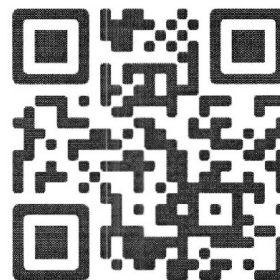


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$361 = 19^2$$

$$h! + (h+1)! + (h+2)! \stackrel{!}{=} h! \cdot (h+1)(h+1)(h+2) = h! \cdot (h+1)(h+3)$$

Заметим, что $\max$ одно из чисел $h+1$ и $h+3 \div 19$, т.к. их разность $(=2) \nmid 19$. (Если бы оба были $\div 19$, то и их разность была бы $\div 19 \Rightarrow 2 \div 19 - \text{X}$) (1)

1) если $h < 19$, то $h! \nmid 19 \Rightarrow h! \cdot (h+1)(h+3)$ кратно 19 в степени $\max$ 1-х утвержд (1).

2) если $19 \leq h \leq 35$, то $19 \leq h+1 \leq 36$, а $22 \leq h+3 \leq 38$
 $\Rightarrow h! \div 19$ в степени $\max$ 1, $h+1 \nmid 19$ и $h+3 \nmid 19$

3) при $h = 35$:

$$h! \div 19$$

$$h+3 = 38 \div 19 \Rightarrow h! \cdot (h+1)(h+3) \div 19^2 \Rightarrow h \geq 35$$

Ответ: 35.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть 3-е ^{из} послед. чисел = n ($n \geq 3$)

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 10 =$$

$$n^2 - 4n + n^2 - 2n + n^2 + n^2 + 2n + n^2 + 4n = 5n^2 \neq N^3 \text{ не укл.}$$

$$5n^2 \geq N^3 \text{ не укл.}$$

степ. в хомг. 5-ки в n^2

$$1) \text{ степ. в хомг. 5-ки в } N^3: 3 \Rightarrow \downarrow \sqrt[3]{5} (n^2) \stackrel{3}{\geq} 2$$

$$\sqrt[3]{5} (n^2) = 2 \sqrt[3]{5} (n)$$

видно

$$\begin{array}{r|rr} \sqrt[3]{5} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 \sqrt[3]{5} & 0 & 2 & 1 \end{array} \text{ по mod 3}$$

из таблицы очевидно, что

$$\text{тогда } \sqrt[3]{5} (n) \stackrel{3}{\equiv} 1.$$

$$2) \text{ при } \sqrt[3]{5} (n) = 1 \quad n \min 5 \Rightarrow 5^3 \geq N^3 \Rightarrow N \geq 5 \text{ не верно. } \text{удовл. усл.}$$

$$3) \text{ при } \sqrt[3]{5} (n) = 4 \quad n \min 5^4 \Rightarrow \underbrace{5 \cdot 5^8}_{5^9} = N^3 \Rightarrow N = 5^3 \text{ подходит.}$$

Ответ: 125.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

1) ОДЗ $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ Столбцовым методом интервалов:
 $(x-3)(x+1) \geq 0$

$x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

2) Замена: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = a$, $b = 2x - 7$

$|a + 6| \geq |a + b + 6| + |-b| \quad (1)$

Всёизвестно, что $|x| + |y| \geq |x + y|$,
 и равенство достигается, если x и y имеют
 один и тот же знак.
 $\Rightarrow |a + b + 6| + |-b| \geq |a + 6| \quad (2)$

Из кр-в (1) и (2) $\Rightarrow |a + b + 6| = |a + 6|$

$|a + b + 6| + |-b| = |a + 6|$

П.к. в обоих равенствах, то

$$\begin{cases} a + b + 6 \leq 0 \\ -b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 6 \leq 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Система (1):

П.к. $a \geq 0$, $b > 0$ и $6 > 0$,
 то $a + b + 6 > 0 \Rightarrow$

эта система не имеет решений

Система (2):

$\begin{cases} a \geq -b - 6 \\ b \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 7 - 2x - 6 = 1 - 2x \\ 2x - 7 \leq 0 \rightarrow x \leq 3,5 \end{cases}$

