

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что: $n=1$

$$\begin{aligned}
 n! + (n+1)! + (n+2)! &= \\
 = n! + n! \cdot (n+1) + n! (n+1)(n+2) &= n! (1 + n+1 + \\
 + (n+1)(n+2)) &= n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = \\
 = n! (n^2 + 4n + 4) &= n! (n+2)^2
 \end{aligned}$$

Заметим, что $361 = (20-1)^2 \cdot 400 - 40 + 1 =$
 $= 20^2 - 2 \cdot 20 + 1 = (20-1)^2 = 19^2$

Поскольку 19 - простое число, то при

$$n \leq 16, \quad n! \div 19; \quad n+2 \leq 18 \Rightarrow (n+2)! \div 19 \Rightarrow$$

$\Rightarrow (n+2)^2 \div 19^2 \Rightarrow n! \cdot (n+2)^2 \div 19 \Rightarrow$

н.к. пр-
числа
19

$$= n! (n+2)^2 \div 361. \text{ Поскольку, } n \geq 17.$$

$n=17$ проверим, н.к.:

$$17! \cdot 19^2 \div 361, \text{ н.к. Если умножи-}$$

м на 19.

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№: 2
Обозначим за a^2 - третье по величине из выписанных чисел. Тогда, оставшиеся:

$$(a-2)^2 < (a-1)^2 < \overset{1}{a^2} < (a+1)^2 < (a+2)^2$$

← ↑
оставшиеся.

Найдем их сумму:

$$\begin{aligned} & (a-2)^2 + (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = \\ & = a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 = \\ & = 5a^2 + 10. \end{aligned}$$

Вычтем 10.

$$5a^2 = N^3 \quad (\text{по условию})$$

Тогда, заметим, что пусть

$$a = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \dots p_r^{d_r} \quad p_i^{d_i} \equiv \text{разложение } a \text{ на простые множители.}$$

$$5a^2 = 5 \cdot p_1^{2d_1} \dots p_r^{2d_r} = N^3$$

П.к. $5a^2$ - куб натур. числа, то $5a^2 = b^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

степени вводимая простая числ в
 $5a^2$ делится на 3. $\Rightarrow a \div 3$, т.к. число
степень вводимая 5 в $5a^2 = 1 \div 3$.

Получим, в а вводят еще не менее одно-
го простого числа, т.к. иначе $5a^2 = 125 = 5^3$
 ~~$5a^2 = 5 \cdot 25 = 125$~~

$\Rightarrow N = 5$, но по условию $N > 6$. $\rightarrow$ криво

Получим, т.к. (степень вводимая простая
в $a^2 \div 3$, то и в $a \div 3$. $\Rightarrow a \geq 5 \cdot 2^3 =$
 $= 40$. $\Rightarrow 5a^2 \geq 5 \cdot 40^2 = 8000 \Rightarrow N \geq 20$.

При $a = 40$; $N = 20$ проверяем.

Ответ: ~~А~~ ~~минимальное~~ $N = 20$.

или $5a^2 \geq 5^6 \Rightarrow N \geq 25$, но это меньше. $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ тоже не проверяем.

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N:3

$$|\sqrt{x^2-2x-3} + 6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

1. Значение под корнем должно ≥ 0 . $\Rightarrow$

$$x^2-2x-3 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x-1| \geq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty) - \text{область определения.}$$

2. $\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq 0 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 6| = \sqrt{x^2-2x-3} + 6.$$

3. Рассмотрим случаи:

1. $x \in [3; 3.5]$

$$2x-1 \geq 5 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 5 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| = \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1.$$

$$7-2x \geq 0, \text{ т.к. } 7-2x \in [0; 1]. \Rightarrow$$

$$\therefore |7-2x| = 7-2x.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 7-2x \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6. \quad \Leftrightarrow \cancel{x \in [3; 3.5]} \quad \begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) \\ x \in [3; 3.5] \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

2 случай:

$$x \in (3.5; +\infty)$$

Аналогично первому случаю,

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 \geq 6 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| =$$
$$= \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1.$$

$$\text{т.к. } x \in 3.5; +\infty, \text{ то } 7-2x \in (-\infty; 0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |7-2x| = 2x-7.$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 2x-7 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 4x-8 \quad \Leftrightarrow 14 \geq 4x \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 3.5] \\ x \in (3.5; +\infty) \end{cases} \quad \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \emptyset$$

3 случай:

$$x \in (-\infty; -1]: \quad 7-2x > 0, \text{ т.к. } \begin{cases} 7 > 0 \\ -2x > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |7-2x| = 7-2x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дополним, что при $x \in (-\alpha_i - 1)$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0. \quad \Rightarrow \text{ложно}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} < 1 - 2x.$$

$$\text{н.к.} \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{cases}, \text{ то } \Rightarrow \text{ложно}$$

обе части возведем в квадрат и знак сохраним.

$$x^2 - 2x - 3 < 4x^2 - 4x + 1.$$

$\Rightarrow 0 < 3x^2 - 2x + 4$. Посчитаем Дискриминант:

$$D = 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 4 - 48 = -44 < 0 \Rightarrow \text{у параболы}$$

с ветками вверх нет корней $\Rightarrow$ при любых x верно, что равносильно

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 < 0. \quad ?$$

$$\Rightarrow |\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1| = 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$$

Можно:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \geq 1 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7 - 2x$$

$$2\sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq -4x + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

М.к. $x \in (-\infty; -1)$, то
 $-4x+2 \in$

М.к. $x \in (-\infty; -1)$, то. $-4x+2 \geq 0$.

М.к. $\begin{cases} -4x+2 \geq 0 \\ 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 0 \end{cases}$, то можем обе

части возвести в квадрат и затем срав-
 нить.

