

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1

$$(n! + (n+1)! + (n+2)!): 361$$

$$(n!(n+1 + n^2 + 3n+2)): 361$$

$$(n!(n+2)^2): 361$$

$$361 = 19^2, \text{ значит,}$$

$$\begin{cases} n! : 19^2 \\ n! : 19 \\ (n+2)^2 : 19 \\ (n+2)^2 : 19^2 \end{cases} \begin{cases} n \geq 38 \\ n \geq 19 \\ n = 19k + 17, \text{ где } k \in \mathbb{N}_0 \\ n = 19m + 17, \text{ где } m \in \mathbb{N}_0 \end{cases} \begin{cases} n \geq 38 \\ n = 19k + 17, \text{ где } k \in \mathbb{N} \\ n = 19m + 17, \text{ где } m \in \mathbb{N}_0 \end{cases}$$

Поэтому ~~наименьшее~~ наименьшее натуральное $n = 17$.

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

a — первое из пяти натуральных чисел, тогда

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 - 10 = N^3$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3$$

$$5(a+2)^2 = N^3, \text{ значит, } N = 5k, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$5^3 \cdot k^3 = 5(a+2)^2$$

$$5^2 \cdot k^3 = (a+2)^2, \text{ значит, } k = l^2, \text{ где } l \in \mathbb{N}$$

Если $l = 1$, то $N \leq 6$ — противоречие

Если $l = 2$, то $N = 20$

$$5^3 \cdot 2^6 = 5(a+2)^2$$

$$(a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^6$$

$$a+2 = 5 \cdot 2^3, \text{ т.к. } (a+2) \in \mathbb{N}$$

$$a = 5 \cdot 2^3 - 2 = (5 \cdot 2^3) - 2 \in \mathbb{N}, \text{ значит, } N = 20 \text{ удовлетворяет условию}$$

Если $l > 3$, то $N > 20$, значит, 20 — наименьшее возможное N

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0; \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0; |\sqrt{x^2-2x-3}+6| = \sqrt{x^2-2x-3}+6$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x| \\ x^2-2x-3 \geq 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + |7-2x| \\ x \geq 3 \\ \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 + 7-2x \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7-2x \geq |7-2x| \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7-2x \geq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-2x \leq \sqrt{x^2-2x-3} \\ x \leq -1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 - 2x - 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$x \in [3; 3,5]$$

$$\text{Ответ: } [3; 3,5]$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x + 4 \leq 0 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$3 \leq x \leq 3,5$$

$$\begin{cases} \text{нет корней} \\ x \leq -1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 4

$A(x_a; y_a); B(x_b; y_b); C(x_c; y_c); D(x_d; y_d)$ - вершины ромба ABCD

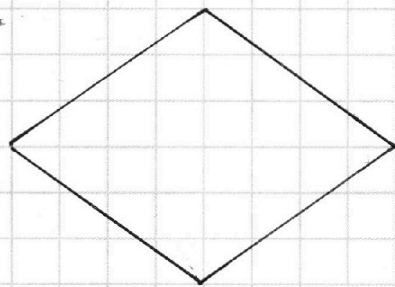
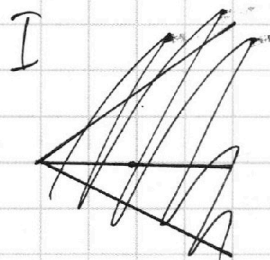
$$(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 = 5^2$$

П.к. все координаты целые, то ^{группах}

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 3 \\ |y_a - y_b| = 4 \end{cases}$$

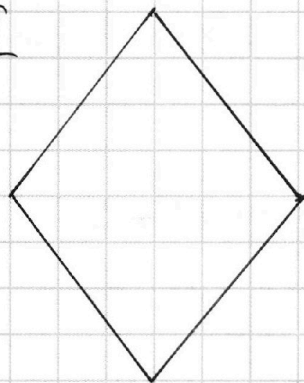
Аналогично для соседних пар вершин, значит, возможны только три вида ромбов:

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 4 \\ |y_a - y_b| = 3 \end{cases}$$

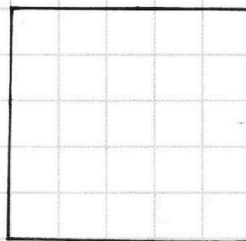


$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 0 \\ |y_a - y_b| = 5 \end{cases}$$

II



III



$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 5 \\ |y_a - y_b| = 0 \end{cases}$$

Ромбов I вида: $42 \cdot 44 = 1848$

Ромбов II вида: $44 \cdot 42 = 1848$

Ромбов III вида: $45 \cdot 45 = 2025$

$$1848 + 1848 + 2025 = 5721$$

Ответ: 5721



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$y \in \mathbb{Z}$, т.е. $(19 \cdot 2^x + 2025) \in \mathbb{Z}$, значит, $x \in \mathbb{N}_0$