~~При $2x \leq 0$ система верна всегда~~

При $1 - 2x \leq 0$ ~~система верна всегда~~ $\Rightarrow$ реш. явл. $x \in$

$x \geq 0,5$

При $1 - 2x > 0$ можно возвести обе части в квадрат $\Rightarrow$ реш. явл. $x \in [0,5; 3,5]$. Учитывая ОДЗ $[3; 3,5]$

$x < 0,5$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ **2**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ x < 0,5 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1 \quad (1) \end{cases} \quad \emptyset$$

$$(1) \quad 3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = \frac{4 - 4 \cdot 4 \cdot 3}{-44} < 0 \Rightarrow \text{решений нет, т.к. парабола с ветвями вверх имеет } \Delta < 0.$$

Ответ: $[3; 3,5]$

Ответ: $[3; 3,5]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

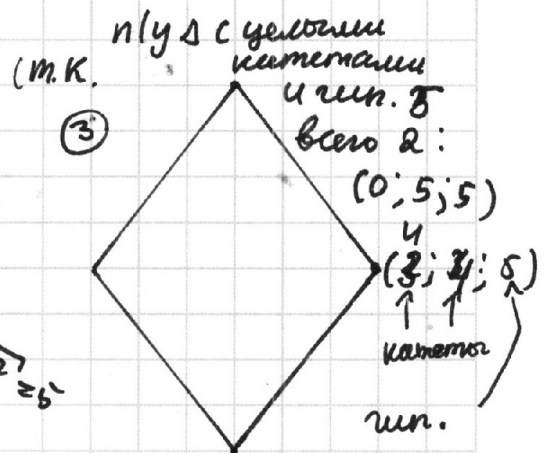
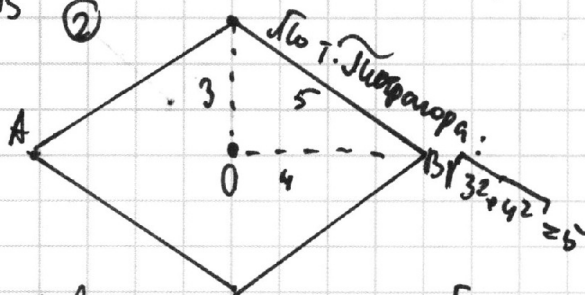
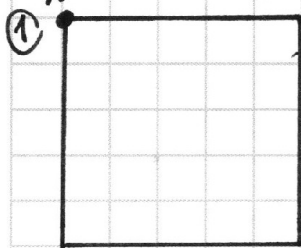
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

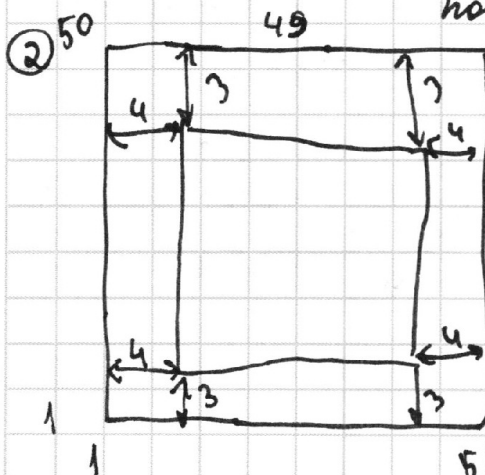
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N84

Под усл. подходит всего 3 типа фигур



- ① Для точки A в плоскости есть 45^2 мест:
- 1) Ввиду min ~~координат~~ ^{абсциссы} T.A 1, а max 45, иначе T.B будет за пределами диапазона $[1; 50]$
 - 2) аналог. min ордината 1, а max 45 $\Rightarrow$ всего 45^2 положений



Для T.A:

min абсциссы 5, а max 46, иначе T.A или B войдут за пределы диапазона $[1; 50]$

min орг. 4, а max 47 $\Rightarrow$ 44 вар.

$\Rightarrow 44 \cdot 45^2$ вар.

- ③ Аналог п.2 будет $45 \cdot 44$ вар

Всего: $45^2 + 2 \cdot 44 \cdot 45 = 6075$ вар. Всего: $45^2 + 2 \cdot 44 \cdot 45 = 6075$ вар.

Ответ: 6073.

