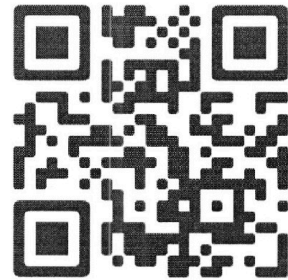


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n + 1)! + (n + 2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Заметим, что $361 = 19^2$

$$2) n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + (n+1) \cdot n! + (n+2)(n+1)n! =$$

$$= n! (1 + n + 1 + (n+1)(n+2)) = n! (n^2 + 4n + 4) =$$

$$= n! (n+2)^2$$

3) min значение ⁿ, при котором

$$(n+2)^2 \text{ делится на } 19 \text{ это при } n = 17$$

(т.к. 19 - простое, а значит для наименьшего числа, которое делится на 19 это число

$$19. \quad n + 17 + 2 = 19 \Rightarrow (n+2) \text{ при } n = 1 \Rightarrow \text{делится на}$$

$$19). \text{ Также, так } (n+2) : 19, \text{ то } (n+2)^2 : 361$$

$$\Rightarrow \text{при } n = 17 \quad (n+2)^2 : 361 \Rightarrow n! (n+2)^2 : 361$$

$$\Rightarrow n! + (n+1)! + (n+2)! : 361. \quad \star$$

4) min значение n, при котором

$$n! \text{ делится на } 19 \text{ это при } n = 19 \text{ (т.к. это}$$

наименьшее простое, а значит для наименьшего числа, которое делится на 19 это

$$19). \text{ Однако } 17 < 19 \text{ при, а при } n = 19$$

$$\text{также } n! (n+2)^2 : 361, \text{ т.к. } n! : 361 \text{ т.к. делится на } 19$$

$$\text{также } n! (n+2)^2 : 19 \Rightarrow \text{при } n = 17 - \text{min, при}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Компром $n! + (n+1)! + (n+2)! : 367$

Ответ; 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Требуется найти 5 кон. чисел - $h-2, h-1, h, h+1, h+2$,
возможны:

$$(h-2)^2 + (h-1)^2 + h^2 + (h+1)^2 + (h+2)^2 = h^2 - 4h + 4 + h^2 - 2h + 1 + h^2 + h^2 + 2h + 1 + h^2 + 4h + 4 = 5h^2 + 10.$$

2) Обозначим куб числа $5h^2 + 10$ до, кубическим $5h^2$.

$$\Rightarrow 5h^2 = N^3 > 6$$

них возможны и это $N = 5$, к.к.

краска становится, когда $h = 5$, рассмотрим
это при $h < 5$ & куб числа не кубический,

а при $h = 5$: $5 \cdot 5^2 = 5^3 \Rightarrow$ ищ $N = 5$ и $125 > 6$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

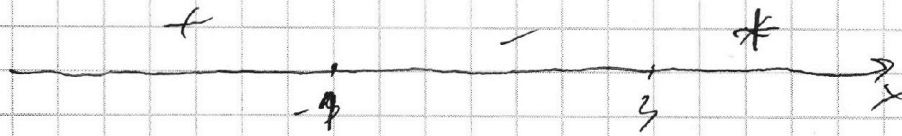
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Далееем какие значения может принимать x :

$$x^2 - 2x - 4 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$



$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

2) Далееем, при каких значениях x

$$x \quad |\sqrt{x^2 - 2x - 3}| < |2x - 1|$$

$$|\sqrt{x^2 - 2x - 3}| < |2x - 1|$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 4 - 48 = -44 < 0$$

$$\Rightarrow \text{при всех } x \quad |\sqrt{x^2 - 2x - 3}| < |2x - 1|$$

$$\Rightarrow \text{при } 2x - 1 < 0, \text{ то } \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \text{при } x < \frac{1}{2} \quad \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0$$

$$3) \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 > 0 \Rightarrow 0$$

возле этого знака нет смысла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассмотрим $x \in (+\infty; 3,5]$:

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 2x - 7$$

$$4x - 14 \leq 0$$

$$4x \leq 14$$

$$x \leq 3,5$$

\Rightarrow при $x \in (+\infty; 3,5]$ нет решений

5) Рассмотрим $x \in [3,5; 3]$:

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$6 \geq 6$$

\Rightarrow при $x \in [3,5; 3]$ есть решения во всей этой области

6) Рассмотрим $x \leq -1$:

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq -\sqrt{x^2-2x-3} - 2x + 1 + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \geq -2x + 1$$

при $x \leq -1$ $-2x + 1 > 0 \Rightarrow$ при возведении в квадрат знак не меняется в обеих частях неравенства



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 4x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

$$D = 4 - 3 \cdot 4 \cdot 4 = -44 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 > 0$$

Третье неравенство.

\Rightarrow при $x \in \mathbb{R}$ нет решений.

