}$$

$$\cdot \sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 28x + 14 + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)} + 8x^2 - 4x \Leftrightarrow$$

$$28\sqrt{(x-3)(x+1)} + 28 \geq 16x^2 + 28 - 8x + 4x\sqrt{(x-3)(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow (4-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} + 14x \geq 4x^2 - 2x + 28 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq 4x^2 - 16x + 16 + 12 \Leftrightarrow$$

$$(7-2x)\sqrt{(x-3)(x+1)} \geq (2x-4)^2 + 12$$

В 1) том случае это неправда и слева отриц.
а справа полож.

~~В 3) если это правда и л. и справа полож,~~

~~а справа~~
В 3) это неправда



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 14

Заметим, что длина стороны ромба между вершинами скор-тоты $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ равна $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 5 \Rightarrow x_2 - x_1 \neq 0, (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 25$.

Заметим, что $x_2 - x_1 \neq 0$ и $y_2 - y_1 \neq 0$.

Тогда несложно перебрать варианты и получим, что 25 можно представить в виде двух квадратов целых чисел двумя способами (в точности до знака) т.е. $0^2 + 5^2 = 25$ и $3^2 + 4^2 = 25$, подходят также все варианты, где y 3, чл. др. убож. мож. т.е. $-3, -4, -5$ (не ~~бод. убож.~~). Тогда эти стороны предст. у себя две конфигурации ^{точности} в ~~т. до поворота~~.

①

для этого варианта
2 помещения:

1 и —

②

для этого
варианта

4 ~~помещения~~:

$\backslash; /; \backslash; /$.

Тогда получим, что враще
противоп. стороны параллельны
и равны. Тогда А две другие
или не паралл. Тогда чл. др. убож.
параллельность можно выбрать.
два вида сторон. 4 варианта только

того выбора существует $C_6^2 = 15$. Заметим, что тогда если

получ. ромб то ~~нет~~ удов. условию (если вершинами ося ~~то~~)
то и прямоугольник в стороны ко. вершины ромба касаются и ~~состоятся~~
паралл. осям, тогда лежат внутри разрез зоны. Т.е.!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

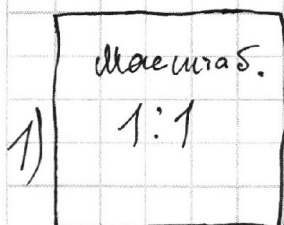
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Например:

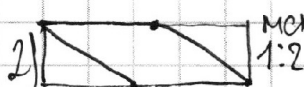


Тогда для каждого из вариантов

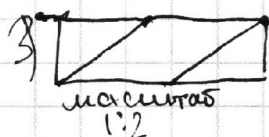
посчитаем кол-во этих прямоугольников, т.к. в каждой такой прямоугольнике можно вписать ровно 1 ромб соотв. расст. вида. Рассмотрим каждый из вариантов:



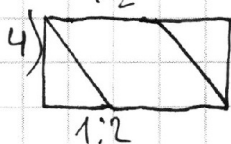
Таких квадратов 5×5 в поле 49×49 (отделяется от 7×7 по ох и оу) $45 \cdot 45$ штук. = 2025 шт.



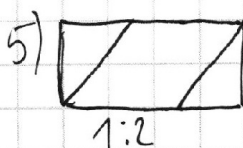
прямоуг 3×9 в поле 49×49 :
 $47 \cdot 41 = 1927$ шт.



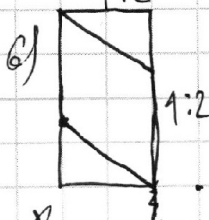
аналогично со 2 1927 шт.



прямоуг 8×4 в поле 49×49
 $(49 - 8 + 1) \cdot (49 - 4 + 1) = 42 \cdot 46 = 1932$ шт



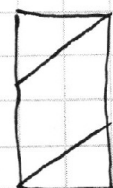
аналогично с 4) 1932 шт.



аналогично с 4. 1932 шт



1:2



аналогично с 4. 1932 шт



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

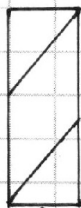
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8)



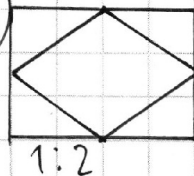
27
1927 шт
анал с 2.