Ответ: 5721



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

Отсюда видно, что правая часть $\in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45) \quad x \geq 0.$$

$$1) \quad \begin{cases} y-45:19 \\ y+45=2^{x-z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 19 \cdot 2^z + 2^{x-z} \\ y = 19 \cdot 2^z + 45 \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow 19 \cdot 2^z + 2^{x-z} = 19 \cdot 2^{z+1} + 90$$

при $z, x-z, z+1 > 1$, 90 должно быть $2^2 - W$

~~2~~
~~в случае $z=1$~~

$$10) \quad z=0 \quad 19 + 2^x = 19 \cdot 2 + 90 \quad \text{нечисловое, т.к. } 2^x = 109$$

$$11) \quad z=1 \quad 19 \cdot 2 + 2^{x-1} = 19 \cdot 2^2 + 90$$

$$2^{x-1} = 128 = 2^7$$

$$\Rightarrow x-1=7$$

$$\boxed{x=8} \Rightarrow \boxed{y = 19 \cdot 2 + 45 = 83}$$

16

2

$$12) \quad x-z \geq 0 \Rightarrow x \geq z$$

$$19 \cdot 2^x + 2^0 = 19 \cdot 2^{x+1} + 90$$

$$-89 = 19 \cdot 2^x - W$$

12 < 0

$$13) \quad x-z \geq 1 \Rightarrow x \geq z+1$$

$$19 \cdot 2^{x-1} + 2^1 = 19 \cdot 2^x + 90 \Rightarrow -88 = 19 \cdot 2^x - W$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) y + 45 : 19$$

$$\begin{cases} y - 45 = 2^z \\ y + 45 = 19 \cdot 2^{x-z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 19 \cdot 2^{x-z} + 2^z \\ y = 2^z + 45 \end{cases} \quad | : 2$$

$$\Rightarrow 2^{z+1} + 90 = 19 \cdot 2^{x-z} + 2^z$$

$$\text{при } z, x-z, z+1 > 1 \quad 90 : 2^2 = 22.5$$

$$\Downarrow$$

$$2a) z = 0 \quad 2^1 + 90 = 19 \cdot 2^{x-0} + 2^0$$

$$19 \cdot 2^x = 90 + 2 - 1 = 91$$

x - нецелое,

$$2b) z = 1 \quad 2^2 + 90 = 19 \cdot 2^{x-1} + 2^1$$

$$19 \cdot 2^{x-1} = 90 + 4 - 2 = 92$$

x - нецелое

$$2c) x - z = 0 \Rightarrow z = x$$

$$2^{x+1} + 90 = 19 \cdot 2^0 + 2^x$$

$$2^x = \frac{19 - 90}{2} = -35.5$$

x - нецелое

$$2d) x - z = 1 \Rightarrow z = x - 1$$

$$2^x + 90 = 19 \cdot 2^1 + 2^{x-1}$$

$$2^{x-1} = \frac{38 - 90}{2} = -26$$

x - нецелое

$$\begin{array}{r} 2^2 \\ \times 45 \\ \hline 90 \\ + 180 \\ \hline 270 \\ \times 19 \\ \hline 513 \\ + 270 \\ \hline 783 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 256 + 452 \\ 19 \cdot 256 = 4864 \\ 4864 + 452 = 5316 \end{array}$$

Ответ: (8, 83)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

1) т.к. круг $x^2 + y^2 = a^2$ задает окр-ть с центром $(0;0)$ и радиусом $|a|$, то $-|a| \leq x \leq |a|$

2) $x^2 - 6x + a$ — парабола. На отрезке $[-|a|; |a|]$ с ветвями вверх

max значение достигается на каком-то из концов:

$$\begin{cases} f(|a|) = 8 \\ f(-|a|) \leq 8 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(|a|) \leq 8 \\ f(-|a|) = 8 \end{cases} \quad (2)$$

3) Рассмотрим случай $a \geq 0$. $\Rightarrow |a| = a$, $-|a| = -a$

$$(1) \begin{cases} a^2 - 6a + a = 8 \\ (-a)^2 - 6(-a) + a \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a^2 + 7a - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 8 = 57$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \quad \text{т.к. } a > 0, \text{ то } a = \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{cases} (a+8)(a-1) \leq 0 \\ a \in [-8; 1] \end{cases} \quad \emptyset$$



$$(2) \begin{cases} a^2 - 6a + a \leq 8 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 \leq 0 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$(a+8)(a-1) \leq 0$$