7) Из всего вышеперечисленного

следует, что $x \in [3, 3, 5]$

Ответ: $[3, 3, 5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

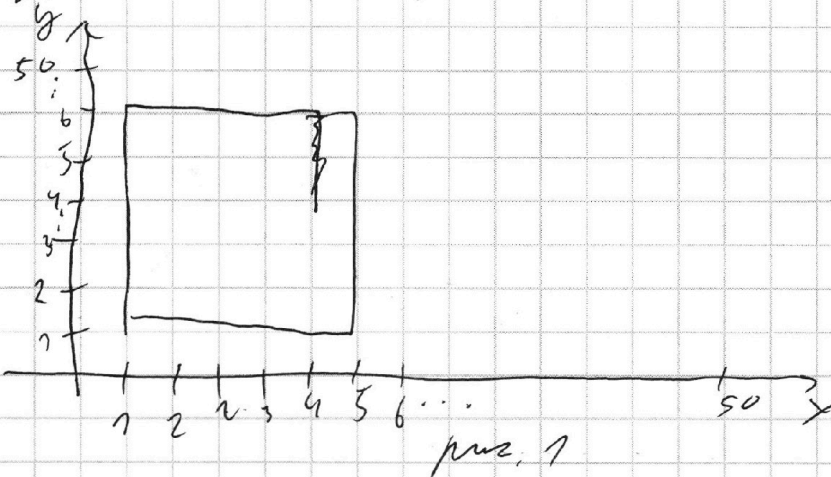
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим, если этот ромб-квадрат со стороной 5:



Теперь сначала рассмотрим сколько есть способов, если все стороны квадрата перпендикулярны осям Ox и Oy . Тогда, на самой нижней линии $(y=1)$ можно расположить квадратов: $50 - 1 = 49$ (т.к. правую сторону можно расположить от $x=1$ до $x=50$). И то от Oy можно расположить тоже 45 квадратов \Rightarrow всего $45 \cdot 45 = 2025$ квадратов



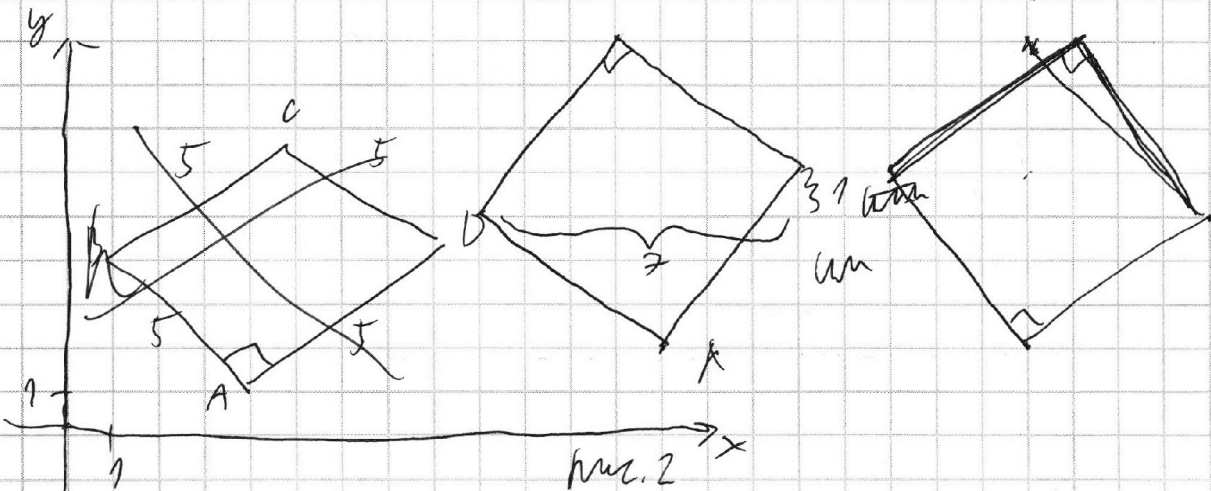
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь рассмотрим вариант, когда стороны квадрата не перпендикулярны осям:



Всё равно каждая сторона квадрата 5, но диагональ будет $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$. Тогда, сумма квадратов координат 2-х противоположных точек равно $\sqrt{50}$. Это может быть корень из суммы 2-х равных квадратов.

\Rightarrow это либо $5^2 + 5^2$ либо $7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50$.

Случай, когда $5^2 + 5^2$ это тот случай, когда стороны перпендикулярны осям

\Rightarrow остался вариант $7^2 + 1^2$ (см. рис. 1). Рассмотрим также квадраты по оси: $43 \cdot 43 - 2 = 3648$ точек.

Итого: $43 \cdot 43 - 2 = 3648$ точек.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

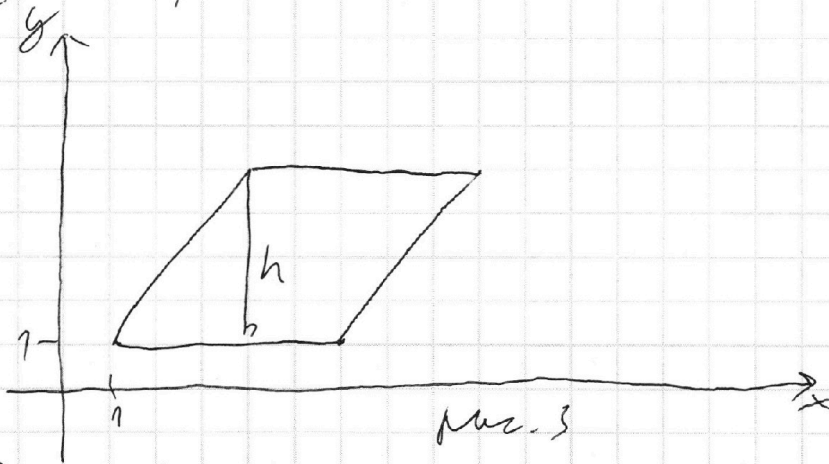
СТРАНИЦА

7 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Теперь рассмотрим случаи, когда фигура не является квадратом.

