



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



~~2~~ [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

~~2~~ [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

~~3~~ [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.

~~4~~ [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

~~5~~ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.

~~6~~ [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

~~7~~ [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$\begin{cases} xy = z^2 - 2z \\ yz = x^2 - 2x \\ zx = y^2 - 2y \end{cases} \quad \begin{matrix} \oplus \\ \ominus \end{matrix}$$

$$(y-x)z = x^2 - 2x - y^2 + 2y$$

$$(x-y)(-z) = (x-y)(x+y) - 2(x-y)$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x = y \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow z + x + y = 2 \rightarrow z = x + y - 2 :$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 2y = (y+x)z$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 2y = (x+y-2)(x+y)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = x^2 + xy + xy + y^2 - 2x - 2y$$

$$2xy = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$\textcircled{1} \quad x=y \rightarrow \begin{cases} x^2 = z^2 - 2z \\ xz = x^2 - 2x \end{cases} \quad | : x \neq 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 = z^2 - 2z \\ z = x - 2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow z^2 - 2z = z^2 + 4z + 4 ; -6z = 4 ; \boxed{z = -\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{y = x = z + 2 = \frac{4}{3}}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 =$$

$$= \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(-2 - \frac{2}{3}\right)^2 = 2 \cdot \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{72}{9} = 8 \leftarrow \text{ответ}$$

[Другие ненулевые будут симметричны и будут выдавать одинак.]
решения системы будут значения 6 $f(x, y, z) = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$N = 30001$

Умножим при $N = 2, 3, 5$

~~99~~
~~99~~
~~99~~

$$99^3 = 970299$$

$$999^3 = 997002999$$

$$99999^3 = 999970000299999$$

Пространственная зависимость:

$$\underbrace{99 \dots 9}_N^3 = \underbrace{99 \dots 9}_{N-1} \underbrace{700 \dots 0}_{N-1} 2 \underbrace{99 \dots 9}_N$$

Итого:

$N, 9''$

$2N-1, 9''$

$$В \ n^3 \rightarrow \cancel{30} \ 60'002 - 1 = \underline{60'001} \text{ девятка}$$

Ответ: 60'001 девятка



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

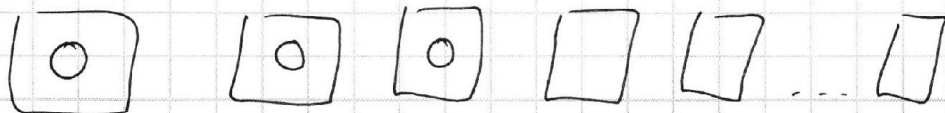
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



1) Пусть коробок N штук

$$2) P_1 = \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5} = \frac{\frac{(N-3)!}{2! \cdot (N-5)!}}{\frac{N!}{(N-5)! \cdot 5!}} = \frac{5!}{2!} \cdot \frac{(N-3)!}{N!}$$

$$P_2 = \frac{C_{N-3}^4}{C_N^7} = \frac{\frac{(N-3)!}{4! \cdot (N-7)!}}{\frac{N!}{7! \cdot (N-7)!}} = \frac{(N-3)!}{N!} \cdot \frac{7!}{4!}$$

$$3) \boxed{?} = K = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\cancel{7!} \cdot 4!}{\cancel{4!} \cdot 5!} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 3} = 14 \text{ раз} \leftarrow \text{ответ}$$

Пояснение: $P = \frac{C_{N-3}^{i-3} \cdot 1}{C_N^i}$

человеку нужно ~~открыть~~ открыть i коробок, так чтобы в трёх из них были шарики.

Всего вариантов C_N^i .
~~(i-3) других короб~~ ~~пустых~~ ~~коробок~~

Пустые коробки могут быть любыми, поэтому у игрока ~~есть~~ C_{N-3}^{i-3} свободных ~~вариантов~~ возможностей.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - x(a^2 - 2a) + a^2 - a - 7 = 0 ; x_1 x_2$$

$$3x^2 - a^2(a-2)x + 6 - a^5 = 0 ; x_3 x_4$$

$$\begin{array}{ccccccc} k & k+b & k+2b & \dots & k+nb \\ 1 & 2 & 3 & & n-1 \end{array}$$

$$x_1 = k+5b ; x_2 = k+6b ; x_3 = k+3b ; x_4 = k+8b$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^2(a-2)}{3}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ \cancel{a=3} \end{cases}$$