$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 \leq 0 \\ a = -8 \text{ или } a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \end{cases} \quad \text{не подходит, т.к. } a \geq 0$$

$$1 - 5 - 8 \leq 0 \text{ — верно}$$

$$\Rightarrow a = 1 \text{ подходит.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассмотрим случай $a \leq 0$:

решено в п.3

$$\begin{cases} f(-a) = 8 \\ f(a) \leq 8 \end{cases} \begin{cases} a^2 + 6a + a = 8 \\ a^2 - 6a + a \leq 8 \end{cases} \begin{cases} a^2 + 7a - 8 = 0 \\ a^2 - 5a - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-a) \leq 8 \\ f(a) = 8 \end{cases} \begin{cases} a^2 + 6a + a \leq 8 \\ a^2 - 6a + a = 8 \end{cases} \begin{cases} a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a^2 - 5a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ a = 1 \text{ - не подходит} \\ a^2 - 5a - 8 \leq 0 \end{cases} \text{ т.к. } 8^2 + 5 \cdot 8 - 8 \leq 0 \text{ - не верно,}$$

$$\begin{cases} a^2 + 7a - 8 \leq 0 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \end{cases} \text{ т.к. } a < 0, \text{ то } a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$$

$$\begin{cases} a^2 - 7a - 8 \leq 0 \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \end{cases} \text{ устраним в п.3}$$

$$\begin{cases} a \in [-8; 1] \\ a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

оценим a : $5 - \sqrt{57} < 5 - 8 < 5 - \sqrt{57} < 5 - 7$

$$-3 < 5 - \sqrt{57} < -2$$

$$\Rightarrow a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2} \text{ подходит}$$

$$-1,5 < \frac{5 - \sqrt{57}}{2} < -1$$

Ответ: $1, \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 7} \\ - 35 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 361 \overline{) 13} \\ - 26 \\ \hline 101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \overline{) 7} \\ - 7 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 361 \overline{) 17} \\ - 34 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 361 \overline{) 19} \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ - 19 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$n! (n+1 + (n+1)(n+2)) = n! (n+1)(n+3) : 19^2$$