Если какая-то сторона ромба будет перпендикулярна диагонали:



Возьмем стороны ромба - целые, но расстояние от вершины до

противоположной - целое (будем это обозначать h), h равен или 3 ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$) или 4 ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$).

В 1 случае расстояние между

точками на диагонали 9 и 8, в другом - 8 соответственно

=> таких ромбов можно построить:

$$(50 - 8) \cdot (50 - 4) \cdot 2 + (50 - 9) \cdot (50 - 3) \cdot 2 =$$

$$= 42 \cdot 46 \cdot 2 + 2 \cdot 41 \cdot 43 \text{ (на 2 умножим, т.к. ромб будет 2 шт. сн } O_x \text{ и } O_y)$$



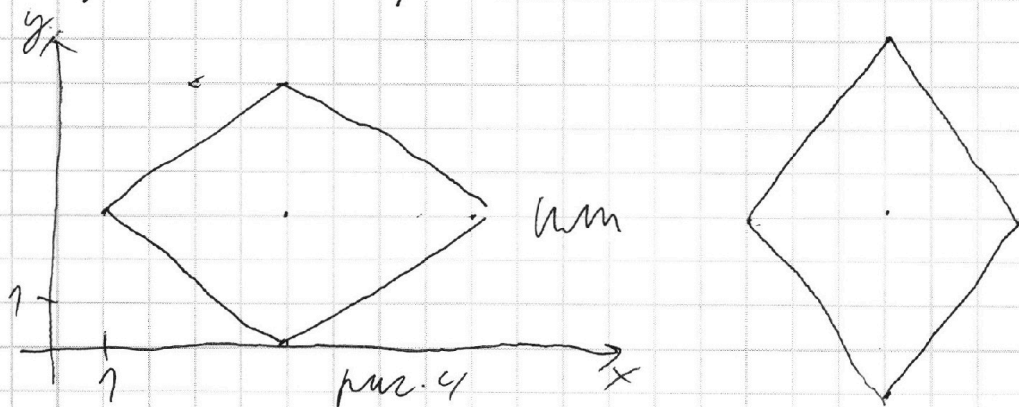
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом случается, когда ни одна сторона не параллельна осям.



Если расставляем по x от 1 до 50 то можно увидеть что будет не 3 и не 4 , но можно только расположить так, чтобы обе координаты были целые \Rightarrow ~~тогда~~ возможны только варианты с $шир. 4$, $высотой$ ромбов возможно расположить:

$$(50-8) \cdot (50-6) \cdot 4 \cdot 2 = 2 \cdot 42 \cdot 44$$

$$3) \text{ Теперь сложим всё: } 2025 + 3698 + 3864 + 3526 + 3696 = 16809$$

Ответ: 16809



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) если $x < 0$, то $19 \cdot 2^x$ - не целое \Rightarrow
 $19 \cdot 2^x + 2025$ - не целое $\Rightarrow y^2$ - не целое $\Rightarrow y$ -
не целое, противоречие. $\Rightarrow x \geq 0$.

$$2) 2025 \equiv 11 \pmod{19} \Rightarrow y^2 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$(\text{н.к. } 19 \cdot 2^x : 19)$$

$$3) 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025 = y^2 - 45^2 = (y - 45)(y + 45)$$

$$\Rightarrow \text{либо } y - 45 : 19, \text{ либо } y + 45 : 19$$

$$\Rightarrow \text{либо } y \equiv 7 \pmod{19} \text{ либо } y \equiv 17 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow \text{либо } y^2 \equiv 11 \pmod{19} \text{ либо } y^2 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow y - 45 : 19 \Rightarrow y \equiv 7 \pmod{19}. \text{ Пусть}$$

$$y = 19k + 7, \text{ тогда}$$

$$19 \cdot 2^x = (19k - 38)(19k + 52)$$

$$2^x = (k - 2)(19k + 52)$$

$$\text{Пусть } k = 4, 19k + 52 = 128 = 2^7, \text{ а } k - 2 = 2$$

$$\Rightarrow 2^7 \cdot 2^1 = 2^8 \Rightarrow \text{пусть } x = 8, k = 2 \Rightarrow y = 83$$

$\Rightarrow y$ может быть ~~равен~~ также -83 .

$$(\text{н.к. } 19 \cdot 2^x, \text{ включаем } y^2 \equiv 11 \pmod{19})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