$4x^2-8x-12 \leq 16x^2-16x+4$

$0 \leq 12x^2-8x+16$

$D = 64 - 4 \cdot 12 \cdot 16 = 64 - 64 \cdot 12 < 0 \rightarrow$
 $D = 64 - 4 \cdot 12 \cdot 16 = 64 - 64 \cdot 12 =$

$= 64 - 560 < 0 \rightarrow$ у параболы с отрицательным

дискриминантом нет корней $\rightarrow 12x^2-8x+16 > 0 \forall$

$\Leftrightarrow -4x+2 > 2\sqrt{x^2-2x-3} \Rightarrow$ мы можем

уравнение решить не можем. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$

$\rightarrow$ м.к. рассмотрим все случаи, то:

$x \in [3; 3.5]$

Ответ: $x \in [3; 3.5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим стороны ромба. Каждая из них — гипотенуза Δ прямоугольного, или остроугольного, Δ для которого верш. A — вершина, соединяющая его — ось симметрии или ось симметрии. Тогда, $A(x; y)$ и $B(x_1; y_1)$, тогда $AB^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$

$25 = 25 + 0$
 $25 = 0 + 25$
 $25 = 9 + 16$
 $25 = 16 + 9$

Заметим, что сумма квадратов x и y равна 25. Тогда, для каждого ромба рассмотрим его вершину, тогда это Δ все равно. Тогда, x и y — это координаты вершины A и B соответственно, но выберем среднюю x и y . Тогда, x и y — это координаты вершины.

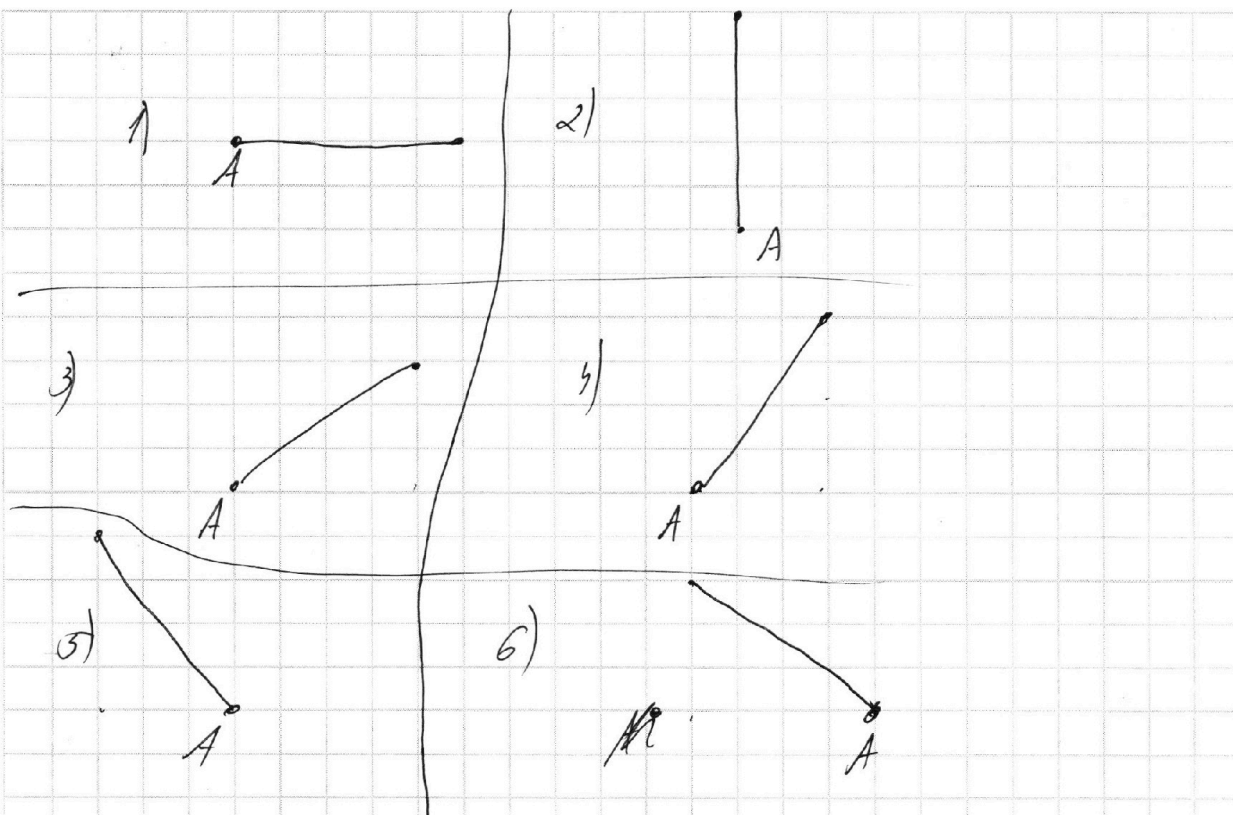


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Другая вер. нм, т.е. А- мин. коорд.
по y; если точка мин. по x. (А-мин.
вершина). Тогда, т.е. рабб- #, то
по двум отрезкам (сторонам), исходя-
щим из А, можно однозначно восстано-
вить рабб. Тогда, вершину рабба
 $\frac{6.5}{2} = 15$. Для которого из них
найдем, в каких точках у нас м. быть А.