$$a=0 : \begin{cases} x^2 - 7 = 0 \\ 3x^2 = -6 \rightarrow x \notin \mathbb{R} \Rightarrow a \neq 0 \end{cases}$$

$$a=2 : \begin{cases} x^2 + 4 - 2 - 7 = 0 \rightarrow x^2 = 5 \\ 3x^2 + 6 - 32 = 0 \rightarrow 3x^2 = 26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{5} \\ x = \pm\sqrt{\frac{26}{3}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{5} = 6 \\ 2\sqrt{\frac{26}{3}} = 5b \end{cases} \rightarrow 2\sqrt{\frac{26}{3}} \neq 5\sqrt{5} \Rightarrow a \neq 2$$

$$a=3 : \begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 \\ 3x^2 - 9x + 6 - 81/3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x^2 - 3x + 79 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underline{b = \sqrt{13}} \Rightarrow \underline{a=3} \leftarrow \text{answer}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 8

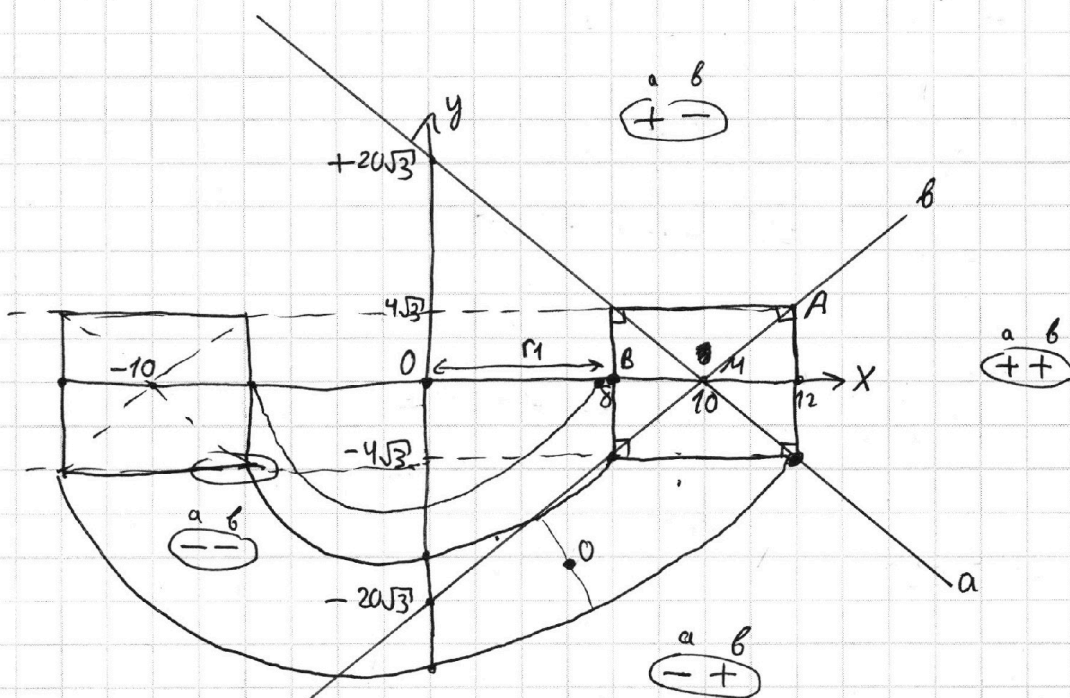
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 $|x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$ график
прямоуг. $4 \times 8\sqrt{3}$

1) $x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \rightarrow y \geq 20\sqrt{3}-2\sqrt{3} \cdot x$ (a)

$x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \rightarrow y \leq 2\sqrt{3}x-20\sqrt{3}$ (b)

2) $\begin{matrix} a, b \\ + + \end{matrix} \rightarrow 2(x-10) \leq 4_2 \rightarrow x \leq 12$ $\begin{matrix} a, b \\ + - \end{matrix} \rightarrow \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \rightarrow y \leq 4\sqrt{3}$
 $\begin{matrix} a, b \\ - + \end{matrix} \rightarrow 2(10-x) \leq 4 \rightarrow x \geq 8$ $\begin{matrix} a, b \\ - - \end{matrix} \rightarrow y \geq 4\sqrt{3}$



3) ~~Получилось кольцо~~
 $r = r_{\min} = 8 = OB$
 $r_2 = r_{\max} = OA = \sqrt{3+8} = \sqrt{11}$
 ~~$4 = \sqrt{12-9} = \sqrt{3}$~~