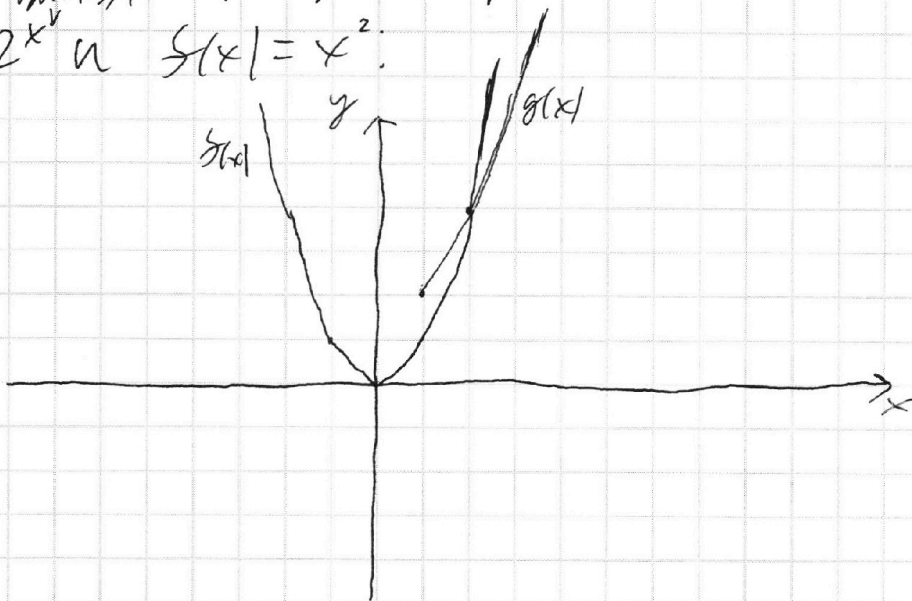
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Докажем, что двух решений нет.

Графически проверим функцию

$$g(x) = 2^{x^2} \text{ и } f(x) = x^2.$$



Заметим, что у графиков только

1 точка пересечения \Rightarrow у графиков

$$g'(x) = 19 \cdot 2^x + 2025^x \text{ и } f(x) = x^2 \text{ тоже}$$

будет 1 точка пересеч (это также можно

замечать, т.к. $19 \cdot 2^x + 2025^x$ при $x > 1$ монотонно

возрастает. Ф-ция x^2 при $x > 0$ - монотонно

возрастает. Ф-ция \Rightarrow у них есть только 1 т. пересеч.

а при $x < 0$ у них тоже пересеч, т.к. $g'(x)$ при $x > 1$

\Rightarrow у них ф-ция $19 \cdot 2^x + 2025^x = x^2$ монотонно

$(8; 83)$ и $(8; -83)$. Ответ: $(8; 83); (8; -83)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \text{ Ты уловила: } x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$\Rightarrow a \leq -x^2 + 6x + 8$$

$\Rightarrow a$ принимает все значения

графика $y = -x^2 + 6x + 8$

$$\Rightarrow -x^2 + 6x + 8 = a$$

$$2) \begin{cases} -x^2 + 6x + 8 = a \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

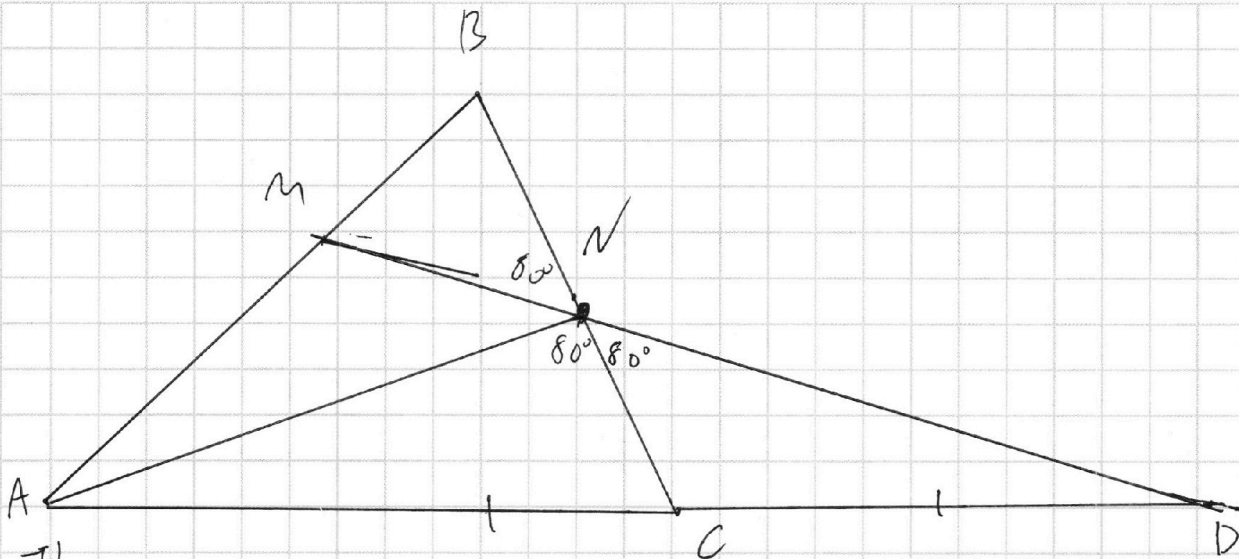


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



II)
*) Если $MN \perp AC$:

1) Продлим MN до точки пересечения с прямой AC . Предположим, что n . Пересечения прямой MN и AC оказалась за точкой C .

Пусть это будет $n. D$.

