



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] При каком наименьшем натуральном n число $n! + (n+1)! + (n+2)!$ делится на 361?
2. [3 балла] Из суммы квадратов пяти последовательных натуральных чисел вычли число 10 и получили куб натурального числа N , большего 6. Найдите наименьшее возможное значение N .
3. [4 балла] Решите неравенство

$$\left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 6 \right| \geq \left| \sqrt{x^2 - 2x - 3} + 2x - 1 \right| + |7 - 2x|.$$

4. [5 баллов] На координатной плоскости рассматриваются ромбы с длиной стороны 5 такие, что абсциссы и ординаты всех четырёх вершин каждого ромба — целые числа из промежутка $[1; 50]$. Сколько существует таких ромбов? Напомним, что квадрат также является ромбом.
5. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2.$$

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для множества точек плоскости Oxy , задаваемых уравнением $x^2 + y^2 = a^2$, наибольшее значение выражения $x^2 - 6x + a$ равно 8.
7. [6 баллов] На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответственно так, что $\angle MNB = \angle ANC = 80^\circ$. Найдите $\angle CAN$, если известно, что $BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
1 ИЗ **1**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! + n! \cdot (n+1) + n! \cdot (n+1)(n+2) = n! \cdot (1 + n+1 + (n+1) \cdot (n+2)) = n! \cdot (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n! \cdot (n^2 + 4n+4) = n! \cdot (n^2 + 2 \cdot 2 \cdot n + 2^2) = n! \cdot (n+2)^2$$

$$\cdot (n+2)^2 : 361. \quad 361 = 19^2, \text{ а } 19 - \text{ простое число.} \Rightarrow n! : 19 \text{ при } n \geq 19, \text{ а}$$

$$(n+2)^2 : 19, \text{ когда } n+2 : 19, \text{ а если } n+2 : 19, \text{ то } n+2 \geq 19 \Rightarrow n \geq 17. \Rightarrow n! \cdot (n+2)^2 : 19$$

$$\text{при } n \geq 17, \text{ а при } n=17 \quad n! \cdot (n+2)^2 = 17! \cdot (17+2)^2 = 17! \cdot 19^2 : 19^2, \text{ т.е. } : 361 \Rightarrow$$

такое наименьшее $n = 17$.

Ответ: При $n=17$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

Пусть a^2 - наименьший из этих пяти квадратов, тогда $a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 - 10$ - сумма этих пяти квадратов, умноженная на 10 $\Rightarrow a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + (a+4)^2 = a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 6a + 9 + a^2 + 8a + 16 = 5a^2 + 20a + 20 = 5(a^2 + 4a + 4) = 5(a+2)^2 = N^3$. Степень 5 в N^3 ; $3 \Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot b^3$, где $b \in \mathbb{N}$, причем $b > 1$, т.к. $N^3 > 6^3 > 5^3$. С другой стороны $b^3 = \frac{(a+2)^2}{5^2} = \left(\frac{a+2}{5}\right)^2 \Rightarrow b^3 = c^2$, где $c = \frac{a+2}{5} \in \mathbb{N} \Rightarrow$ степень каждого простого в разложении $b : 2 \Rightarrow b = d^2$, где $d \in \mathbb{N} \Rightarrow b^3 = d^6 \Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot d^6$, причем $d > 1$, т.к. $1^6 = 1^3 = 1 \Rightarrow d \geq 2 \Rightarrow (a+2)^2 \geq 5^2 \cdot 2^6 \Rightarrow N^3 = 5(a+2)^2 \geq 5^3 \cdot 2^6 \Rightarrow N \geq 5 \cdot 2^2 = 20$. Попробуем, что если взять $a=38$, то $(a+2)^2 = 40^2 = 5^2 \cdot 2^6$ и $5(a+2)^2 = 5^3 \cdot 2^6 = (20)^3 \Rightarrow N=20$ подходит.