9)



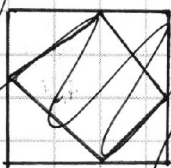
1927 шт
анал. с 2.

10)

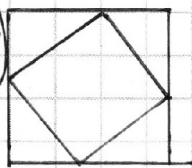


норм 6x8
в кв. 49x49:
44.42 = 1848 шт.

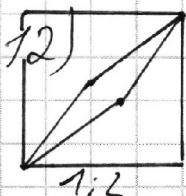
11)



11)

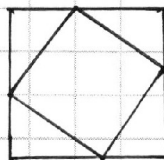


7x7 649x49
43x43 = 1849 шт



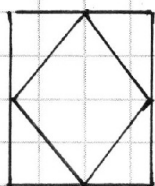
анал с 11.
1849 шт.

13)



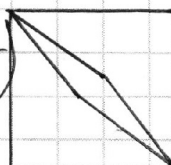
анал с 11.
1849 шт.

14)



анал с 10. 1848 шт

15)



анал с 11.
1849 шт

Тогда всего таких рабов будет:

$$2025 + 1927 \cdot 4 + 1932 \cdot 4 + 1849 \cdot 4 + 1848 \cdot 2 = 28553 \text{ шт}$$

Ответ: 28553 раба



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 15.

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Leftrightarrow 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = (y + 45)(y - 45).$$

пусть $y - 45 = a$, а $y + 45 = b$, тогда $a + 90 = b$.

Тогда $19 \cdot 2^x = ab = a$, допустим $a:19$, тогда

$$a = 19 \cdot 2^x. \text{ Тогда } 19 \cdot 2^x = a \cdot (a + 90) = 19 \cdot 2^x \cdot (19 \cdot 2^x + 90) = 19 \cdot 2^{x+1} \cdot (19 \cdot 2^{x-1} + 45)$$

т.к. слева только 19 и степеней двойки, значит справа.

(примем a - целое)

b - целое, значит $19 \cdot 2^x + 45 = 2^{x-\alpha-1}$

$b = 19 \cdot 2^x + 90$

Заметим, что $19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^{x-1} \cdot (19 \cdot 2^{x-1} + 45)$

Заметим, что $19 \cdot 2^x = 19 \cdot 2^{x-1} \cdot (19 \cdot 2^{x-1} + 45)$

значит $19 \cdot 2^{x-1} + 45 = 2^{x-\alpha-1} \Rightarrow 19 \cdot 2^{x-1} - \text{нечетное}$

тогда и целое тогда $\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$.

Тогда $a = 19 \cdot 2^1 = 38$ тогда $b = 128$ и $ab = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x = 8$, а

$$y = 38 + 45 = 83.$$

Если $b:19$ то $b = 19 \cdot 2^B$ по тем же причинам (т.е. b - целое).

вспомогательная

3) Вспомогательная в степени неотрицательной $\Rightarrow 19$ входит в b в степени 1 , 2 в b в степени B ($2B \leq B \leq x$). Тогда:

$$19 \cdot 2^x = b \cdot (b - 90) = 19 \cdot 2^B \cdot (19 \cdot 2^B - 90) = 19 \cdot 2^{B+1} \cdot (19 \cdot 2^{B-1} - 45) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 19 \cdot 2^{B-1} - 45 = 2^x$ - степень двойки, $\Rightarrow 2^{B-1} = 1 \Rightarrow B = 1$, т.к. $B \neq 0$ т.к. иначе

$x = 0$, но тогда $y \cdot b \cdot (b - 90) = 19$ нет решений.

$$\text{Тогда } b = 19 \cdot 2^1 = 38 \Rightarrow a = 38 - 90 = -52 \Rightarrow y = -52 + 45 = -7$$

$$\text{но } 38 \cdot (-52) = -38 \cdot 52 \neq 19 \cdot 2^x.$$

Значит единственное решение это $(x; y) = (8; 83)$.

т.к. либо $x:19$ либо $b:19$.

Ответ: $\{(x; y) = (8; 83)\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6.

Заметим, что все точки на плоскости OXY удовлетворяющие

$x^2 + y^2 = a^2$, расположены на окружности радиуса a ,

с центром в $(0; 0)$ (Очев. факт из шк. геометр.).

Тогда у этих точек $x \in [-a; +a]$.