По теореме Миллера в $\triangle ABC$ и секущей MN :

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CD}{DA} = 1$$

По условию $AM \cdot BN = 2MB \cdot NC$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{CD}{DA} = 1 \Rightarrow \frac{CD}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DA}{CD} = 2$$

$$\frac{AC + CD}{CD} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{CD} = 1 \Rightarrow AC = CD$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

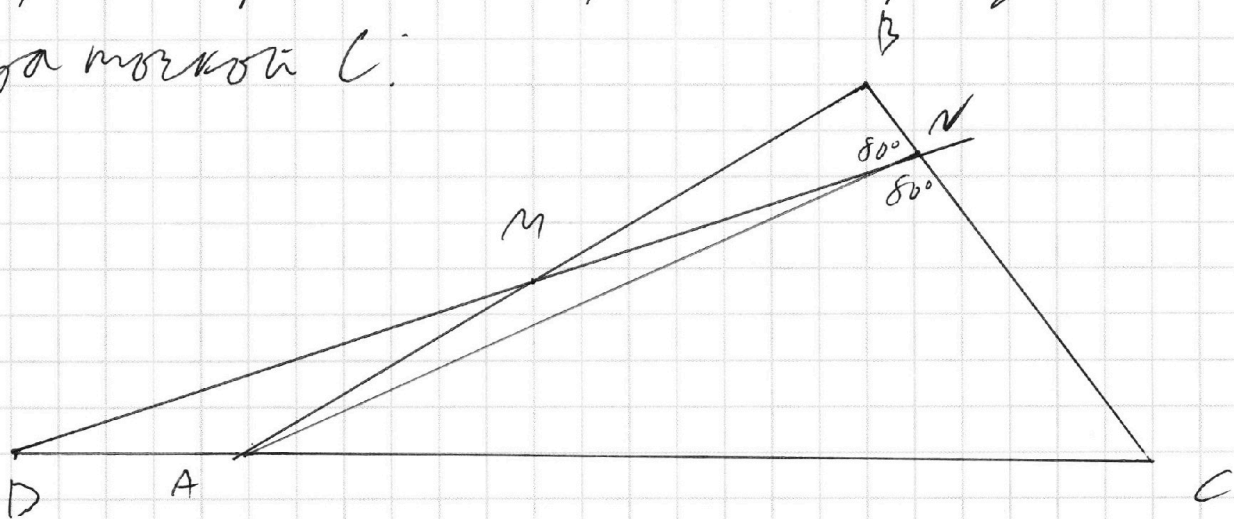
$\angle CND$ и $\angle MNB$ - вертикальные
 $\Rightarrow \angle CND = \angle MNB = 80^\circ \Rightarrow \angle CND = 80^\circ$

Рассмотрим $\triangle AND$:

$\angle ANC = \angle CND = 80^\circ \Rightarrow NC$ - биссектриса
 $AC = CD \Rightarrow NC$ - медиана $\Rightarrow \triangle AND$ - равнобедренный (по трем сторонам)

$$\Rightarrow \angle CAN = \frac{180^\circ - \angle AND}{2} = \frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ$$

2) Если прямая MN пересекает прямую AC за точкой C :



Тогда, применяя в $\triangle ABC$ и секущей MN :

$$\frac{CN}{NB} \cdot \frac{BM}{MA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1, \text{ так } NB \cdot MA = 2 \cdot CN \cdot BM, \text{ то}$$

$$\frac{AD}{DC} = 2 \Rightarrow \frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD+AC}{AD} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = -\frac{1}{2}$. Отрицательные длины отрезков не могут быть меньше 0 и, к. то аксиоме длины отрезков больше 0
 \Rightarrow такой вариант невозможен



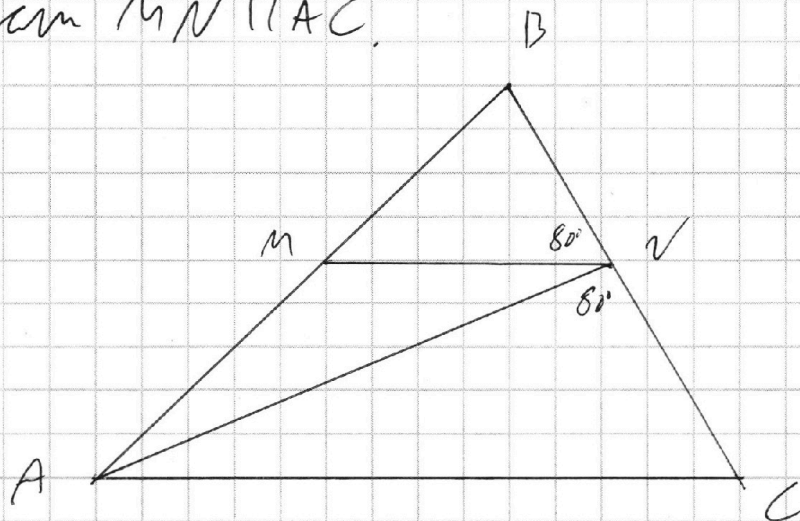
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II) $BM \parallel AC$:



Из $BM \parallel AC$, тогда $\angle B$ - $\angle C$ треугольника.

$$\frac{AM}{MB} = \frac{NC}{NB} \Rightarrow AM \cdot NB = MB \cdot NC, \text{ что}$$

противоречит условию. \Rightarrow такой вариант невозможен.

