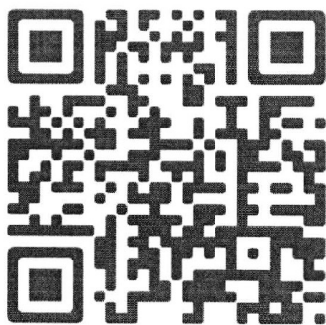




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4zx}}{2}$$

$$y = \frac{3z + z^2}{x}$$

$$\frac{3z + z^2}{x} \cdot z = 3x + x^2$$

$$3z^2 + z^3 = 3x^2 + x^3$$

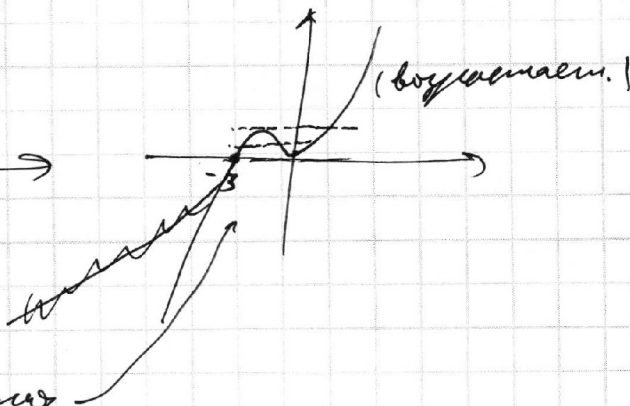
$$f(x) = 3x^2 + x^3$$

$$x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2 = -3x^2$$

$$x^2(x) = -3(x^2)$$

$$x = -3 \text{ и } x = 0 - \text{решения}$$



возможные варианты решений:

при $x = -3$ или при $x = 0$:

при $x = -3$: x, y, z совпадают - одно решение.

$$y = x + 3$$

но это не работает т.к. аналогично $y = x$

при $x = -3$: $y = 0$, но 0 - не решение т.к. xy не существует.

$$(3x^2 + x^3)' = 3x^2 + 3x = 0$$

$$x(3x + 3) = 0$$

$$x = -2$$

$$x = -2 - \text{или} \Rightarrow f(x) = 4; 3x^2 + x^3 = 4 \text{ при } x = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит какие-то решения есть в рамках
промежутка на $x \in (-3; 7)$; $x \neq 0$

например: $x = -2$; $y = -2$; $z = 7$

$$\begin{cases} 4 \leq 4 \\ -2 \leq -2 \\ -2 \leq -2 \end{cases} \rightarrow \text{работаем.}$$

~~если x и y $g(x) = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$~~

~~все эти решения находятся внутри $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ для $x = -2$; $y = -2$; $z = 7$ — это для $\max g(x)$~~

~~$\min g(x)$ в $(\cdot)$: $-3, 0, 0$ (по этой вычислительной точке)~~

$$\begin{aligned} 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\min g(x) = 9 + 9 = 18$$

$$\max g(x) = 4 + 4 + 16 = 24$$

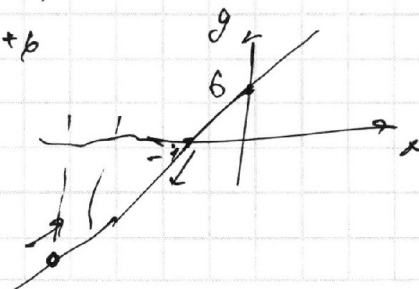
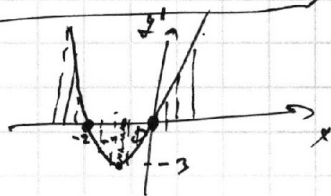
$$x^3 + 3x^2 = R$$

$$(x^3 + 3x^2)' = 3x^2 + 6x$$

$$3x^2 + 6x =$$

$$(3x^2 + 6x)' =$$

$$= 6x + 6$$





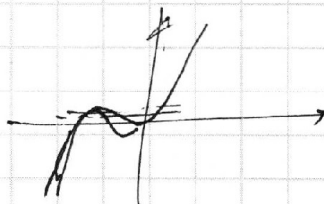
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~обратная функция~~
 ~~$y = x^3 + 3x^2$~~
 $y = x^3 + 3x^2$