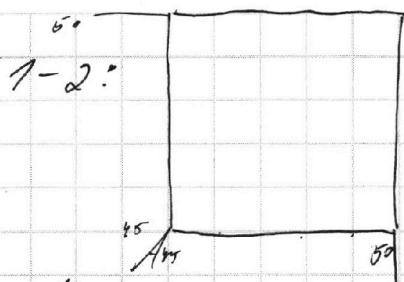


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

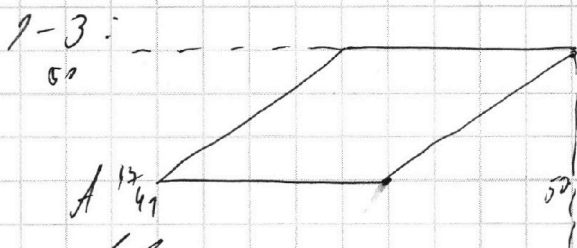
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Слева нижняя клетка - (1;1). $\rightarrow$ Справа нижняя 45^2



Слева нижняя - (1;1) $\rightarrow$ Справа $47 \cdot 47$

1-4: Справа нижняя - (1;1) $\rightarrow$ Справа $42 \cdot 46$

м.к. слева / снизу по X или A или; y правее.

A по X. $(x_A + 8; y_A + 4)$

1-5: A(x_A; y_A) противоположная: B(x_A

Самая мал. X: $x_A - 3$; Сам. большой X:

$x_A + 5$; Самая мал. Y: y_A ; Самая большая Y:

$y_A + 4 \Rightarrow$ Суммарно: $42 \cdot 46$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый больш.

$x = x_A + 5$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 3 \Rightarrow$ Вероятно: 47-42.

2-3: Самый мал. $x = x_A$; Самый больш.

$x = x_A + 4$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 8 \Rightarrow$ Вероятно: ~~48-42~~ 46-42

2-4: Самый мал. $x = x_A$; Самый больш. $x =$

$x_A + 3$; Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.

$y = y_A + 2 \Rightarrow$ Вероятно: ~~48-42~~ 47-42

2-5: Самый мал. $x = x_A - 5$; Самый больш.: ~~x_A~~

Самый мал. $y = y_A$; Самый больш.: $y_A + 3$

$\Rightarrow$ Вероятно 48-42.

2-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый бол. x_A .

Самый мал. $y = y_A$; Самый бол. $x_A + 8$

$\Rightarrow$ Вер. 46-42

3-4: Самый мал. $x = x_A$; Самый бол. $x_A + 7$

Самый мал. $y = y_A$; Самый бол. $y_A + 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Вер. 43-43



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3-5: Самый мал. x : $x_A - 3$; Самый
бол. x : $x_A + 4$

Самый мал. y : y_A ; Самый бол. y :
 $y_A + 7 \Rightarrow$ всего 43-43

3-6: Самый мал. x : $x_A + 4$; Самый бол. x :
 $x_A + 4$. Самый мал. y : y_A ; Самый бол. y :
 $y_A + 6 \Rightarrow$ всего 42-44

4-5: Самый мал. x : $x_A - 3$; Самый
бол. x : $x_A + 3$; Самый мал. y : y_A ; Самый
бол. y : $y_A + 8 \Rightarrow$ всего 44-92. всего

4-6: Самый мал. $x = x_A - 4$; Самый
большой $x = x_A + 3$; Самый бол. $y = y_A$; Са-
мый бол. $y = y_A + 7 \Rightarrow$ всего 43-47. всего

5-6: Самый мал. $x = x_A - 3$; Самый
бол. $x = x_A$; Самый мал. $y = y_A$; Самый бол.
 $y = y_A + 7 \Rightarrow$ 43-43. всего

Решение:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

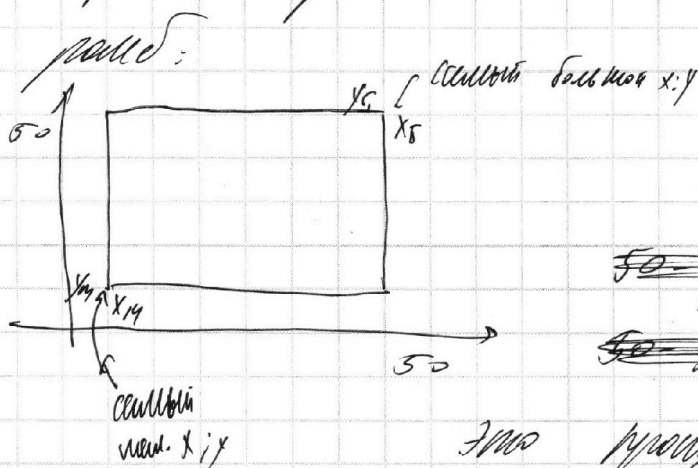
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Когда мы рассматривали:
 $x = \text{выс} - x = \text{выс} : \text{сильный} \dots$
 $\dots$

, то сильный $\dots$ - это coord. координата
 выбранного ромба. $\Rightarrow$ мы выразим
 ромб:



$\Rightarrow$ выразим:

~~50 - x4~~ ~~сильный~~ ~~50 - y4 - y5~~
~~50 - x4 - x5~~ ~~раз~~

это произведение выбранного -
 мыла $x_4 \cdot y_4 = \dots$

Итого:

$$\begin{aligned}
 & 45^2 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 41 \cdot 47 + 41 \cdot 47 + \\
 & + 42 \cdot 46 + 43 \cdot 43 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 44 + 42 \cdot 44 + 43 \cdot 43 + 43 \cdot 43 = \\
 & = 45^2 + 5 \cdot 42 \cdot 46 + 2 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 43 \cdot 43 + 2 \cdot 42 \cdot 44 = \\
 & = 2025 + 12(230 + 88) + 2 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 43 \cdot 43 = \\
 & = 26631. \quad \text{Ответ: } 26631
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \quad x=5$$

$$19 \cdot 2^x = y^2 - 2025$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

Пусть $a = y + 45$.

$$19 \cdot 2^x = 4(a-50)$$

$$f(a) = a^2 - 50a - 19 \cdot 2^x = 0.$$

м.к. корни из
 $\begin{cases} x_1 \in \mathbb{Z} \\ x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$

м.к. $y \in \mathbb{Z}$, то $a \in \mathbb{Z}$ и 2^x

По р. Виета: (корни сумм, м.к.

$$(x_1 + x_2 = 50)$$

$$D = 50^2 + 4 \cdot 19 \cdot 2^x > 0$$

$$x_1 x_2 = -19 \cdot 2^x \Rightarrow \text{м.к. степени двойки}$$

зайти в сумму x_1 и $x_2 = 1$, то
 из них одна входит в степень 0 или 1.