III) Из всего выше сказанного следует, что $\angle CAN = 10^\circ$

Ответ: 10°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черповиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 3 \geq 9x^2 - 4x + 1 \quad (2x-1)^2 = x^2$$

~~$$3x^2 + 2x + 4 \geq 0$$~~

$$16 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$Q = 9 + 4 \cdot 4 = 9 + 16 = 25$$

$$19 \cdot 2^k = 45 + 46 = 91$$

$$3x^2 - 2x + 4 \leq 0$$

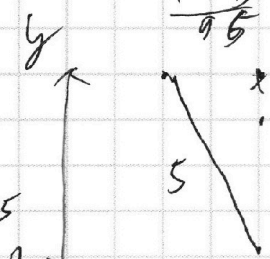
$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$Q = 97 + 45 = 142$$

$$= 93 \cdot 2$$

$$48 + 45 = 93$$

$$95 + 50 = 145$$



$$a \leq -x^2 + 6x + 8$$

$$a \leq -(x^2 - 6x - 8)$$

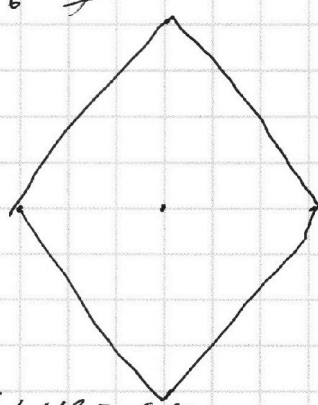
$$a \leq -x^2 + 6x + 8$$

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$a \leq -x^2 + 6x + 8$$

- k=0 2
- k=1 4
- k=2 4
- k=3 8
- k=4 3
- k=5 13

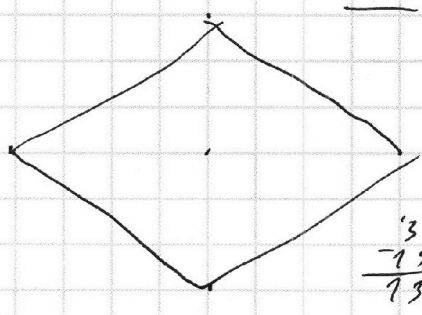
k=6 7



$$19 \cdot 2^k = 96$$

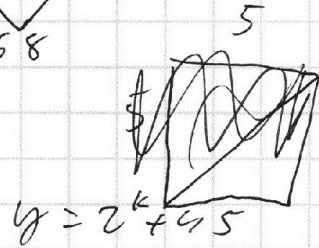
$$x \cdot 4 = 96$$

$$x = 24$$



$$36 + 4 \cdot 8 = 36 + 32 = 68$$

$$y - 45 = 2^k$$



$$96 = 19 \cdot \frac{2^k}{2^k - 2^k}$$

$$2^k \equiv 5 \pmod{19}$$

$$2^k + 90 = 19 \cdot 2^{k-k} \cdot 2^k + 45 + 45 = 19 \cdot 2^{k-k}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x = (19k + 12 - 45)(19k + 12 + 45)$$

$$(19k - 33)(19k + 57)$$

$$361k^2 + 19k \cdot 57 - 19k \cdot 33 - 57 \cdot 33$$

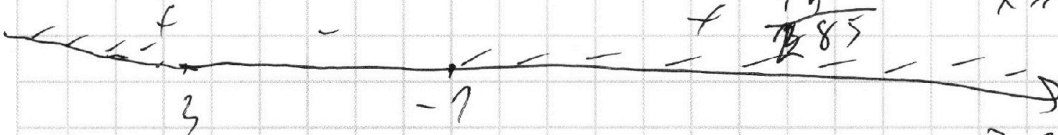
$$19(19k^2 + 24k - 99) = 2^x$$

$$19k^2 + 24k - 99 = 2^x$$

~~2025~~

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x+1)(x-3) \geq 0$$



$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq -2x + 1 + 2x$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} < 2x + 1$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 < (2x + 1)^2$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 + 4x + 1$$

$$\geq 2x - 1 + 7 - 2x$$

$$3x^2 + 6x + 4 > 0$$

$$6 \geq 6$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 4$$

$$6 \geq 2x - 1 + 2x - 7$$

$$16 - 8 - 12 = -4$$

$$6 \geq 4x - 8$$

$$14 \geq 4x$$

$$x \leq \frac{14}{4} = 3.5$$

$$\begin{array}{r} 289 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 99 \\ \underline{99} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{48} \\ 19 \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2025
- 17

2068

2068 | 19
19 | 10

108

19 19
4 4 4 6
----- -----
76 104

19
4 2

38

x >

45 + x : 19

19 2025
4 8 152 169 | 19
----- -----
152 2777

19 19
x 8 x 19
----- -----
152 152

| y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|---|----|----|----|----|----|-----|--------|
| y² | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 |
| 19y | 0 | 19 | 38 | 57 | 76 | 95 | 114 | 133 |
| | | | | | | | | 4 |
| | | | | | | | | 17 |
| | | | | | | | | 119 |
| | | | | | | | | 17 |
| | | | | | | | | 289 |
| | | | | | | | | 28-19= |

36:19 = 1 (ост. 17) 19-2=38

19 · 2^x + 2025 = 19k + 19

19 · 2^x + 2025 = 19k + 2

2025 | 19
- 19

725

19
4 5 15
----- -----
76 183

19
4 5 69
----- -----
76 114

19 69
4 5 -45
----- -----
152 138

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 69
4 5 19
----- -----
152 114