Если $x=0$, то

$y = \sqrt{2044}$, значит, $y \notin \mathbb{Z}$ - противоречие, тогда $x \in \mathbb{N}$

~~Если~~ $y^2 = 19 \cdot 2^x + 2025$, значит, y^2 - нечётное, тогда y - нечётное

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

Если $y=0$, то $19 \cdot 2^x = -2025$, что невозможно

Если мы найдём $y \in \mathbb{N}$, удовлетворяющее условиям, то $-y$ тоже будет удовлетворять условиям, значит, есть ли или нет только $y \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} y+45 = 2^{x-k} \\ y-45 = 19 \cdot 2^k \end{cases}, \text{ где } k \in \mathbb{N}_0$$

$$\begin{cases} y-45 = 2^{x-m} \\ y+45 = 19 \cdot 2^m \end{cases}, \text{ где } m \in \mathbb{N}_0$$

$$\begin{cases} y = 2^{x-k} + 45 \\ y = 19 \cdot 2^k + 45 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{П.к. } y\text{-нечёт, то } 19 \cdot 2^k\text{-} \\ \text{нечёт, тогда } k=1 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = 2^{x-m} + 45 \\ y = 19 \cdot 2^m + 45 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{П.к. } y\text{-нечёт, то } 19 \cdot 2^m\text{-} \\ \text{нечёт, тогда } m=1 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = 83 \\ 2^{x-1} = 128 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 83 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 83 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -83 \\ 2^{x-1} = -52 \end{cases}$$

нет корней



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. подходит пара $(8; 83)$, то подходит и пара $(8; -83)$
ответ: $(8; 83); (8; -83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 6

$$x^2 + y^2 = a^2, \text{ значит,}$$

$$-|a| \leq x \leq |a|$$

$$x^2 \leq a^2$$

$$\cancel{6x} - 6|a| \leq -6x \leq 6|a|$$

Тогда $x^2 - 6x + a \leq a^2 + 6|a| + a$, значит, $a^2 + 6|a| + a$ — наибольшее значение.

$$a^2 + 6|a| + a = 8$$

$$\begin{cases} a^2 + 7a - 8 = 0 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -8 \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$a < 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

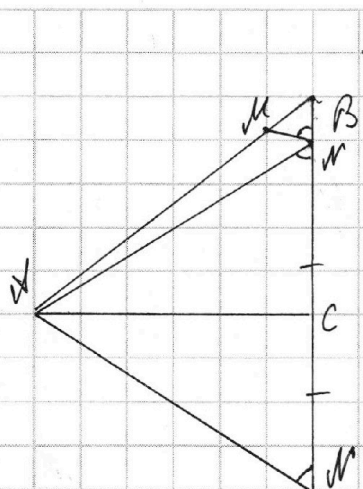
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; $M \in AB$; $N \in BC$;
 $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$; $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$

Найти: $\angle CAN$

Решение:

$$1. BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot (AB - BM) = 2BM \cdot (BC - BN)$$

$$BN \cdot AB - BM \cdot BN = 2BM \cdot BC - 2BM \cdot BN$$

$$\frac{AB}{BM} + 1 = \frac{2BC}{BN}$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BC + NC}{BN}$$

2. Д.п. N' принадлежат продолжению BC за C , $NC = CN'$

3. $\triangle MBN$ и $\triangle ABN'$:

$\angle B$ - общий

$$\frac{AB}{BM} = \frac{BN'}{BN}, \text{ по доказанному}$$

Значит, $\triangle MBN \sim \triangle ABN'$, по двум пропорциональным сторонам

и углу между ними



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку $\angle AN'B = \angle MNB = 80^\circ$

4. $\triangle ANN'$

$\angle ANN' = 80^\circ = \angle AN'N$, значит, $\triangle ANN'$ — равнобедренный с осн. NN'

AC — медиана к основанию, т.е. высота, значит, $\angle ACN = 90^\circ$

5. $\triangle ANC$, $\angle ACN = 90^\circ$

$\angle CAN = 90^\circ - \angle ANC$; $\angle CAN = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

Ответ: 10°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{19}{219}$$

$$\begin{aligned} & (n! (1+n+1+(n+1)(n+2))) : 19^2 \\ & n! (2+n+n^2+3n+2) : 19^2 \\ & n! (n^2+4n+4) : 19^2 \\ & n! (n+2)^2 : 19^2 \end{aligned}$$

$$-|a| \leq x \leq |a|$$

$$a^2 + 6|a| + a = 0$$

$$\begin{cases} a^2 + 6a + a = 0 \\ a \geq 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{82-10\sqrt{5}}{4} + \frac{3\sqrt{5}-1}{2} + \frac{5-\sqrt{5}}{2} = \frac{82-10\sqrt{5}+3\sqrt{5}-1+5-\sqrt{5}}{4} = \frac{86-8\sqrt{5}}{4} = \frac{21.5-2\sqrt{5}}{1}$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + |7-2x|$$