Если в один из них в степени 0, то

это: $1; -1; 19; -19$. Тогда, вставляя:

$$\begin{matrix} \text{м.к.} & \text{проверка} \\ 1; -1; 19; -19 \\ \hline & = -19 \cdot 2^x \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{м.к.} & \text{сумма } 20 \\ 89; 91; 93; 101 \end{matrix}$$

взяв их равны $-19 \cdot 2^x \Rightarrow$ не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку оба x_1 и x_2 степени некоторого
 числа не менее 2^8 , то не может
 в оба не менее 2^8 (т.е. в сумму 1)
 и в сумме из корней 2^8 в. 2^8 = 1.
 и 2^8 : 2^8 ; 2^8 ; 2^8 ; 2^8 = 2^8 в. 2^8
 2^8 ; 2^8 ; 2^8 ; 2^8 . Первое 3 не возм. 2^8
 т.е. 2^8 = 2^8 ; а 2^8 = 2^8
 возм. т.е. $2^8 = 2^8 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 2^8 \cdot (-19)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -38 \\ a = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 45 = -38 \\ y + 45 = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -83 \\ y = 83 \end{cases}$$

т.е. $-19 \cdot 2^8 = -19 \cdot 2^8$, то $x = 8$. (макс. т.е.)

$y \in \mathbb{R}$; $2025 \in \mathbb{R}$, то $19 \cdot 2^8 \in \mathbb{R} \Rightarrow x \geq 0$

т.е. $19 \neq 2$

Ответ: $(8; 83)$; $(8; -83)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $x^2 + y^2 = a^2$ - окружность с центром $(0;0)$; радиусом $|a|$. $N=6$

2. $x^2 - 6x + 9$ - парабола; ветви вверх;
 $x_{\text{верш}} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$

т.е. $x^2 + y^2 = a^2$ - окружность, т.е.

$x \in [-|a|; |a|]$ - минимальная парабола

в $-|a|$ или $|a|$. (кон. значений, максимум на оси от концов промежутка). Минимум,

то $|3 - (-|a|)| = 3 + |a|$ - расстояние по x

от вершины параболы до левого конца;

$|a| - 3|$ - расстояние от вершины параболы до правого конца промежутка.

3. $a \geq 3$: $|a| + 3 = a + 3$ $\Rightarrow a + 3 \geq a - 3$
 $|a| - 3| = a - 3$ $\Rightarrow |a| + 3 \geq |a| - 3$

4. $a \in [0; 3)$: $|a| + 3 = a + 3$
 $|a| - 3| = 3 - a$

$a + 3 \geq 3 - a$
 $2a \geq 0$
 $a \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + 3 \geq 3 - a \Rightarrow$
 $\Rightarrow |a| + 3 \geq |a| - 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. a \in [-3; 0): |a| + 3 = -a + 3 = 3 - a$$

$$|a| - 3 = |-a - 3| = a + 3.$$

$$\begin{array}{l} 3 - a \quad \vee \quad a + 3 \\ 0 \quad \vee \quad 2a \\ 0 > 2a \end{array} \quad \Bigg| \Rightarrow |a| + 3 > |a| - 3$$

$$4. a \in \text{---} (-\infty; -3):$$

$$|a| + 3 = 3 - a$$

$$|a| - 3 = |-a - 3| = -a - 3.$$

$$3 - a \quad \vee \quad -a - 3$$

$$6 \quad \vee \quad 0$$

$$6 > 0 \Rightarrow |a| + 3 > |a| - 3$$

$\Rightarrow$ т.к. рассматриваем все случаи,
то $|a| + 3 \geq |a| - 3 \Rightarrow$ в точке $-|a|$ рас-
смотрим график функции на графике
прямой линии. $\Rightarrow a^2 + 6|a| + a - 8 = 0$

$$1. a \in (0; +\infty): a^2 + 7a - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a - 8)(a + 1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ a=-7 \end{cases} \text{ — проверим} \Rightarrow a=8$$

$$1. \quad a \in (-a; 0) \quad \neq$$

$$a^2 - 6a + a - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 5a - 8 = 0$$