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$|\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq 0+6=6 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| = \sqrt{x^2-2x-3}+6.$$

$$x^2-2x-3 \geq 0, \text{ т.к. из этого извлекаем корни } \Rightarrow (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-2x-3} \vee 1-2x. \text{ Пусть } x \in [3; +\infty) \quad 1-2x < 0, \text{ а } \sqrt{x^2-2x-3}$$

$$> 0 \Rightarrow \text{ пусть } x \in [3; +\infty) \quad \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 \geq 0.$$

$$\text{Пусть } x \in (-\infty; -1]: \sqrt{x^2-2x-3} \vee 1-2x. \quad 1-2x > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}$$

$$\vee 1-2x \Leftrightarrow x^2-2x-3 \vee 1-4x+4x^2 \Leftrightarrow 0 \vee 4-2x+3x^2, \text{ а } 3x^2-2x+$$

$$+4 > 0, \text{ т.к. } \Delta \text{ дискриминант } = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 4 - 48 = -44 < 0 \Rightarrow \text{ пусть }$$

$$x \in (-\infty; -1] \quad \sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1 < 0. \quad 7-2x \geq 0$$

$$\text{ пусть } x \in (-\infty; -1] \text{ и } 7-2x < 0 \text{ пусть } x \in (3\frac{1}{2}; +\infty).$$

$$\text{ Пусть } x \in (-\infty; -1]. \text{ Тогда } |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| = 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3},$$

$$|7-2x| = 7-2x \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \cancel{\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1} + \cancel{7-2x} \quad 1-2x-\sqrt{x^2-2x-3}$$