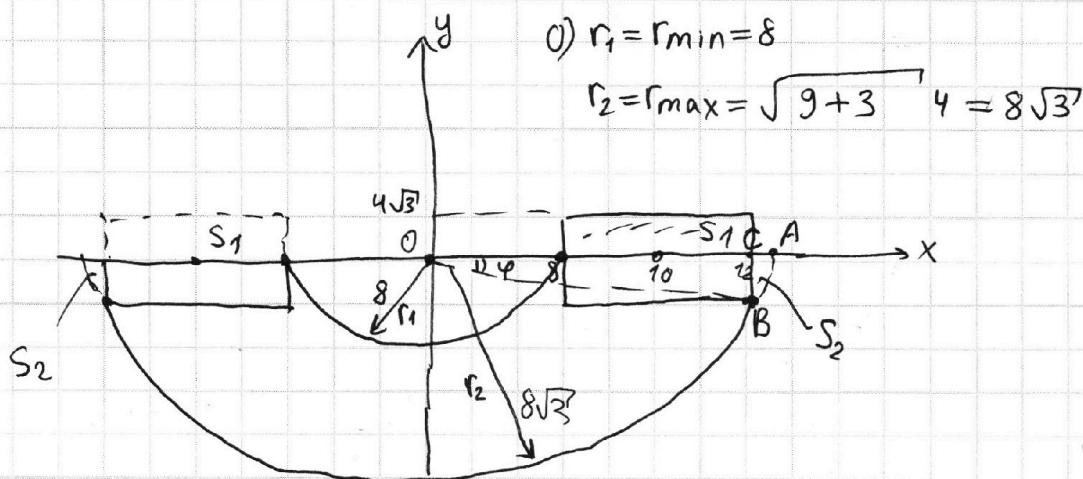
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) S_0^{(M)} = 2S_1 + S_{\text{кольца}} - 2S_2$$

$$S_1 = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3}$$

$$S_{\text{кольца}} = \frac{\pi \cdot (8\sqrt{3})^2}{2} - \frac{\pi \cdot 8^2}{2} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 2}{2} = 64\pi$$

$$\tan \varphi = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$S_2 = S_{\text{кольца}} - S_{\text{треугольника}} = \frac{\pi \cdot (8\sqrt{3})^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} =$$

$$= \pi \cdot \frac{64 \cdot 3}{2} - 24\sqrt{3} = 96\pi - 24\sqrt{3}$$

$$S_0^{(M)} = 2S_1 + S_2 = 32\sqrt{3} + 96\pi - 24\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 96\pi$$



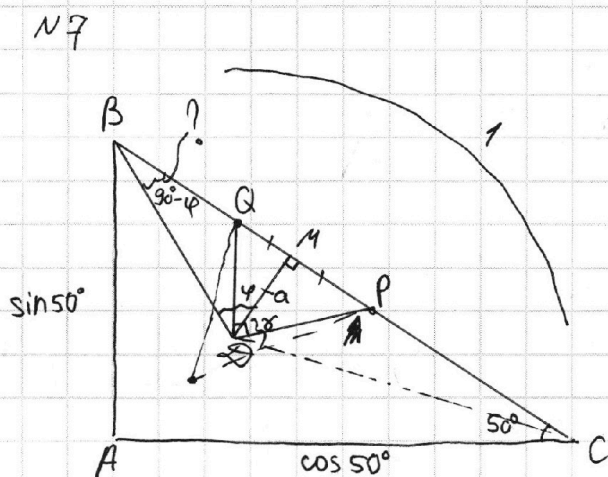
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Возьмем $BC = 1$.

2) $QP = \cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1$

$QM = MD$ (т.к. DM — медиана в прямоугол. тр-ке)

Пусть $DM = a = \frac{QP}{2} = \frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{2}$

3) $\tan \angle BDM = \tan \varphi = \frac{\sin 50^\circ - a}{a} = \frac{\sin 50^\circ - \frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{2}}{\frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{2}} =$
 $= \frac{\sin 50^\circ - \cos 50^\circ + 1}{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}$

~~$\tan \angle BDM = \tan \varphi = \frac{\cos 50^\circ - a}{a} = \frac{\cos 50^\circ - \frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{2}}{\frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{2}}$~~

~~$\tan \angle BDM = \tan \varphi = \frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{\sin 50^\circ - \cos 50^\circ + 1}$~~

$\angle BDM = \arctan \frac{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ - 1}{\sin 50^\circ - \cos 50^\circ + 1} \leftarrow \text{ответ}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin 3\alpha = \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{2\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \sin \alpha - 2\sin^3 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \\ &= 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$|x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$$