$$D = 25 + 32 = 57.$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

п. 1. $\sqrt{57} > 5$, т.к. мы можем получить

корень $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$

Ответ: $a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}$ или $a = 8$

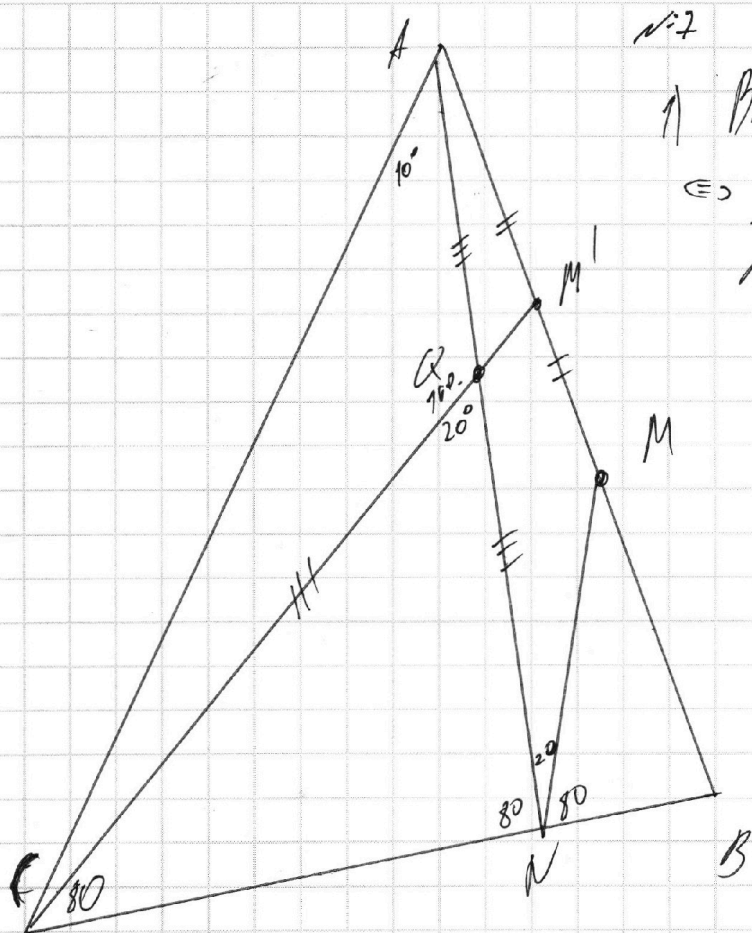


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№2

$$1) \quad BN \cdot MA = 2BM \cdot NC \quad (=1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{2BM}{MA} \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{BM}{\frac{1}{2}MA}$$

2) Отметим M' - серединой AM . Тогда,

$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MM'} \quad (\text{см. 1}). \quad \text{Тогда, } \triangle CMN \sim$$

$\sim \triangle NBM$ по двум сторонам и углу

между ними $\Rightarrow \angle M'CB = 80^\circ = \angle MNB =$

$\Rightarrow CM' \parallel NM$

3) $\angle AN \cap CM' = Q$. $\angle MNQ = \angle MNC = 20^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n! (1 + n + n + n(n+1)) & \neq (2n+4) = \\ & = n! (1 + n + 1 + n^2 + 3n + 2) \\ & n! (n^2 + 4n + 4) \\ & n! (n+2)^2 \end{aligned}$$

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2$$

$$(a-4)^2 + (a-3)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2$$

$$\begin{aligned} a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 - 2a + 1 + a^2 - 4a + 4 \\ 5a^2 - 10 \end{aligned}$$

$$5a^2 = n^3$$

$$(x-1)^2 \geq 4$$

$$|x-1| \geq 2$$

$$n > 6$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x-1)^2 - 4}$$

$$40.5$$

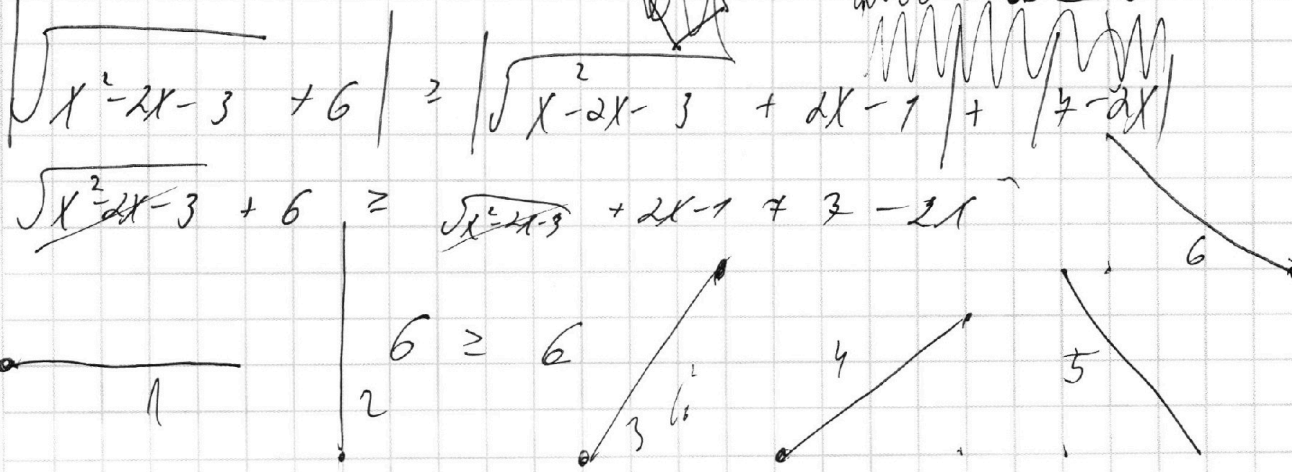
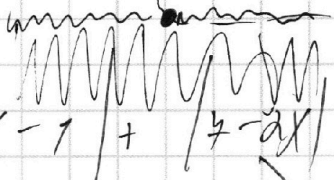
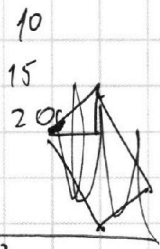
$$x \in [0.5; 3.5]$$