$$1) \text{ при } n \leq 19 \quad n+1=19 \quad n+3=38$$

$$n=18$$

$$n=35$$

$$2^4=16$$

$$2^5=32$$

$$2^7=128$$

$$2^8=256$$

$$2^9=512$$

$$2^{10}=1024$$

$$2^{11}=2048$$

$$2^{12}=4096$$

$$2^{13}=8192$$

$$2^{14}=16384$$

$$2^{15}=32768$$

$$2^{16}=65536$$

$$2^{17}=131072$$

$$2^{18}=262144$$

$$2^{19}=524288$$

$$2^{20}=1048576$$

$$2^{21}=2097152$$

$$2^{22}=4194304$$

$$2^{23}=8388608$$

$$2^{24}=16777216$$

$$2^{25}=33554432$$

$$2^{26}=67108864$$

$$2^{27}=134217728$$

$$2^{28}=268435456$$

$$2^{29}=536870912$$

$$2^{30}=1073741824$$

$$2^{31}=2147483648$$

$$2^{32}=4294967296$$

$$2^{33}=8589934592$$

$$2^{34}=17179869184$$

$$2^{35}=34359738368$$

$$2^{36}=68719476736$$

$$2^{37}=137438953472$$

$$2^{38}=274877906944$$

$$2^{39}=549755813888$$

$$2^{40}=1099511627776$$

$$2^{41}=2199023255552$$

$$2^{42}=4398046511104$$

$$2^{43}=8796093022208$$

$$2^{44}=17592186044416$$

$$2^{45}=35184372088832$$

$$2^{46}=70368744177664$$

$$2^{47}=140737488355328$$

$$2^{48}=281474976710656$$

$$2^{49}=562949953421312$$

$$2^{50}=1125899906842624$$

$$2^{51}=2251799813685248$$

$$2^{52}=4503599627370496$$

$$2^{53}=9007199254740992$$

$$2^{54}=18014398509481984$$

$$2^{55}=36028797018963968$$

$$2^{56}=72057594037927936$$

$$2^{57}=144115188075855872$$

$$2^{58}=288230376151711744$$

$$2^{59}=576460752303423488$$

$$2^{60}=1152921504606846976$$

$$2^{61}=2305843009213693952$$

$$2^{62}=4611686018427387904$$

$$2^{63}=9223372036854775808$$

$$2^{64}=18446744073709551616$$

$$2^{65}=36893488147419103232$$

$$2^{66}=73786976294838206464$$

$$2^{67}=147573952589676412928$$

$$2^{68}=295147905179352825856$$

$$2^{69}=590295810358705651712$$

$$2^{70}=1180591620717411303424$$

$$2^{71}=2361183241434822606848$$

$$2^{72}=4722366482869645213696$$

$$2^{73}=9444732965739290427392$$

$$2^{74}=18889465931478580854784$$

$$2^{75}=37778931862957161709568$$

$$2^{76}=75557863725914323419136$$

$$2^{77}=151115727451828646838272$$

$$2^{78}=302231454903657293676544$$

$$2^{79}=604462909807314587353088$$

$$2^{80}=1208925819614629174706176$$

$$2^{81}=2417851639229258349412352$$

$$2^{82}=4835703278458516698824704$$

$$2^{83}=9671406556917033397649408$$

$$2^{84}=19342813113834066795298816$$

$$2^{85}=38685626227668133590597632$$

$$2^{86}=77371252455336267181195264$$

$$2^{87}=154742504910672534362390528$$

$$2^{88}=309485009821345068724781056$$

$$2^{89}=618970019642690137449562112$$

$$2^{90}=1237940039285380274899124224$$

$$2^{91}=2475880078570760549798248448$$

$$2^{92}=4951760157141521099596496896$$

$$2^{93}=9903520314283042199192993792$$

$$2^{94}=19807040628566084398385987584$$

$$2^{95}=39614081257132168796771975168$$

$$2^{96}=79228162514264337593543950336$$

$$2^{97}=158456325028528675187087900672$$

$$2^{98}=316912650057057350374175801344$$

$$2^{99}=633825300114114700748351602688$$

$$2^{100}=1267650600228229401496703205376$$

$$2^{101}=2535301200456458802993406410752$$

$$2^{102}=5070602400912917605986812821504$$

$$2^{103}=10141204801825835211973625643008$$

$$2^{104}=20282409603651670423947251286016$$

$$2^{105}=40564819207303340847894502572032$$

$$2^{106}=81129638414606681695789005144064$$

$$2^{107}=162259276829213363391578010288128$$

$$2^{108}=324518553658426726783156020576256$$

$$2^{109}=649037107316853453566312041152512$$

$$2^{110}=1298074214633706907132624082305024$$

$$2^{111}=2596148429267413814265248164610048$$

$$2^{112}=5192296858534827628530496329220096$$

$$2^{113}=10384593717069655257060992658440192$$

$$2^{114}=20769187434139310514121985316880384$$

$$2^{115}=41538374868278621028243970633760768$$

$$2^{116}=83076749736557242056487941267521536$$

$$2^{117}=166153499473114484112975882535043072$$

$$2^{118}=332306998946228968225951765070086144$$