1) $x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0$

$y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$ (a)

$x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$

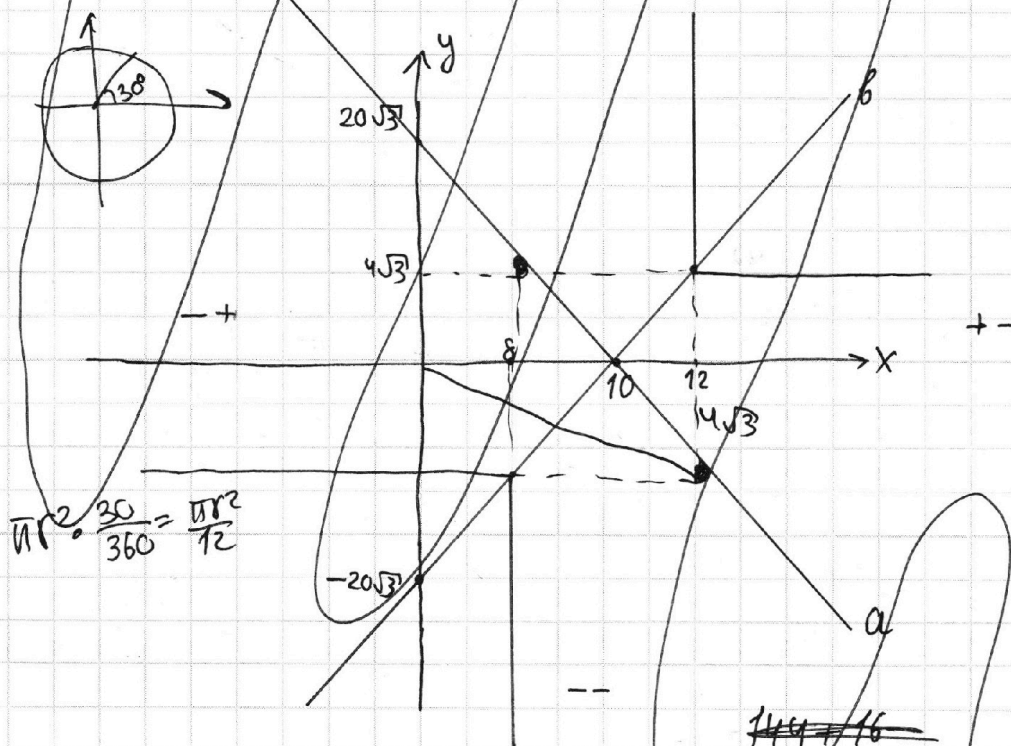
$y \leq 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$ (b)

2) $a, b > 0 \rightarrow 2x - 20 = \frac{4}{2} \rightarrow x = 12$

$a, b < 0 \rightarrow 20 - 2x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 8$

$a > 0, b < 0 \rightarrow \frac{y}{\sqrt{3}} = 4 \rightarrow y = 4\sqrt{3}$

$a < 0, b > 0 \rightarrow y = -4\sqrt{3}$



$\pi r^2 \cdot \frac{30}{360} = \frac{\pi r^2}{12}$

~~144 + 16~~
 $4 \cdot (\sqrt{3} + 3) = 4 \cdot \sqrt{4\sqrt{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

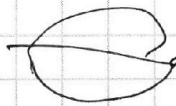
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 2a = \frac{a(a-2)}{3} = a(a-2),$$

$$a=3$$

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ a &= +2 \\ a &= 3 \end{aligned}$$


$$\frac{\pi r^2}{2}$$

$$81 - 6 = 75$$

$$81 - 2 = 79$$

$$-81 - 2$$

$$\sqrt{13} = 6$$

$$\sqrt{48} = 4$$

$$9 +$$

$$5\sqrt{13} = 56$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 79 \\ \hline 316 \\ + 9 \\ \hline 325 \\ - 26 \\ \hline 65 \\ 65 \end{array} \quad \begin{array}{l} 28 \\ 13 \\ 25 \end{array}$$

$$\pi \cdot 64 \cdot 3 - \pi \cdot 64$$

$$\frac{2\pi \cdot r^2}{2} =$$

$$\frac{\pi r^2}{12}$$



$$S = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 64 \cdot 3 \\ \hline 3 \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 32\sqrt{3} + 64\pi - 32\pi + 48\sqrt{3} &= \\ &= 32\pi + 80\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \approx \sqrt{2} \approx 1,4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x+y=z$~~
 $z^2 - 2z = (z+2)^2$

$$\begin{array}{r} 1.4 \\ 5.4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$-\frac{8}{9} = \frac{16}{9} - \frac{28}{9} = -\frac{8}{9}$$



$$\frac{16}{9} = \frac{4}{9} + \frac{4^{13}}{3} = 4 + \frac{12}{9}$$

$$\frac{8}{9} + \frac{64}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

$$\frac{4}{3} - 2^3 = \frac{4-6}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{10}$$