$$+ 7-2x \Rightarrow 2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x \Rightarrow \sqrt{x^2-2x-3} \geq 1-2x, \text{ но пусть }$$

$$x \in (-\infty; -1] \quad \sqrt{x^2-2x-3} < 1-2x \text{ (доказано выше)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x \in [3; 3\frac{1}{2}]$, тогда $|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| = \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1$,
 $|7-2x| = 7-2x \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+7-2x \Rightarrow 6 \geq 7-1=6$, что
истинно $\Rightarrow x \in [3; 3\frac{1}{2}]$.

Пусть $x \in (3\frac{1}{2}; +\infty)$, тогда $|\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| = \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1$,
 $|7-2x| = 2x-7 \Rightarrow |\sqrt{x^2-2x-3}+6| \geq |\sqrt{x^2-2x-3}+2x-1| + |7-2x|$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x-3}+6 \geq \sqrt{x^2-2x-3}+2x-1+2x-7 \Rightarrow 14 \geq$
 $\geq 4x \Rightarrow 3\frac{1}{2} \geq x \Rightarrow x \in \emptyset$

Объединение всех подходящих x : $[3; 3\frac{1}{2}]$.

Ответ: $x \in [3; 3\frac{1}{2}]$.



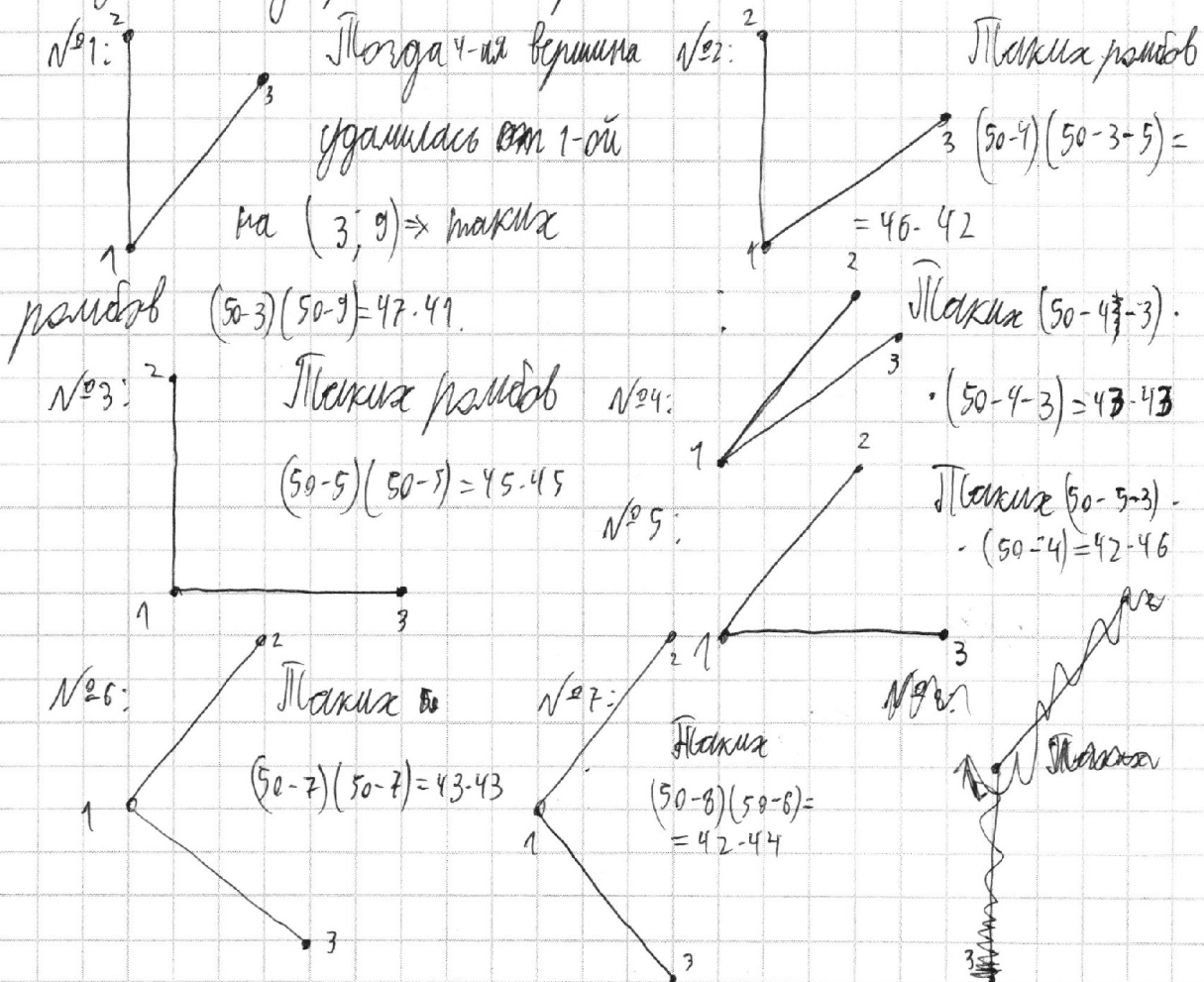
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Так же стоит отметить, что если у ромба несколько таких точек, то их 2 и они совпадают, а также мы посчитали некоторые ромбы, когда посчитали кол-во ромбов для одной, и потом для другой вершины. $\Rightarrow$ При таком случае будем считать, что одна из вершин ромба сверху. Это убирает 5 вариантов. Остаётся 15.