$$2^{119}=664613997892457936451903530140172288$$

$$2^{120}=1329227995784915872903807060280344576$$

$$2^{121}=2658455991569831745807614120560689152$$

$$2^{122}=5316911983139663491615228241121378304$$

$$2^{123}=10633823966279326983230456482242756608$$

$$2^{124}=21267647932558653966460912964485513216$$

$$2^{125}=42535295865117307932921825928971026432$$

$$2^{126}=85070591730234615865843651857942052864$$

$$2^{127}=170141183460469231731687303715884105728$$

$$2^{128}=340282366920938463463374607431768211456$$

$$2^{129}=680564733841876926926749214863536422912$$

$$2^{130}=1361129467683753853853498429727072845824$$

$$2^{131}=2722258935367507707706996859454145691648$$

$$2^{132}=5444517870735015415413993718908291383296$$

$$2^{133}=10889035741470030830827987437816582766592$$

$$2^{134}=21778071482940061661655974875633165533184$$

$$2^{135}=43556142965880123323311949751266331066368$$

$$2^{136}=87112285931760246646623899502532662132736$$

$$2^{137}=174224571863520493293247799005065324265472$$

$$2^{138}=348449143727040986586495598010130648530944$$

$$2^{139}=696898287454081973172991196020261297061888$$

$$2^{140}=1393796574908163946345982392040522594123776$$

$$2^{141}=2787593149816327892691964784081045188247552$$

$$2^{142}=5575186299632655785383929568162090376495104$$

$$2^{143}=11150372599265311570767859136324180752990208$$

$$2^{144}=22300745198530623141535718272648361505980416$$

$$2^{145}=44601490397061246283071436545296723011960832$$

$$2^{146}=89202980794122492566142873090593446023921664$$

$$2^{147}=178405961588244985132285746181186892047843328$$

$$2^{148}=356811923176489970264571492362373784095686656$$

$$2^{149}=713623846352979940529142984724747568191373312$$

$$2^{150}=1427247692705959881058285969449495136382746624$$

$$2^{151}=2854495385411919762116571938898990272765493248$$

$$2^{152}=5708990770823839524233143877797980545530986496$$

$$2^{153}=11417981541647679048466287755595961091061972992$$

$$2^{154}=22835963083295358096932575511191922182123945984$$

$$2^{155}=45671926166590716193865151022383844364247891968$$

$$2^{156}=91343852333181432387730302044767688728495783936$$

$$2^{157}=1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

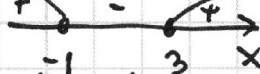
СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замена: $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = a$, $b = 2x - 7$

или: $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$



$|a+b| \geq |a+b+6| + |-b| \geq |a+6| \Rightarrow$

$|a+b|$

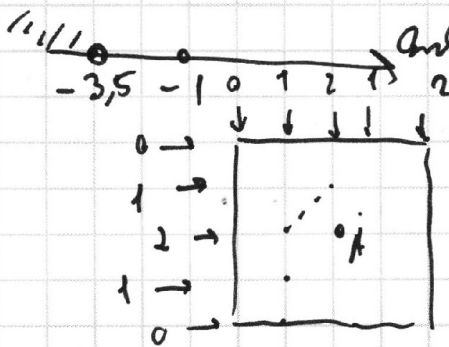
$\begin{cases} 2x-7 \leq 0 \\ x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty) \end{cases} \rightarrow x \leq 3.5$

$|a+b+6| = |a+6|$
 $|a+b+6| + |-b| = |a+6| + 3$

при $b \geq 0$: > 0
 при $b < 0$

$|a+b+6| + (-b) = |a+6|$

это множество
 при $b < 0$



или: $(-\infty, -3.5)$

- 1) выдир. вертикаль
- 2) выдир. θ
- 3) выдир. x
- 4) выдир. y

A: 4 способа

$0 \cdot 0 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 24 + \dots + 0 \cdot 0 \rightarrow 0 \cdot (0 + 1 + 2 + 25 + 24 + \dots + 0)$

$1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 25 + 1 \cdot 24 + \dots + 1 \cdot 0 \rightarrow 1 \cdot$

$2 \cdot 0 + 2 \cdot 4 + \dots + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 24 + \dots + 2 \cdot 0$

$25 \cdot 0 + 25 \cdot 1 \dots$

$24 \cdot 0$

$\rightarrow 25 \cdot 0 \rightarrow 25 \dots$

$\dots + 24 \cdot 0$

$0 \cdot 0$

$(0 + 1 + \dots + 25 + 24 + \dots + 0)(0 + 1 + 2 + \dots + 0) = 154$

$\leq 4 \cdot 25$

$\frac{26 \cdot 25}{2} = 25 \cdot 13$

$\leq 1 \cdot 24 \quad \frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12$

$|x| + |y| \geq |x+y|$

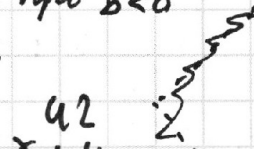
$\begin{array}{r} 92 \\ \times 44 \\ \hline \end{array}$