$$g(x) = (x+dx+3)^2 + (y-dy+3)^2 + (z+dz+3)^2 =$$

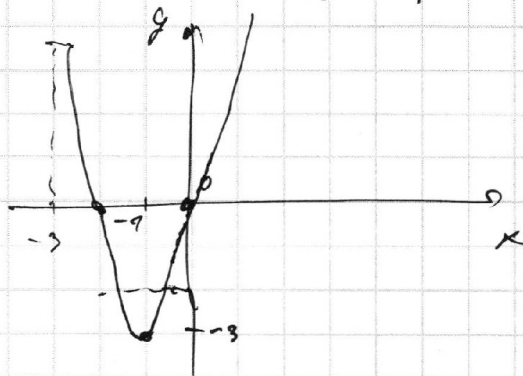
$$\Rightarrow g(x) = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + \dots$$

$$g(x+dx) = x^2 + 2x dx + 6dx + \dots$$

$$dg = 2x dx + 2z dz - 2y dy + 6(dx + dz - dy)$$

$$dg = dx(2x+6) + dz(2z+6) - dy(2y+6)$$

$f(x)$ график:



для g :

асимптотический участок

для x :

спадает темп.

для z :

темп. возрастает



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 7

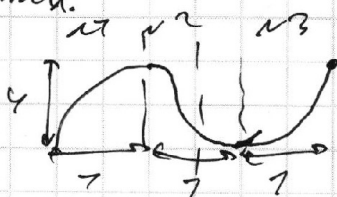
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим что при $f(x) = 2$: ($\min f(x)$ где y)

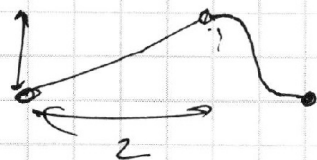
$$x^3 + 3x^2 = 2$$

$x = -1$ - решение

при увелич.



т.к. график $f(x)$ симметричен относительно -1 ,
значки 2 и 3 имеют, в каждой точке подругу,
компенсируют друг друга симметрично
оси y :



$$x^2 + 2x + \frac{2}{3} = 0, \quad x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - \frac{8}{3}}}{2} =$$

$$3x^2 + 6x = -2$$

$$= -1 \pm \sqrt{7 - \frac{2}{3}}$$

$$k = \frac{4}{2} = 2, \quad \text{или } \min \text{ при } (x^3 + 3x^2)' = -2: \quad = -7 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$$

получает правый $x_{0,2}$ и.к.
в нем max, а в левом min:

$$x_{0,2} = \begin{cases} -7 + \sqrt{\frac{7}{3}} \\ -7 - \sqrt{\frac{7}{3}} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

число n может быть записано в виде:

$$n = 10^{40000} - 1$$

чтобы не писать нули: $4_T \equiv 40000$

$$8_T \equiv 80000$$

$$\text{короче } T \equiv 10^4$$

$$n^3 = (10^{4_T} - 1)^3 = 10^{12_T} - 3 \cdot 10^{8_T} + 3 \cdot 10^{4_T} - 1$$

схема полученного числа:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 12_T \\ 100 \dots 0000 \\ - 3000 \dots 00 \\ \hline 999 \dots 970000 \dots 0 \end{array} \\ + \begin{array}{r} 999 \dots 970000 \dots 00 \\ 3000 \dots 00 \\ \hline 999 \dots 970000 \dots 0300 \dots 0 \end{array} \\ - \begin{array}{r} 9999 \dots 970000 \dots 0300 \dots 0 \\ 1 \\ \hline 999 \dots 970000 \dots 0299 \dots 9 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 4_T - 1 \qquad \qquad 4_T \end{array} \end{array}$$

$$\text{Sum}(9) = 4_T - 1 + 4_T = 8_T - 1 = \underline{79999}$$

Ответ: 79999 девяток.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4.