$$x \in (3; 3.5)$$

$$200.40$$

$$20000$$

$$20^3$$



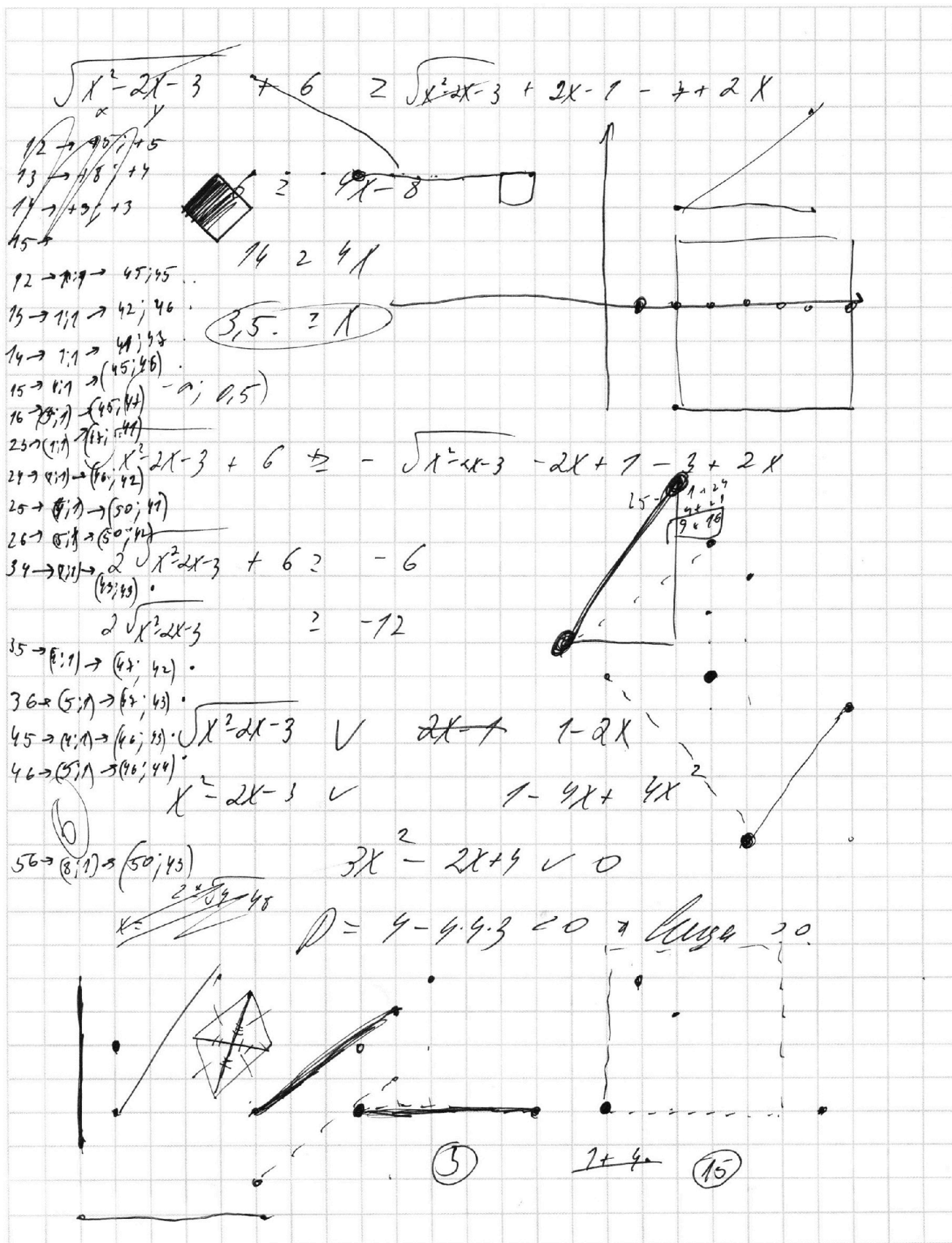


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$45^2 + 42 \cdot 46 + 47 \cdot 43 + 45 \cdot 46 + 42 \cdot 46 + 47 \cdot 43 + 45 \cdot 46 +$$
$$+ 46 \cdot 42 + 47 \cdot 43 + 46 \cdot 42 + 43^2 + 44 \cdot 42 + 43^2 + 45^2 + 42 \cdot 44 +$$
$$+ 43$$

$$4 \cdot 43^2 + 44 \cdot 42 \cdot 2 + 4 \cdot 46 \cdot 42 + 4 \cdot 47 \cdot 43 + 45^2$$
$$\frac{4}{44}$$

$$42/44 \cdot 2 + 4 \cdot 46) + 4 \cdot 47 \cdot 43 = 45^2 +$$

$$\begin{array}{r} 230 \\ + 188 \\ \hline \times 318 \\ 42 \\ \hline 636 \\ 1272 \\ \hline 13356 \end{array}$$

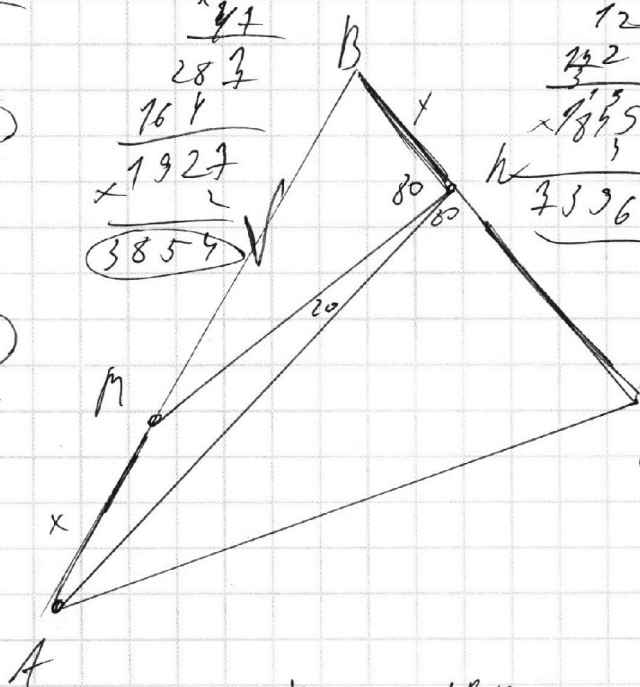
2025

7396
✓

$$\begin{array}{r} + 4 \cdot 43^2 \\ \times 47 \\ \hline 283 \\ 164 \\ \hline \times 1927 \\ 2 \\ \hline 3854 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 125 \\ \hline 232 \\ \hline \times 1895 \\ 1 \\ \hline 3336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 717 \\ + 7396 \\ \hline 3854 \\ + 11250 \\ \hline 15356 \\ + 24606 \\ \hline 2025 \\ + 6637 \end{array}$$



$$\frac{BN}{NC} = \frac{BM}{MA}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2$$