$+ 368$

$\frac{368}{368}$

$+ 4048$

$\frac{2025}{2025}$



$\begin{array}{r} 42 \\ \times 144 \\ \hline \end{array}$

$+ 168$

$\frac{168}{168}$

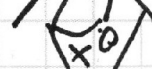
$\frac{1848}{1848}$

$\begin{array}{r} 11 \\ \times 3696 \\ \hline \end{array}$

$+ 3696$

$\frac{3696}{3696}$

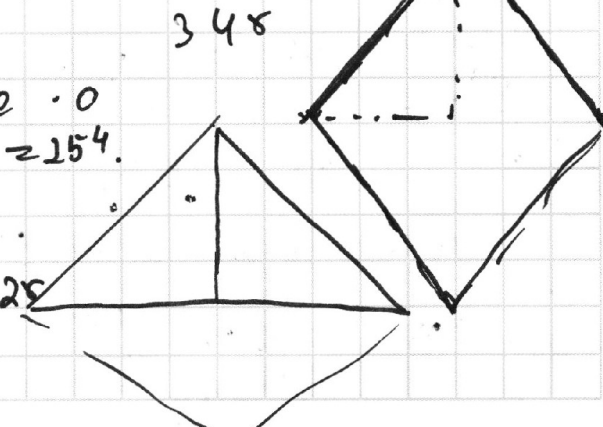
$\frac{5721}{5721}$



$\begin{array}{r} 1848 \\ \times 1848 \\ \hline \end{array}$

$+ 1848$

$\frac{3696}{3696}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$BN \cdot MA = 2 \cdot BM \cdot NE$
 BM'

$180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

$x^2 + y^2 = a^2$
 $x \in [-a; a]$
 $x^2 - 6x + a = 8$
 $(x-3)^2 + a - 9 = 8$
 $\uparrow$
 $\text{max значение} = 8$
 $(a-3)^2 + a - 9 = 8$
 $a^2 - 6a + 9 + a - 9 = 8$
 $\text{max при } a$
 $(a-3)$
 $\text{или при } a$

$a^2 - 6a + a = 8$
 $a^2 - 5a - 8 = 0$
 $D = 25 + 4 \cdot 8 = 57$
 $a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$

$a \geq \frac{6 + \sqrt{57}}{2}$
 $a \geq \frac{5 + \sqrt{57}}{2}$

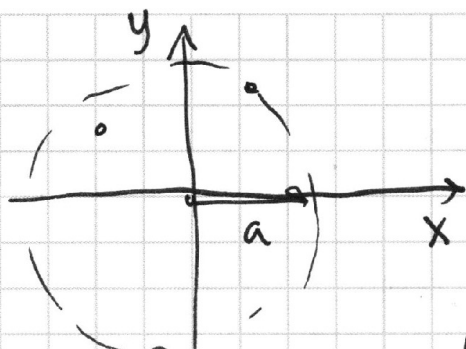


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_0 = \frac{6}{2} = 3$$

$$2^8 = 256$$

$$x^2 - 6x + a = (x-3)^2 - 9 + a$$

$$= (x-3)^2 + a - 9$$

$$\text{или } b \leq 0, \text{ т.е. } a + b + 6 \leq 0$$

$$a + b + 6 \geq 0 \quad \text{при } y \leq 0$$

$$|x+y| + |x-y| = |x|$$

$$|x+y| - y \geq 0 = |x|$$

$$19 \cdot 256 + 2025 = 38^2$$

$$a \geq 6 - b$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 6 - (2x - 7)$$

$$\text{при } 13 - 2x < 0$$

$$2x > 13$$

$$x > 7,5 \text{ окв.}$$

$$\text{при } 13 - 2x \geq 0:$$

$$x \leq 7,5$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq (13 - 2x)^2$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 52x + 169$$

$$3x^2 - 50x + 172 \leq 0$$

$$D = 2500 - 4 \cdot 3 \cdot 172 > 0$$

$$16 = 2^4$$

$$16^2 = 256$$

$$32 =$$

$$19 \cdot 2^8 + 2025$$

$$46 - 5 + 1 = 47 - 5 = 42$$

$$45 \times 45$$

$$32 \mid 19$$

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow$$

$$13 \rightarrow 7 \rightarrow 14$$

$$38 \cdot 38 = (40 - 2)^2 = 1600$$

$$83^2 = (80 + 3)^2 = 6400 - 2 \cdot 80 \cdot 3 + 9$$

ЧЕРНОВИК

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 19 \\ \hline 2304 \\ + 2560 \\ \hline 4864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 172 \\ \times 16 \\ \hline 1072 \\ + 1344 \\ \hline 2752 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 5 \\ \hline 95 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2560 \\ \times 2560 \\ \hline 65536 \end{array}$$

$$90 - 2^{x-2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 10 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$5120 - 256 = 4864$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