$$\sqrt{(x+1)(x-3)} + 6 \geq \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 + |7-2x|$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ \sqrt{(x+1)(x-3)} + 6 \geq \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 + 7-2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \end{cases}$$

$$2AB \cdot BC + AM \cdot BN = 2AM \cdot BC + 2AB \cdot BN$$

$$\sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 \geq \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1$$

$$a \geq |a|$$

$$-a \leq a \leq a$$

$$0 \leq 2a \leq 2a$$

$$a \geq 0$$

$$0 \leq a$$

$$a \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 \geq 0 \\ 3 \leq x \leq 3,5 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)(x-3)} - 2x + 13 \geq \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 \\ x > 3,5 \\ -1 < x < 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-4 \leq 0 \\ x > 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x > 3,5 \end{cases}$$

$$-1 < x < 3$$

$$\begin{cases} (1) & 3 \leq x \leq 3,5 \\ (2) & -1 < x < 3 \end{cases}$$

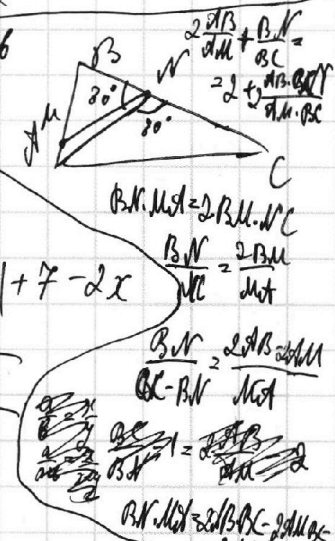
$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)(x-3)} \geq 1-2x \\ x \leq -1 \\ x \in \mathbb{R} \\ 3 \leq x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ 3 \leq x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2-2x+4 \leq 0 \\ x \leq -1 \\ 3 \leq x \leq 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+1)(x-3)} - 2x + 13 \geq \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 \\ x > 3,5 \\ \sqrt{(x+1)(x-3)} + 2x-1 \geq 2x - \sqrt{(x+1)(x-3)} - 13 \\ -1 < x < 3 \end{cases}$$

$$x \in (-1, 3,5]$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 = 5a^2 + 20a + 30$$

$$5a^2 + 20a + 20 = N^3, N > 6$$

$$5(a^2 + 4a + 4) = 5(a+2)^2 = N^3; N \div 5$$

$$N = 5k$$

$$25k^3 = (a+2)^2; \text{ все степени } b \text{ } k\text{-члены}$$

$$N = 20$$

$$20^3 = 2^6 \cdot 5^3$$

$$20^3 = (2^3 \cdot 5)^2 \cdot 5$$

$$A(x_a, y_a); B(x_b, y_b);$$

$$C(x_c, y_c); D(x_d, y_d)$$

$$(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 = 25$$

$$\begin{cases} |x_a - x_d| = 3 \\ |y_a - y_d| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 4 \\ |y_a - y_b| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_c| = 3 \\ |y_a - y_c| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_d| = 4 \\ |y_a - y_d| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 3 \\ |y_a - y_b| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_c| = 4 \\ |y_a - y_c| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_d| = 3 \\ |y_a - y_d| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 4 \\ |y_a - y_b| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_c| = 3 \\ |y_a - y_c| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_d| = 4 \\ |y_a - y_d| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 3 \\ |y_a - y_b| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_c| = 4 \\ |y_a - y_c| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_d| = 3 \\ |y_a - y_d| = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_b| = 4 \\ |y_a - y_b| = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x_a - x_c| = 3 \\ |y_a - y_c| = 4 \end{cases}$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$\text{Если } y\text{-чет, то } (y-45)/4 \text{ и } (y+45)/4\text{-нечет.}$$

$$y\text{-нечет}$$

$$\begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^k \\ y+45 = 2^{x-k} \end{cases} \begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^k \\ 2y = 2^k(19+2^{x-k}) \end{cases} \begin{cases} y-45 = 19 \cdot 2^k \\ y = 2^{k+1}(19+2^{x-k}) \end{cases}$$

$$k=1 \begin{cases} y = 45 + 38 = 83 \\ y = 19 + 2^{x-2} \end{cases} \begin{cases} y = 83 \\ 2^{x-2} = 64 \end{cases} \begin{cases} y = 83 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$x_a \geq x_b \geq x_c \geq x_d$$

$$0/3/4/5$$

$$\begin{cases} x_a - x_b = 3/4 \\ x_b - x_c = 3/4 \\ x_c - x_d = 3/4 \\ x_a - x_d = 3/4 \end{cases}$$

$$2(x_a - x_d) = 12/13/14/15/16$$

$$x_a - x_d \geq 6$$

$$2(x_a - x_d) \in \{0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$$

$$(x_a - x_d) \in \{0, 3, 4, 5\}$$

OX

$$\begin{matrix} I & 42 \cdot 44 \\ II & 44 \cdot 42 \\ III & 45 \cdot 45 \end{matrix}$$