х-номер
19.2

$$19 \cdot 2^x + 45^2 = y^2$$

$$(y-45)(y+45) = 19 \cdot 2^x$$

$$(2^9 - 90)(2^9 - 15) = 19 \cdot 2^x$$

$$(2^9 - 90)(2^9) = 19 \cdot 2^x$$

$$19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$$

$$19 \cdot 2^x = a(a-20)$$

$$a^2 - 20a - 19 \cdot 2^x = 0$$

$$20a = 19 \cdot 2^x$$

$$a_1 = 20 - a$$

$$a_1 + a_2 = 20$$

$$a_1 a_2 = -19 \cdot 2^x$$

$$19 \cdot 2^x$$

$$2030$$

$$2037$$

$$2052$$

$$2033$$

$$2014$$

$$-22$$

$$119$$

$$-125$$

$$27$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

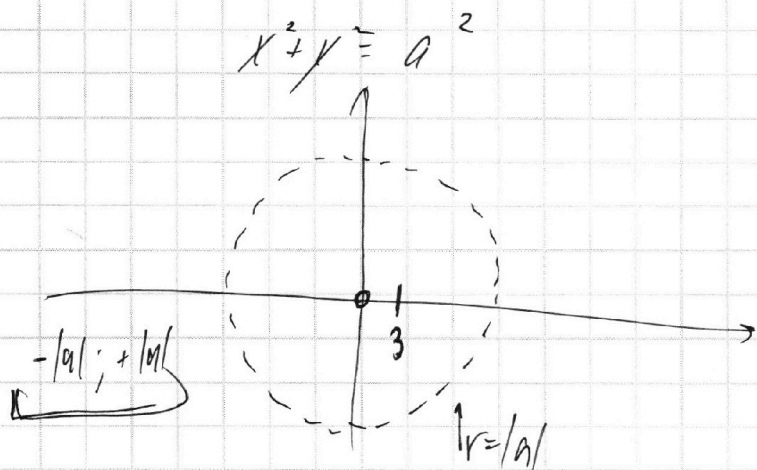


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

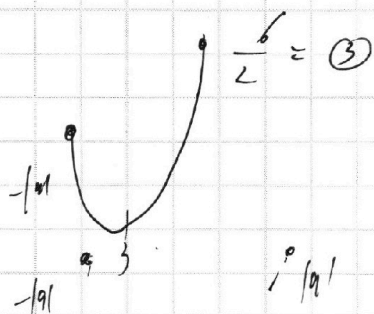
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$x^2 - 6x + a = 0$ — найдем

$$\begin{cases} a^2 - 6a + a = 8 \\ a^2 + 6a + a = 8 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a^2 - 5a - 8 = 0 \\ a^2 + 7a - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (a-8)/(a+1) &= 0 \\ (a-1)/(a+8) &= 0 \\ \begin{cases} a=8 \\ a=-1 \end{cases} & \quad a \geq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17+6a \quad a^2 + 6|a| + a &= 8 \\ 8^2 \quad a^2 + 7a - 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 6a + a &= 8 \\ (a+8)(a-1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 5a - 8 &= 0 \\ 4 \quad 5 \pm \sqrt{89} & \\ 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 & \\ -\sqrt{8} & \\ 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ a &= 8 \end{aligned}$$