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3}$$

① $\cos \alpha = \frac{3}{4}$

~~$\tan^2 \alpha = 1 + \cos^2 \alpha$~~

~~$\tan^2 \alpha = \frac{16-9}{9} = \frac{7}{9}$~~

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{16}{9}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{16-9}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{4}{3} \quad 16-9 = 7$$

$$h = \frac{x}{\tan \alpha}$$

$$\frac{x}{\tan \alpha} (10-x) = \tan \alpha$$

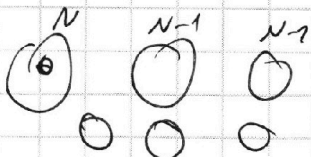
$$x = (10-x) \cdot \frac{7}{9}$$

$$9x = 70 - 7x$$

$$16x = 70$$

$$x = \frac{35}{8}$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 8}{8 \cdot 8}$$



$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$



$$[k] [k-1] [k-2]$$

$$[1]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$12 : 9$$

$$9(111...1) \\ 30001$$

$$729(111...1) = 9(11...1) + 720(11...1)$$

$$728 \times 72$$

$$\begin{array}{r} \times 111 \\ 72 \\ 222 \\ 777 \\ \hline 7992 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{111111}^7 \\ + \\ \hline 222222 \\ 777777 \\ \hline 799999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 111...111 \\ 111...111 \\ \hline 111...111 \\ 1 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1111111 \\ 1111111 \\ \hline 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ 1111111 \\ \hline 1111111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111111 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111...11 \\ -9 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 373737...37 \\ \hline 15006 \end{array}$$

9, 81

729

$$\begin{array}{r} \times 720 \\ 11 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ + 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30002 \\ 30000 \\ \hline 79999...9920 \\ 999...9999 \\ \hline 80999 \\ 29900 \end{array}$$



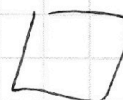
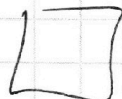
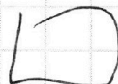
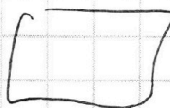
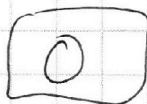
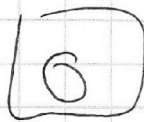
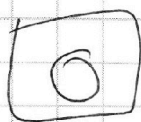
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



~~Крестик~~

(N)

~~1/N, 1/(N-1), 1/(N-2)~~

~~Решение~~

~~Решение~~

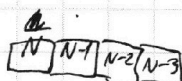
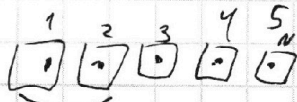
1)

C_N^K

$$K = C_{N-3}^2$$

2) C_N^K

$$K = C_{N-3}^4$$



$$\frac{N!}{(N-K)! \cdot K!}$$

$$C_N^K = N \cdot (N-1) \cdot \dots \cdot (N-K+1) = \frac{N!}{(N-K)! \cdot K!}$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 5 \cdot 4$$

$$\frac{(N-3)!}{(N-7)!}$$

$$\frac{N!}{N - \frac{(N-3)!}{(N-5)!}} = \frac{N!}{(N-5) \cdot (N-4)}$$

$$\frac{N!}{N - \frac{1}{(N-5)(N-4)}} = \frac{(N-5)(N-4) \cdot N!}{N(N-5)(N-4) - 1}$$

$$\frac{N!}{N - \frac{1}{(N-7)(N-6)(N-5)(N-4)}}$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$n = \underbrace{999 \dots 9}_{30001} = 9 \underbrace{(111 \dots 11)}_{30001}$$