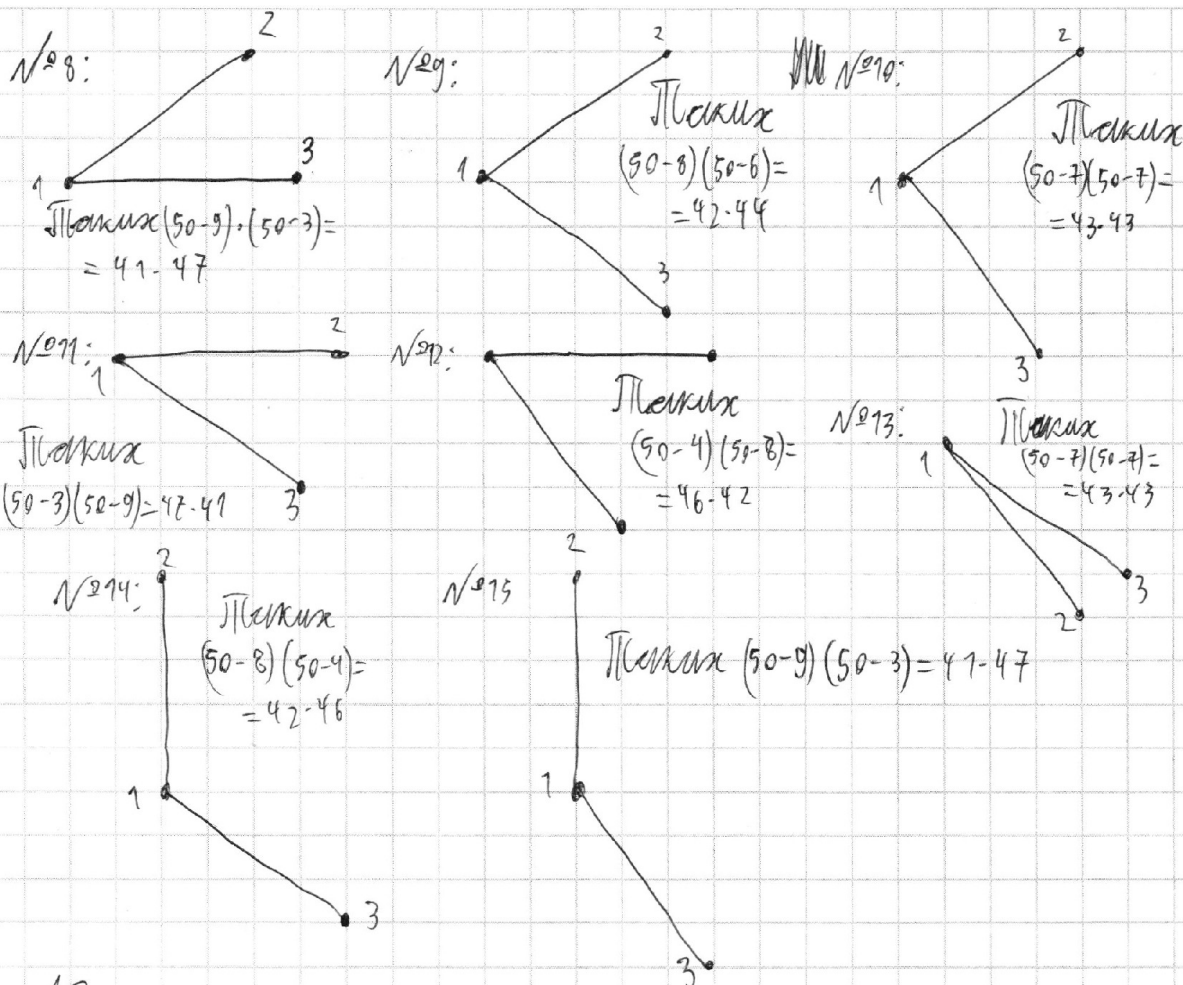


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего: $47 \cdot 41 + 46 \cdot 42 + 45 \cdot 45 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 46 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 44 + 41 \cdot 47 + 42 \cdot 44 +$
 $+ 43 \cdot 43 + 47 \cdot 41 + 46 \cdot 42 + 43 \cdot 43 + 42 \cdot 46 + 41 \cdot 47 = 4 \cdot 41 \cdot 47 + 4 \cdot 42 \cdot 46 + 45 \cdot 45 + 4 \cdot 43 \cdot 43 +$
 $+ 2 \cdot 42 \cdot 44 = 28553$

Ответ: 28553 разб.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

$$19 \cdot 2^x + 2025 = y^2. \quad y^2 = (-y)^2, \text{ так что найдём все пары с}$$

$y \geq 0$ и потом добавим пары, в которых y имеет другой знак (пару вида $(x; 0)$ второй раз добавлять не будем). $19 \cdot 2^x + 2025 = y^2 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = y^2 - 2025^2 = y^2 - 45^2 = (y-45)(y+45)$.

Заметим, что $x \geq 0$, т.к. при $x < 0$ $19 \cdot 2^x + 2025 \notin \mathbb{Z}$, а $y^2 \in \mathbb{Z}$.

$$x \neq 0, \text{ т.к. } 19 \cdot 2^0 + 2025 = 19 + 2025 = 2044, \text{ а } 45^2 < 2044 < 46^2. \Rightarrow 19 \cdot 2^x : 2.$$

$$\Rightarrow y-45 \text{ или } y+45 : 2 \Rightarrow y-11 \Rightarrow y-45 : 2 \text{ и } y+45 : 2 \Rightarrow x \geq 2. \text{ При-}$$

чём если $y-45 : 4$, то $y+45 = y-45+90 \not\equiv 4$, т.к. $90 \not\equiv 4$. Аналогично,

если $y+45 : 4$, то $y-45 \not\equiv 4 \Rightarrow$ одна из скобок $: 2 \not\equiv 4 \Rightarrow$ она

$$= 2 \text{ или } = 2 \cdot 19 = 38. \text{ Требуется, что } y \geq 45, \text{ иначе } (y-45)(y+45) < 0.$$

$$\Rightarrow y+45 \geq 90 > 38 > 2 \Rightarrow y-45 = 2 \text{ или } y-45 = 38. \text{ Если } y-45 = 2, \text{ то } y =$$

$$= 47 \Rightarrow 45+y = 92 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 2 \cdot 92 \cdot 19 \Rightarrow y \neq 47 \Rightarrow y-45 = 38 \Rightarrow y = 83 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y+45 = 128 \Rightarrow 19 \cdot 2^x = 38 \cdot 128 = 19 \cdot 2^8 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \text{пара } (8; 83) \text{ под-}$$

ходит. Итого: при $y \geq 0$ подходит только $(8; 83) \Rightarrow$ при

$y < 0$ подходит только $(8; -83) \Rightarrow$ подходящие пары: $(8; 83)$

и $(8; -83)$.