19 · 2^x = (y+45)(y-45)

45 ≡ 6 (mod 19) y-45

| | |
|---|--|
| <p>y ≡ 13 19 y ≡ 6 x 3 ----- ----- y² ≡ 17 29</p> <p>y = 39x 2^x</p> | <p>y = 64 y = 83 y = 121 y = 159 y =</p> |
|---|--|

| | |
|--|---|
| <p>83 +38 ----- 121 +45 ----- 166</p> <p>121 +38 ----- 159 +45 ----- 204</p> | <p>y = 50 88 y = 69 119 y = 88 167 y = 107 207 y = 126 -45 y = 145 ----- y = 62</p> <p>107 +19 ----- 126</p> <p>126 +19 ----- 145</p> <p>145 +19 ----- 164</p> <p>164 +19 ----- 183</p> <p>183 +19 ----- 202</p> |
|--|---|

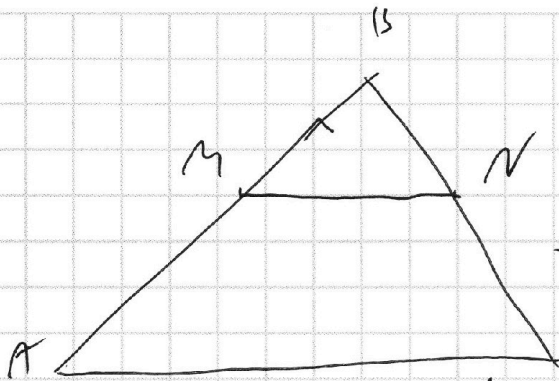


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

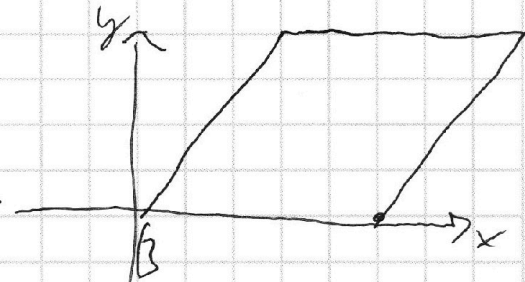
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



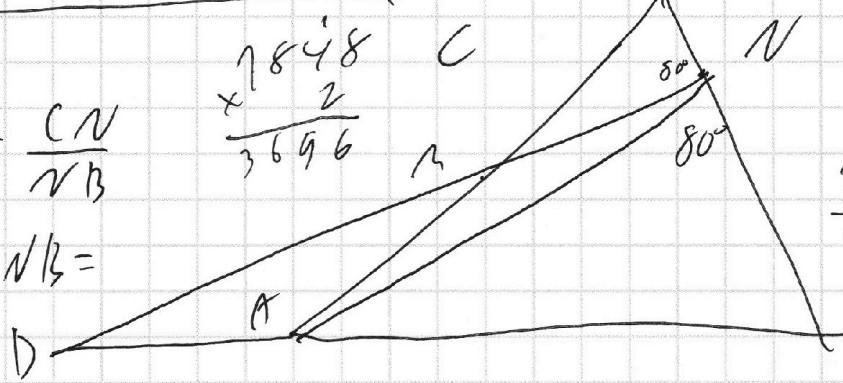
$$\begin{array}{r} 42 \\ 444 \\ \hline 1768 \\ 118 \\ \hline 1848 \end{array}$$



$$\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NB}$$

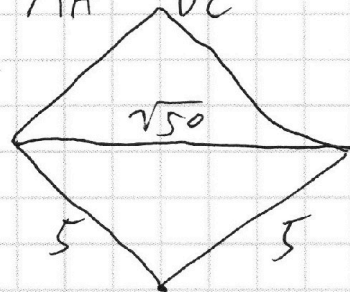
$$AM \cdot NB =$$

$$\begin{array}{r} 1848 \\ \times 2 \\ \hline 3696 \end{array}$$



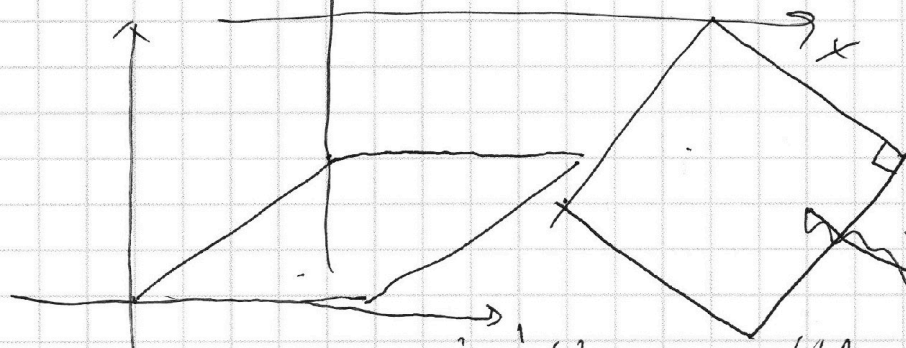
$$\begin{array}{r} 42 \\ 446 \\ \hline 1252 \\ 168 \\ \hline 1932 \end{array}$$

$$\frac{NC}{NB} \cdot \frac{BN}{MA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$