$$n^3 = 729 \dots$$

111...111

$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ \hline 998001 \\ \times 999 \\ \hline 999 \\ 009 \\ 9999 \\ \hline 999999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4321 \\ 1899991 \\ 3899991 \\ 2899991 \\ 899991 \\ 899991 \\ 899991 \\ \hline \times 9999800001 \\ 4321 \quad 99999 \\ 89998200009 \\ + 89998200009 \\ 289998200009 \\ 189998200009 \\ 89998200009 \\ \hline 999970000299999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99^3 \\ 88 \\ 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ + 891 \\ \hline 9801 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$99^3 \rightarrow 39^3$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 9999 \\ \hline 89991 \\ 389991 \\ 289991 \\ 189991 \\ 89991 \\ \hline 99980001 \end{array}$$

$$18+8=26$$

$$27+12 \\ 18+8+9=29$$

$$\begin{array}{r} 9801 \\ \times 99 \\ \hline 18+11 \end{array}$$

$$98+10$$

$$10+30 \quad 27+12$$

$$27+16+4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

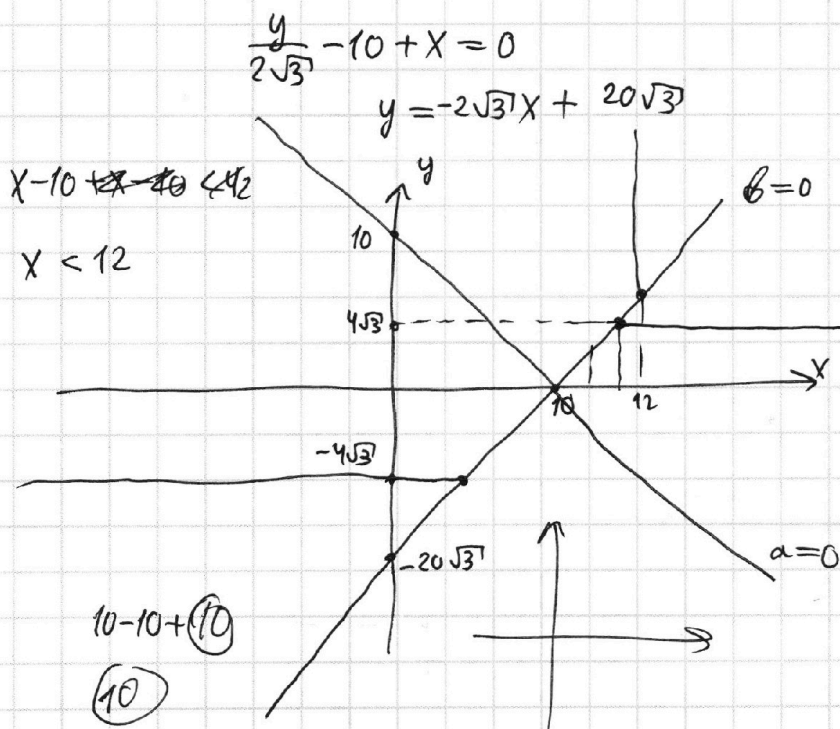
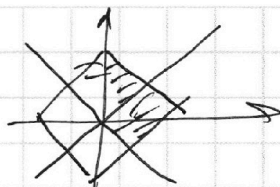
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$|x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$$