Ответ: $(8; 83)$ и $(8; -83)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

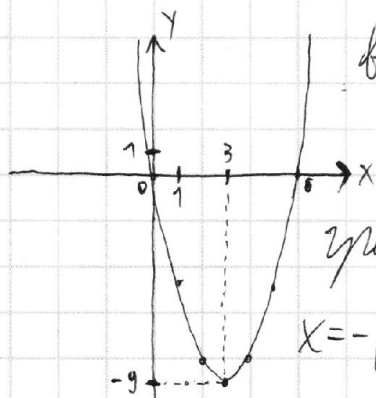
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

$x^2 + y^2 = a^2$ — график окружности с центром в $(0; 0)$ и радиусом $|a| \Rightarrow$ все возможные значения x и точек $\in$ этой окружности это числа на отрезке $[-|a|; |a|]$. Построим график $x^2 - 6x$ — это парабола с ветвями вверх и вершиной в $x = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$ и $y = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$. Из графика



видно, что y достигает max на отрезке $[-|a|; |a|]$ при $x = -|a| \Rightarrow$ на графике $x^2 - 6x + a$ max также при $x = -|a|$. Пусть $a \leq 0$, тогда $a^2 - 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a + a = 9$

$$\Rightarrow a^2 - 5a - 8 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}, \text{ но } a \leq 0 \Rightarrow a = \frac{5 - \sqrt{57}}{2}.$$

Если $a > 0$, то $(-a)^2 - 6(-a) + a = a^2 + 6a + a = 9 \Rightarrow a^2 + 7a - 9 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (x+9)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ или } x = -9, \text{ но } a > 0 \Rightarrow a = 1. \Rightarrow \text{подходящие } a \in \left\{1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}\right\}.$$

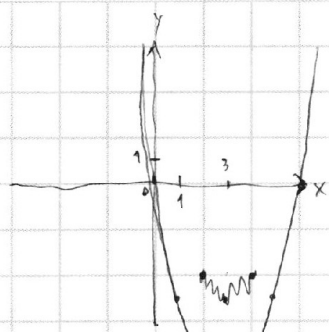
Ответ: $\left\{1; \frac{5 - \sqrt{57}}{2}\right\}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 6x$$

+a

$$x - a$$

$$x = -a$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 47 \\ \hline 287 \\ 184 \\ \hline 1927 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1927 \\ 4 \\ \hline 7708 \\ 42 \\ \times 46 \\ \hline 252 \\ 168 \\ \hline 1932 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1932 \\ 4 \\ \hline 7728 \\ 2025 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$a \geq 0; (-a)^2 - 6(-a) + a = 9$$

$$a^2 + 7a - 9 = 0 \Rightarrow (a+8)(a-1) = 0 \Rightarrow a = 1$$

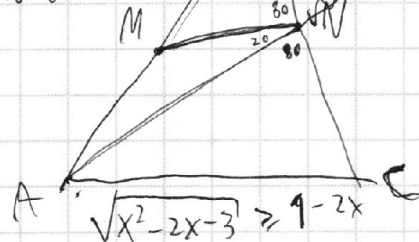
$$a \leq 0; a^2 - 6a + a = 9$$

$$a^2 - 5a - 9 = 0 \Rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$

$$x \leq -1 \text{ или } x \geq 3$$



$$BN \cdot MA = 2BM \cdot NC$$

$$BN \cdot (AB - BM) = 2BM(BC - BN)$$

$$BN \cdot AB - BN \cdot BM = 2BM \cdot BC - 2BM \cdot BN$$

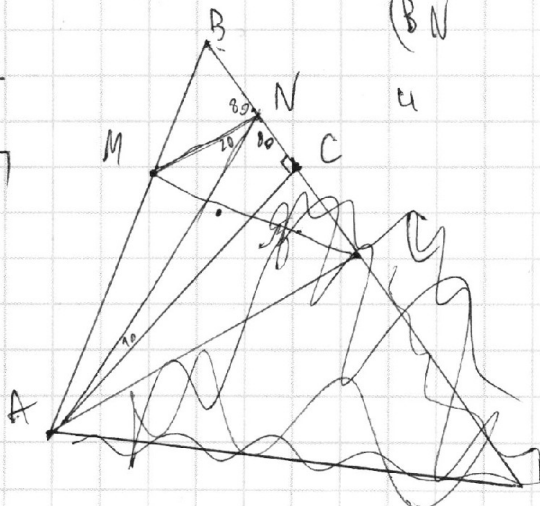
$$BN \cdot AB + BN \cdot BM = 2BM \cdot BC$$