Тогда рассмотрим выражение

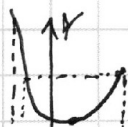
$x^2 - 6x + a$, это выражение предствл. собой параболу ветви

вверх, коэфф-ты вершины точки OX равна

$\frac{6}{2} = 3$. Но тогда поймем, что чем дальше ~~любая~~ точка

на параболе удалена от вершины ~~в то~~ ^{по} ~~оси~~ ^{ОХ}, тем больше

она удалена и по оси OY : т.е.



Т.е. при значении $x = -|a|$, ~~эта~~ эта точка параболы

будет наиболее удаленной от вершины ~~к~~ от оси OX .

(т.е. вершина имеет коор-ты $3; 0$). Т.е. в ней будет ~~наименее~~ наименее удаленная точка на отрезке

от $-|a|$ до $+|a|$ по оси OX .

Тогда значение в т. $-|a|$ будет:

$(-|a|)^2 - 6 \cdot (-|a|) + a = a^2 + 6|a| + a$. Утверждается что это значение равно 8. Тогда рассмотрим модуль 2-й степени: если $a \geq 0$ и если $a < 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Если } a \geq 0: a^2 + 7a = 8 \Rightarrow a^2 + 7a - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{-7 + \sqrt{49 + 4 \cdot 8}}{2} = 1; a_2 = \frac{-7 - \sqrt{81}}{2} = -8, \text{ но } -8 \text{ не подходит. т.к.}$$

и предположили, что $a \geq 0$.

$$\text{Если } a \leq 0 \text{ то } a^2 - 6a + a = 8 \Rightarrow a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{25 + 32}}{2} = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}, a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}, \text{ заметим, что } a_1$$

случае a_1 не подх. т.к. $\frac{5 + \sqrt{57}}{2} \geq 0$, а предположили обратное.
($a_2 = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < 0$ - подходит)

Т.е. параметр a при таких условиях может

принимать значения 1 либо $\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$.

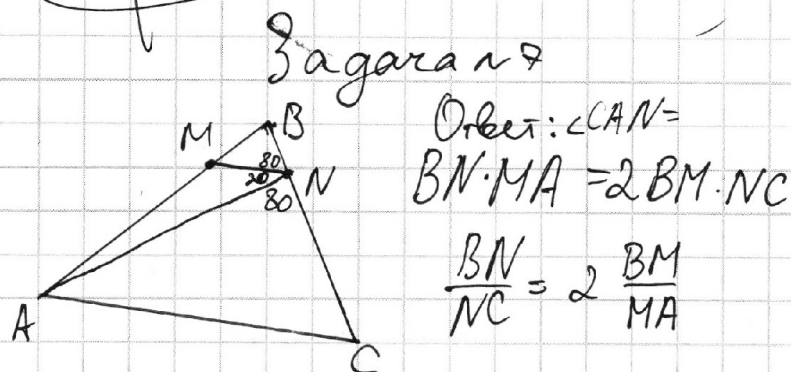
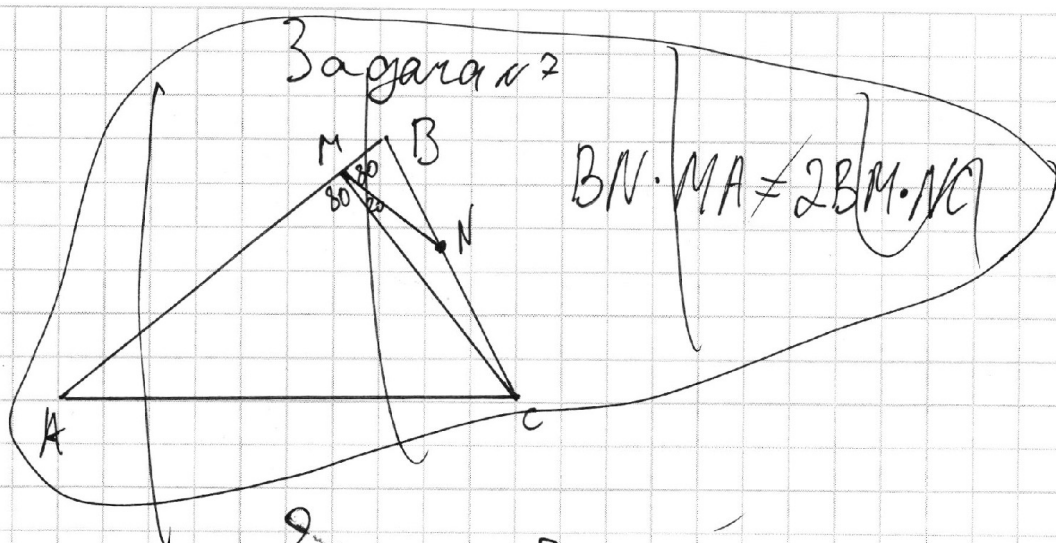