$$x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}=0$$

$$y=2\sqrt{3}x-20\sqrt{3}$$

$$y=\frac{8\cdot 3-20\sqrt{3}}{24}$$

$$|x|+|y|<4$$

$$x+y<4$$

$$y=4-x$$

~~24~~

$$|x|+|-x|<4$$

$$y=2\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}-20\sqrt{3}$$

$$x=\frac{10+y}{2}$$

$$x-10+\frac{y}{2\sqrt{3}}=x+10+\frac{y}{2\sqrt{3}}=4$$

$$y=8\cdot 4\sqrt{3}$$

$$x-10-\frac{y}{2\sqrt{3}}=x+10-\frac{y}{2\sqrt{3}}=4$$

$$2x-10\leq 2$$

$$x\leq 12$$

$$x\leq 12$$



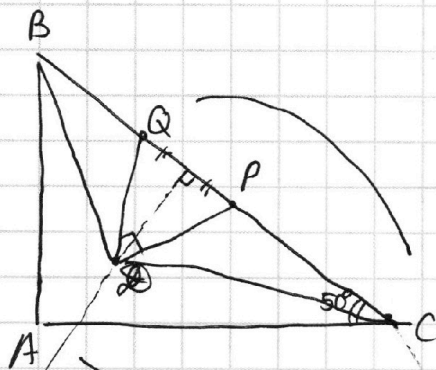
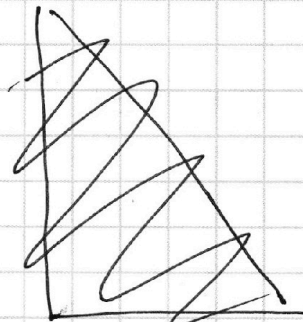
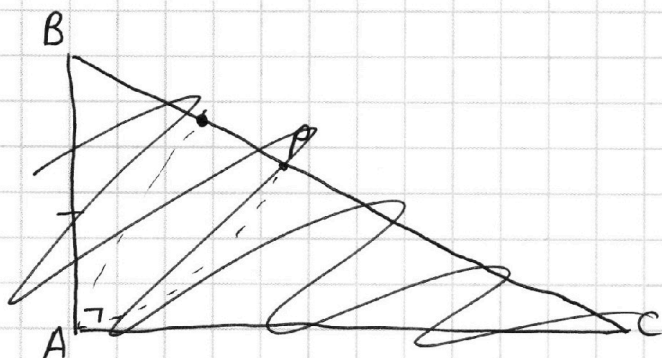
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

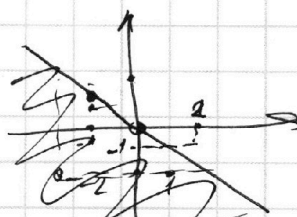
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~N7~~ N7

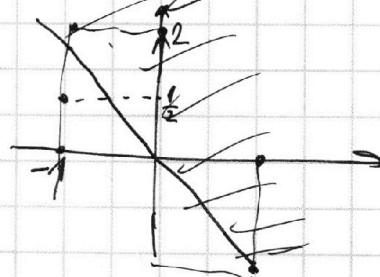
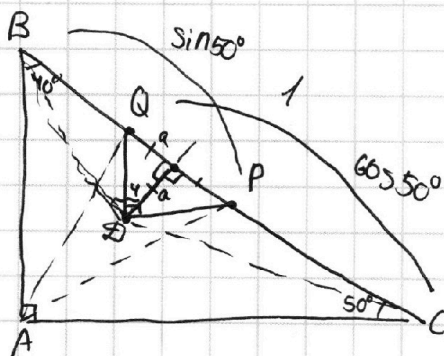


$$\frac{10}{10-10+10} + \frac{10}{10-10-10}$$

$$y \geq -x$$



$$y > -x$$



$$\sin 50 + \cos 50 - 1 = \text{scribbled out}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{a + 1 - \cos 50^\circ}{a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\begin{cases} X^2 - (a^2 - 2a)X + a^2 - a - 7 = 0 & X_1, X_2 \\ 3X^2 - (a^3 - 2a^2)X + 6 - a^5 = 0 & X_3, X_4 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{k}{3} + 5b \quad X_2 = \frac{k}{3} + 6b$$

$$X_3 = \frac{k}{3} + 3b \quad X_4 = \frac{k}{3} + 8b$$

$$\frac{a \cdot 8}{2} = \frac{a \cdot 8}{3}$$

$$\frac{8 \cdot 3}{6 \cdot 5}$$

$$X_1 + X_2 = \begin{cases} a^2 - 2a = 2k + 11b \\ \frac{a^3 - 2a^2}{3} = 2k + 11b \end{cases}$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=3 \\ a=2 \end{cases}$$

$$X^2 - (9-6)X + 9-3-7=0$$

$$X^2 - 3X - 1 = 0$$

$$3X^2 - (27-18)X + 6 - 81-3=0$$

$$X^2 - 3X - 75 = 0$$

$$\frac{X^2}{3X} = 0$$

$$\begin{cases} X^2 = 7 \\ 3X^2 = -6 \end{cases}$$

$$3, 9, 27, 81$$

$$81-6=75$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$9 + 4 \cdot 75 = 309 \frac{13}{2}$$

$$-208 \frac{13}{2}$$

$$49$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times 79 \\ \hline 2895 \\ + 22750 \\ \hline 25675 \end{array}$$

$$25675 = 9 + 79 \cdot 4 = 325$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

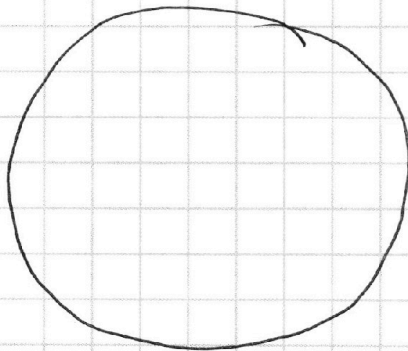
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~N2~~
~~9999~~
~~3000~~