$$\frac{BN}{BC} = \frac{2BM}{AB + BM}$$

$$NC = AM = BN = 2BM$$

$$3x^2 - 2x + 4 > 0$$

$$-\sqrt{4x^2 - 4x + 1}$$



$$\begin{array}{r} 229 \\ 7799 \\ + 7728 \\ + 2025 \\ + 7396 \\ + 3696 \\ \hline 28553 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$19^2 = 361$
 $1+18+18 \cdot 19$

$n! + (n+1)! + (n+2)! = n! (1 + n+1 + n^2 + 3n+2) = n! (n^2 + 4n + 4) = n! (n+2)^2$
 $n=17!$

$a^2 + a^2 + 2a+1 + a^2 + 4a+4 + a^2 + 6a+9 + a^2 + 8a+16 = 5a^2 + 20a + 20 \Rightarrow 5a^2 + 20a + 20 = N^3 \Rightarrow 5(a^2 + 4a + 4) = N^3 \Rightarrow 5(a+2)^2 = N^3$

$a+2:9 \quad a \equiv 3 \Rightarrow (a+2)^2 = 5^2 \cdot 2^3 \quad 5 \cdot 8 = 40 \quad 39 \quad 1600 \cdot 5 \quad 8000 \quad a^2 + 4a + 6 = 5^2 \cdot 2^3$
 $N^3 = 5^3 \cdot 2^6 \Rightarrow N = 5 \cdot 2^2 = 20$

$3^2 + 3^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2$
 $36 \quad 39 \quad 41 \quad 42$
 $36 \quad 39 \quad 41 \quad 42$
 $304 \quad 351 \quad 41 \quad 84$
 $114 \quad 117 \quad 164 \quad 168$
 $1444 \quad 1521 \quad 1600 \quad 1681$
 $1444 \quad 1521 \quad 1600 \quad 1681$
 8000

$x^2 - 6x - 9 > a$
 $x^2 - 6x - 8 + a > 0$
 $x^2 - 6x + a > 8$
 $x^2 - 6x - 9 + a \leq 0$

$1 \cdot 2^x$
 2025
 $x-1$
 $x^2 - 6x + a = 9 \Rightarrow x^2 - 6x$
 7×7
 $2025 \mid 5$
 $405 \mid 5$
 $81 \mid 5$
 $14 \cdot 2^x + 3^4 \cdot 5^2 = y^2$
 $2 \quad 4 \quad 3 \quad 1$
 2025
 $1 \quad 5 \times 5$
 $43 \times 43 + 45 \times 45$
 $9 \cdot 5 \quad 45$
 $2 \cdot 44 \cdot 42 + 1 \cdot 45 \cdot 45 + 2 \cdot 43 \cdot 43 + 2 \cdot 43 \cdot 43 + 4 \cdot 46 \cdot 42 + 4 \cdot 47 \cdot 41$
 $19 \cdot 4 = 76$
 $2101 \mid 11$
 191
 $40 \cdot 40 \cdot 60 +$
 $19 \cdot 2^x = (y-45)(y+45)$
 $39 \quad 128$
 83
 $19 \cdot 2^8$
 $x=9$
 $y=\pm 83$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq |\sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1| + |7-2x|$$

$$x^2-2x-3=(x-3)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

$$\sqrt{x^2+2x-3} = -2x \quad (-\infty; -1] \quad 3,5$$

$$x^2-2x-3=1-4x+4x^2 \Rightarrow 3x^2-2x+4=0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-48}}{6} < 1-2x$$

$$(-\infty; -1]: \sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq 1-2x - \sqrt{x^2-2x-3} + 7-2x$$
$$2\sqrt{x^2-2x-3} \geq 2-4x$$

$$x^2-2x-3 \geq 1-4x+4x^2$$

$$[3; 3,5] \quad \sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 7-2x$$

$$0 \geq 6$$

$$(3,5; +\infty) \quad \sqrt{x^2-2x-3} + 6 \geq \sqrt{x^2-2x-3} + 2x-1 + 2x-7$$

$$4x \leq 14 \Rightarrow x \leq 3,5$$