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

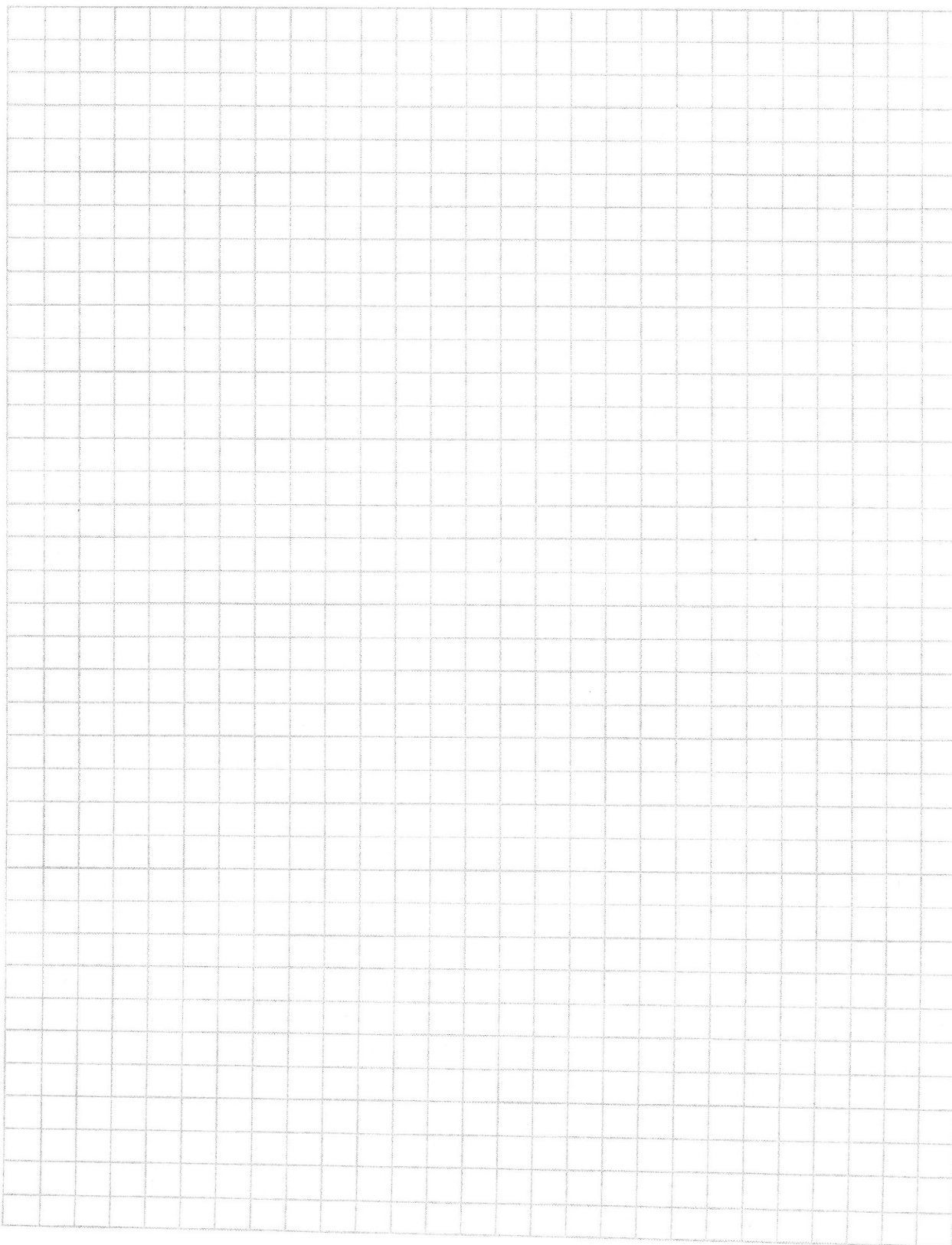
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on a grid background, including:

- Arithmetic problems and calculations, such as:
 - $$\begin{array}{r} 1927 \\ 1932 \\ 1849 \\ \hline 5708 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 25708 \\ 4 \\ \hline 22832 \\ 3696 \\ \hline 26528 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 18482 \\ 2 \\ \hline 3696 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 26528 \\ 2 \\ \hline 8553 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 47 \\ 47 \\ \hline 1880 \\ 18827 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 462 \\ 92 \\ \hline 1840 \\ 1932 \end{array}$$
 - $$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 1628 \\ 1848 \end{array}$$
- Algebraic equations and expressions, such as:
 - $$\sqrt{5-4-1}$$
 - $$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$
 - $$2x-1$$
 - $$x = -1$$
 - $$4a^2+4a+1$$
 - $$2x^2 - a$$
 - $$-(2a+1)(a-3(a+1))$$
 - $$a^2+5a+2a+3$$
- Geometric diagrams and calculations, including:
 - A triangle with sides labeled a , b , and $2ax$.
 - A complex geometric figure with various lines and points, possibly representing a cube or a similar 3D shape.
 - Calculations involving areas and lengths, such as $50 = 49 + 1$ and 25 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x = a \cdot (a+90) = 19 \cdot 2^a \cdot (19 \cdot 2^a + 90) = 19 \cdot 2^{a+1} \cdot (19 \cdot 2^{a-1} + 45) \Rightarrow a=1.$$

$$38 \cdot 128. y = 38 + 45 =$$

$$19 \cdot 2^x = a \cdot (a+90) = 19 \cdot 2^B \cdot (19 \cdot 2^B - 90) = 19 \cdot 2^{B+1} \cdot (19 \cdot 2^{B-1} - 45) \Rightarrow B=1.$$

$$a+90=19 \cdot 2^B, a+90=19 \cdot 2^8$$

$$a+90=38.$$

$$a=-52. y=-7$$

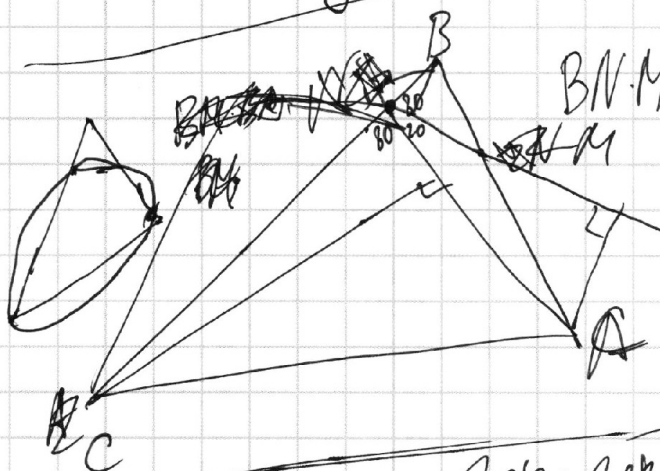
$$\frac{2 \times a}{a} = 2 \cdot \frac{a}{a}$$

$$\frac{BN}{BM} = 2 \cdot \frac{NC}{MA}$$

$$BN \cdot MA = 2 BM \cdot NC$$

$$2 = \frac{BN \cdot MA}{BM \cdot NC} = \frac{BN}{CN} \cdot \frac{MA}{BM}$$

$$\frac{BN}{NC} = 2 \cdot \frac{BM}{MA}$$



$$\sqrt{x^2-2x} + 36 + 4\sqrt{x-3} \geq (\sqrt{x^2-3(x+1)} + 2x-1) + 49 + 4x^2 - 28x +$$

$$\sqrt{x^2-2x}$$

$$3(x+1) + 36 + 4\sqrt{x-3} \geq (\sqrt{x^2-3(x+1)} + 2x-1) + 49 + 4x^2 - 28x +$$

$$+ 2\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 3(x+1) + 4x^2 + 1 + 2\sqrt{x^2-3(x+1)} - 4x -$$

$$- 2\sqrt{x^2-2x-3} + 49 + 4x^2 - 28x + 2\sqrt{x^2-3(x+1)} + 14x - 7 - 2\sqrt{x^2-3(x+1)} - 4x^2 + 2x/$$

$$(7-2x)\sqrt{x^2-3(x+1)} \geq -(4x^2-16x+7)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! \cdot (1 + n + (n+1)(n+2)) =$$

$$= (n+2)! \cdot (n^2 + 2n + 2) = 361 \cdot x. \quad n! \cdot (1 + n + (n+1)(n+2)) =$$