~~N3~~

N3



~~10x~~
~~3~~

$$h = \frac{3x}{\sqrt{7}}$$

~~10x~~ x^2

$$(10-x) \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{3x}{\sqrt{7}}$$

$$10-x = \frac{9x}{7}$$

$$10 = \frac{16x}{7}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 59 \\ -65 \\ \hline 59 \\ 59 \\ -26 \\ \hline 325 \\ 325 \\ -26 \\ \hline 13 \end{array}$$

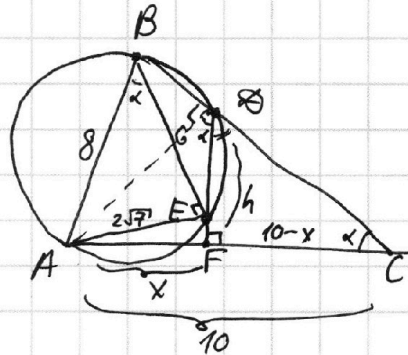
$$\begin{array}{r} 528 \\ 9 \\ + \\ 316 \\ \hline 844 \\ 62x \\ \hline 3 \end{array}$$

~~10x~~

$$9 + 4 \cdot 29 = 115$$

$$5 \cdot 5 \cdot 2 = 56 = \frac{3}{2} \sqrt{26}$$

$$5 \cdot 2 = 9$$



~~6435222~~

$$\cos \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\frac{h}{10-x} = \tan \alpha = \frac{x}{h}$$

$$\tan \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

~~x = h \cdot \sqrt{7}~~

$$h = \frac{3x}{\sqrt{7}}$$

$$h^2 = x^2 -$$

18-2

18-2

9-3-2

8

$$6-32=26$$

$$12+56=68$$

$$12+56=68$$

~~10x~~

$$(12-2-20)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$tg(x+y) = \frac{x+y}{1-xy}$$

$$\begin{matrix} 6 \leftarrow 9 \\ 9 \leftarrow 8 \\ 8 \leftarrow 7 \end{matrix}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 =$$

$$= \frac{(xy)^4 + (yz)^4 + (zx)^4}{(xyz)^2}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{(z-2)z}{(x-2)x}$$

$$\frac{(z-2)}{x-2} = \frac{x^2}{z^2}$$

$$z = \frac{y}{x}(y-2)$$

$$\frac{y^2}{x}(y-2) = x(x-2)$$

$$\begin{cases} y^2(y-2) = x^2(x-2) \\ x \cdot y = \frac{y}{x}(y-2) \left[\frac{y}{x}(y-2) - 2 \right] \end{cases}$$

$$x \cdot y = \frac{y}{x}(y-2) \left[\frac{y}{x}(y-2) - 2 \right]$$

$$\begin{matrix} x & y & z \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$x^2 - 2x + xy + y^2 - 2y = 0$$

$$x^2 = (y-2) \left[\frac{y(y-2)-2x}{x} \right]$$

$$y^2(y-2) = x^2(x-2)$$

$$x-2 = \frac{y^2 x}{y^2 - 2y - 2x}$$

$$\begin{array}{r} 66620066 \\ 6002868 \\ 6002868 \\ 6002868 \\ 666 \\ 100866 \\ \hline \end{array}$$

$$xy^2 - zy^2 - zx^2 - zy^2 + y^2 + x^2 = y^2x$$

$$2x + 2y - x^2 - y^2 - xy = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$\frac{16}{9} = \frac{4}{9} + \frac{4}{3}$$

$$x^2 - y^2 - 2x + 2y = z(y - x)$$

$$(x - y)(x + y) - 2(x - y) = -z(y - x)$$

$$x + y + z = 2$$

$$z = x + y - 2$$

$$y = x$$

$$x^2 = -2x + x^2$$

$$x = 0$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{8}{3} = \frac{4}{9} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{64}{9} = \frac{4 + 12}{9}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = (x + y)(x + y - 2)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = (x + y)(x + y - 2)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = x^2 + xy - 2x + xy + y^2 - 2y$$

$$2xy = 0$$

$$\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$64 + 8 = 72$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = yx + y^2 - 2y \\ y^2 - 2y = x^2 + xy - 2x \end{cases}$$

$$x^2 = z^2 - 2z$$

$$x^2 - 2x = xz$$

$$x - 2 = z$$

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$x = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$z = -\frac{2}{3}$$

$$(z + 2)^2 = z^2 - 2z$$

$$z^2 + 4 + 4z = z^2 - 2z$$

$$y = 6z$$