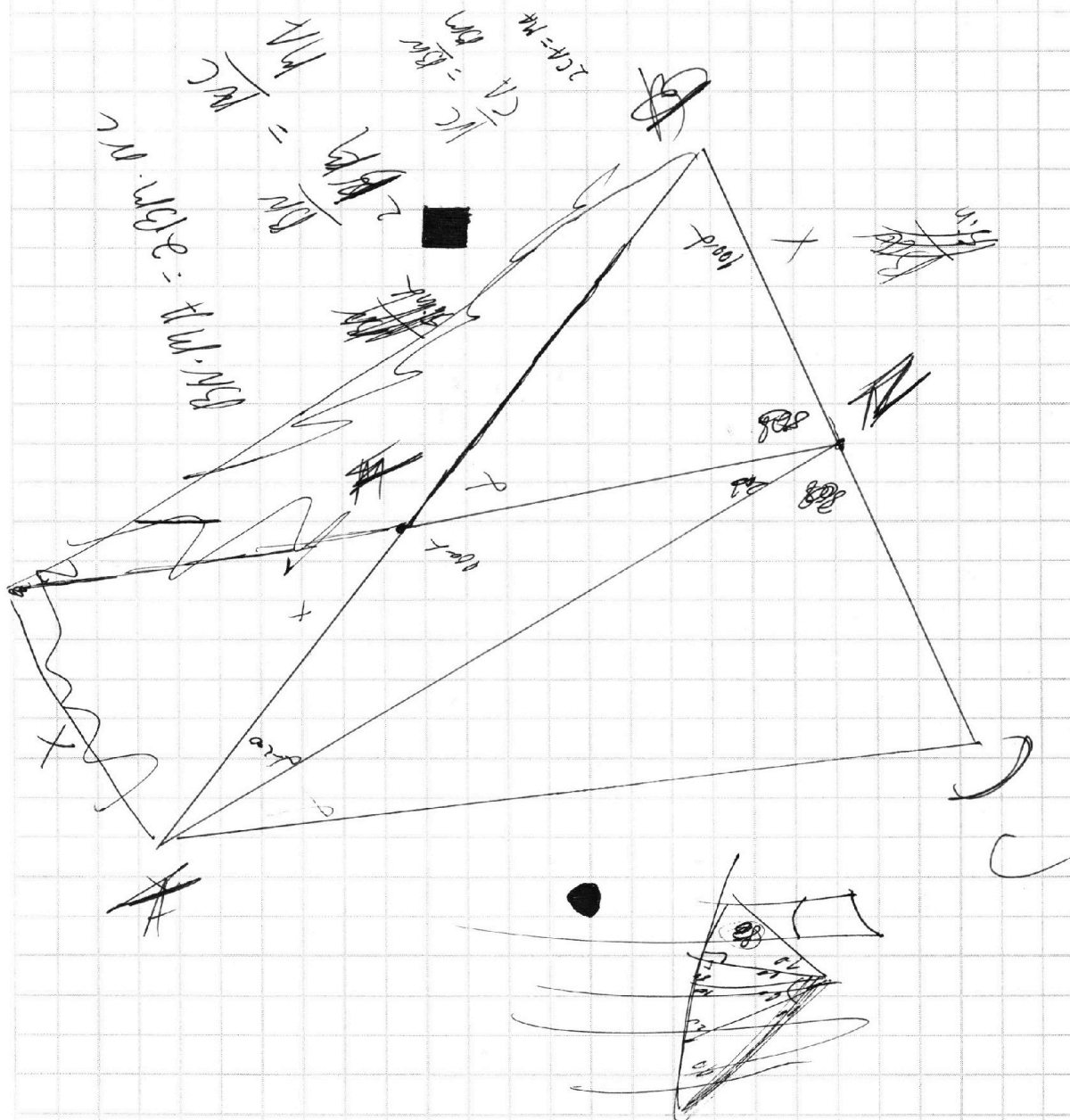
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$BM \cdot MA = 2BM \cdot NC$$



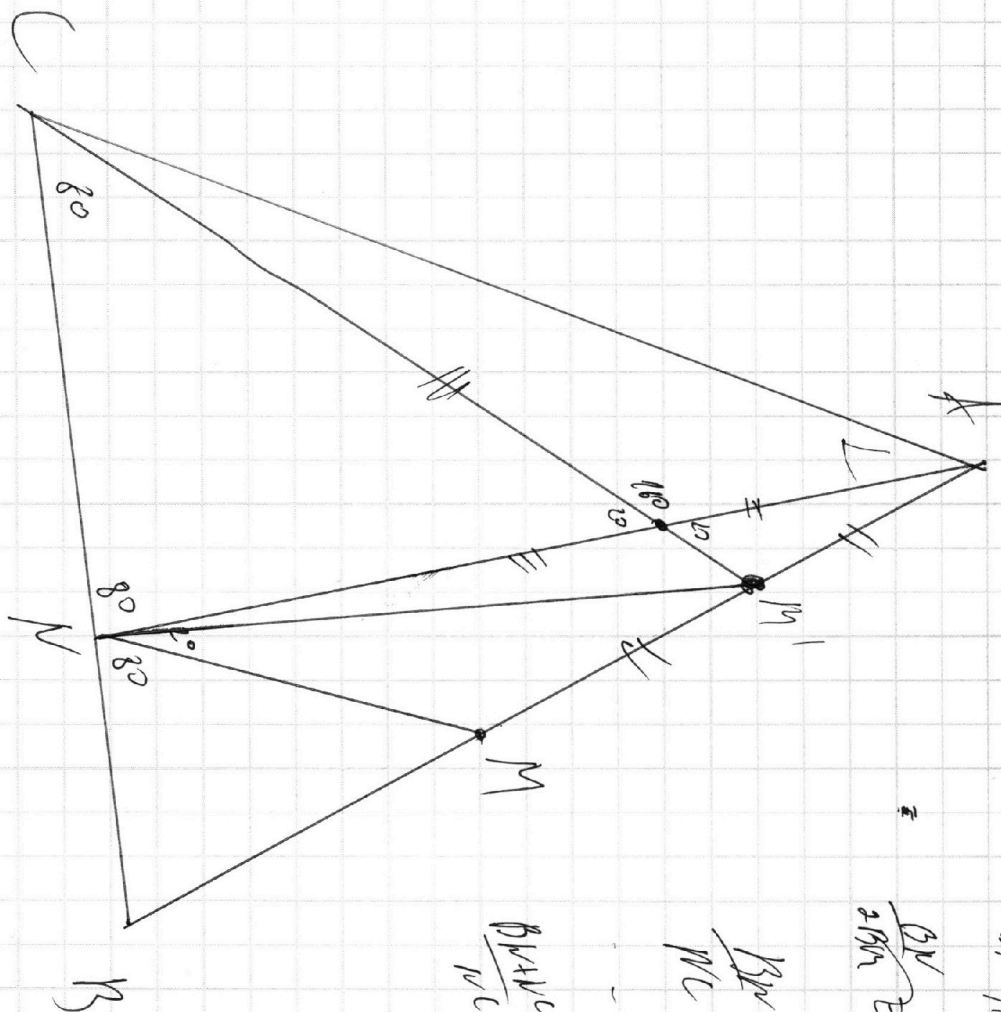


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BP \cdot PC}{PC} = \frac{AP \cdot PM}{PA}$$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PA}$$

$$\frac{BP}{AP} = \frac{PC}{PA}$$

$$BP \cdot PA = 2BM \cdot NC$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