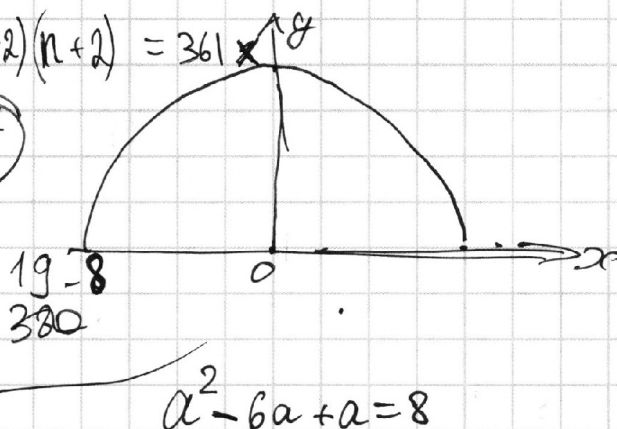
$$= n! \cdot (n^2 + 4n + 4) = n! \cdot (n+2)(n+2) = 361 \cdot x$$

$$361 = 19^2$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n = 17$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 19 \\ \hline 153 \\ 1530 \\ \hline 321 \end{array}$$



$$(a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = 5a^2 + 10$$

$$5a^2 = N^3 \quad N \geq 6$$

$$a : 5$$

$$40^2$$

$$40^2 \cdot 5 = 1600 \cdot 5 = 8000 \approx 20^3$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6| \geq |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$x_1 = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = 3$$

$$\frac{2 - \sqrt{16}}{2} = -1$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\frac{25 + 57 - 10\sqrt{57}}{4}$$

$$x \sqrt{(x-3)(x+1)} + 6 \geq |\sqrt{(x-3)(x+1)} + 2x - 1| + |7 - 2x|$$

$$a^2 - 6a + a$$

$$a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$-20.5 - 8.4 \pm \frac{82 \pm 10\sqrt{57}}{4} - 5.825 \pm 5.825 - 8 = 0$$

$$\frac{82 \pm 10\sqrt{57}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$(y^2 - 45)(y + 45) = 19 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 39} \\ 195 \\ \hline 85 \\ 79 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ -3 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 19} \\ 19 \\ \hline 125 \\ -114 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00 \\ 14 \\ 24 \\ 34 \\ 41 \end{array}$$

$$4.$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 22 \\ 43 \\ 83 \\ 163 \\ 323 \\ 643 \end{array}$$

$$(19x+5)(19x+5) = 19 \cdot 2^x$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 1243 \\ 36-17 \\ \hline 49 \\ 64 \\ 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 36 \\ 116 \\ 25 \\ 33 \\ 19 \\ 36 \end{array}$$

$$y \equiv 12 \pmod{19}$$
$$y \equiv 7 \pmod{19}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 48 \\ 64 \end{array}$$

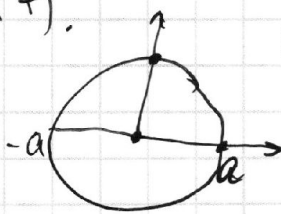
$$(19x+7)(19y+7)$$

$$64$$

$$64+45 = 109$$

$$\begin{array}{r} 4, 3, 1, 2 \\ 100 - 17 \\ 121 \\ 144 \\ 4+7 \end{array}$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$



$$38 \quad 128$$

$$a \quad 90+a$$

$$x^2 - 6x + a \max = 8$$

$$19 \cdot 2^1 + 90 = 2^7$$

$$49+32=82$$

$$19a \cdot 2^a \cdot (19 \cdot 2^a)$$

$$2x^2 - 6x + a \max = 8$$

$$9-18$$
$$a-9$$

$$a^2 + 6a + a = 8$$

$$a^2 + 7a - 8 = 0, 90 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$$

$$19 \cdot 2^a + 90 = 2^b$$

$$a_1 = \frac{-7 + \sqrt{49 + 32}}{2} = 1$$
$$a_2 = \frac{-7 - \sqrt{49 + 32}}{2} = -8$$