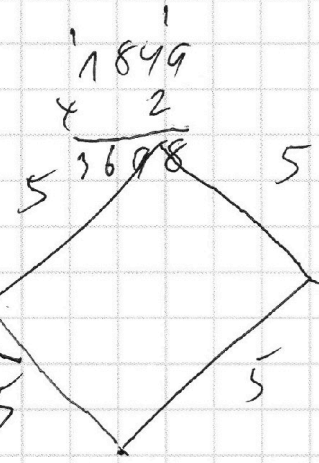
$$\begin{array}{r} 43 \\ 493 \\ \hline 129 \\ 172 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1932 \\ \times 2 \\ \hline 3864 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1763 \\ \times 2 \\ \hline 3526 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 411 \\ \times 43 \\ \hline 1243 \\ 1723 \\ \hline 1763 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1849 \\ \times 2 \\ \hline 3698 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6x + a \leq 8$$

$$x^2 - 6x + a - 8 \leq 0$$

$$x^2 - 6x + a - 8 = 0$$

$$D = 36 - 4(a - 8) = 36 - 4a + 32 = 68 - 4a$$

$$\begin{matrix} 19 \\ 4 \\ 58 \end{matrix} \quad a \leq -x^2 + 6x + 8$$

$$-x^2 + 6x + 8 =$$

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 45^2$$

$$y + 45 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y + 7 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$y \equiv 12 \pmod{19}$$

$$x = 0$$

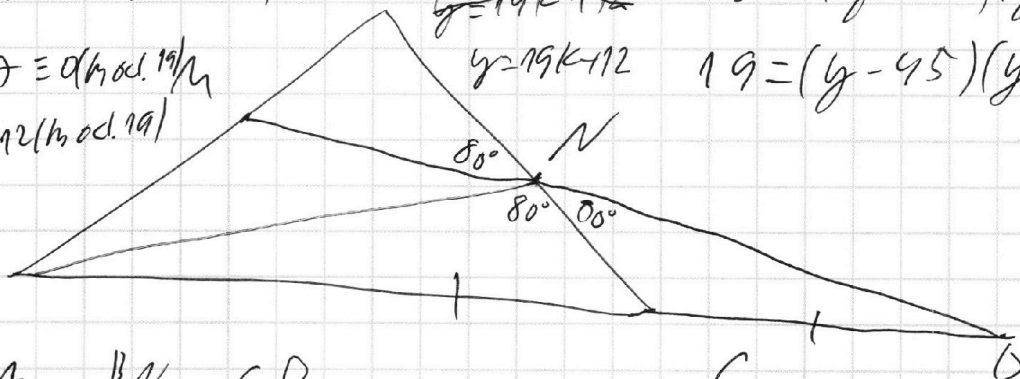
$$y = 19k + 12$$

$$y = 19k - 12$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$19 = (y - 45)(y + 45)$$

A



$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CD}{DA} = 1$$

$$2 \cdot \frac{CD}{DA} = 1$$

$$\frac{CD}{DA} = \frac{1}{2}$$

$$y + 45 = 19$$

$$\frac{DA}{CD} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{CD + AC}{CB} = \frac{2}{1} \quad x \geq 1$$

$$\begin{cases} y - 45 = 1 \\ y + 45 = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 20 \\ y - 45 = 19 \\ y + 45 = 1 \end{cases}$$

$$y - 45$$

$$y - 45 = 2^x \quad \frac{AC}{CD} = 1$$

$$y + 45 = 19$$

$$19 \cdot 2^x = (y - 45)(y + 45)$$

$$y - 45 = 2^x$$

$$y + 45 = 19 \cdot 2^{x-1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n! + (n+1) \cdot n! + (n+2)(n+1) \cdot n! =$$

$$= n! (1 + n + 1 + (n+2)(n+1)) =$$

$$= n! (n+2 + n^2 + n + 2n + 2) =$$

$$= n! (n^2 + 4n + 4)$$

~~361~~

$$361 \mid \underline{\hspace{2cm}}$$

$$361 = 19^2$$

$$(n+1)(n+3) + 1 =$$

$$= n^2 + 3n + n + 3 + 1 =$$

$$= n^2 + 4n + 4$$

$$(n+2)(n+1) = n$$

$$n! (n+2)^2$$

$$361 = 19^2$$

$$N^2$$

$$(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 =$$

$$= n^2 + 4 + n^2 + 1 + n^2 + n^2 + 4 + n^2 + 1 =$$

$$= 5n^2 + 10$$

$$5n^2 = N^3$$

$$n=5$$

$$5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8000 =$$

$$= 5 \cdot 8 = 40 = 20^3$$

$$\begin{array}{r} 13698 \\ + 3864 \\ \hline 17562 \\ + 3526 \\ \hline 17088 \\ + 3696 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \overline{) 1174784} \\ - 26 \\ \hline 101 \\ 11 \\ 19 \\ 171 \\ 19 \\ 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ \times 34 \\ \hline 448 \\ + 392 \\ \hline 3808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 190 \\ \hline 361 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 14784 \\ + 2025 \\ \hline 16809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2025 \overline{) 19} \\ - 19 \\ \hline 0 \\ 114 \\ 11 \\ 114 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10806 \\ 106 \\ 19 \\ 19 \\ \hline 106 \\ + 19 \\ \hline 1254 \\ + 106 \\ \hline 1360 \\ \times 5 \\ \hline 6800 \end{array}$$