Начека поймём, что должны совпасть три симметричных события:

- 1) первый шар в одной из выбранных коробок
- 2) второй шар тоже
- 3) третий тоже

$$p_1(5) = \frac{5}{N} : \begin{array}{c} \text{N} \\ \text{L L L L L L L L L L} \\ \text{выбрана 5} \end{array}$$

$$p_2(5) = \frac{4}{N-1} : \begin{array}{c} \text{L L L L} \\ \text{L L L L} \end{array}$$

$$p_3(5) = \frac{3}{N-2} : \begin{array}{c} \text{L L L} \\ \text{L L L} \end{array}$$

↓
летит шар
летит сущее

$$p(5) = p_1(5) \cdot p_2(5) \cdot p_3(5) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{N(N-1)(N-2)}$$

$$p_1(6) = \frac{6}{N} : \text{аналогично}$$

$$p_2(6) = \frac{5}{N-1} : \nearrow$$

$$p_3(6) = \frac{4}{N-2} : \nearrow$$

$$p(6) = p_1(6) \cdot p_2(6) \cdot p_3(6) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{N(N-1)(N-2)}$$

$$\frac{p(6)}{p(5)} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: вероятность успеха в два раза.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n=6.

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0:$$

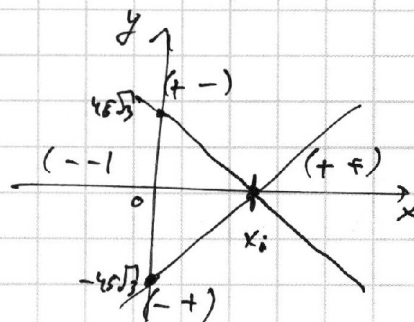
$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0:$$

$$y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$x: 1 \quad 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{45}{6} = \frac{15}{2} = 7,5$$



(- -):

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$2x \geq 12$$

$$x \geq 6$$

(+ -): $\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

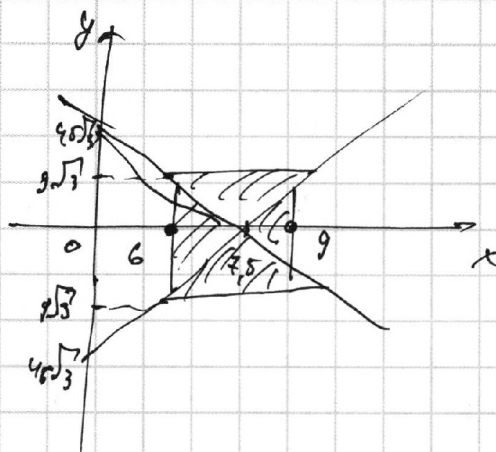
(- +): $-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

(+ +): $2x - 15 \leq 3$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$



проверим соединяем ли эти границы:

$$6 - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \mid y \leq 9\sqrt{3} \rightarrow \text{границы соединились}$$

и это прямоугольник

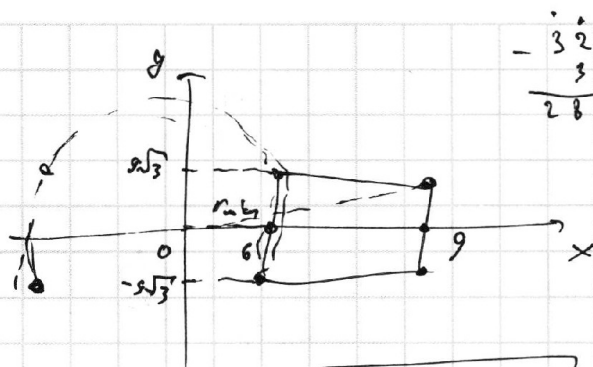


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} -324 \\ 36 \\ \hline 288 \end{array}$$

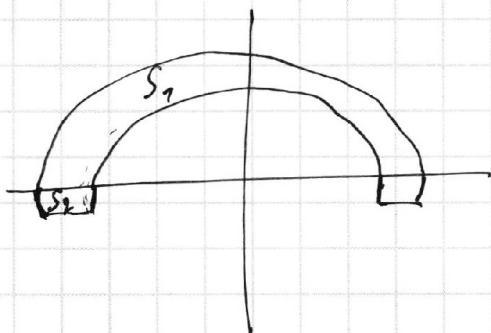
$$\begin{array}{r} 2 \\ 75 \\ \times 25 \\ \hline 1875 \\ 1500 \\ \hline 18750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 87 \\ 243 \\ \hline 7056 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1249 \\ 87 \\ \hline 324 \end{array}$$

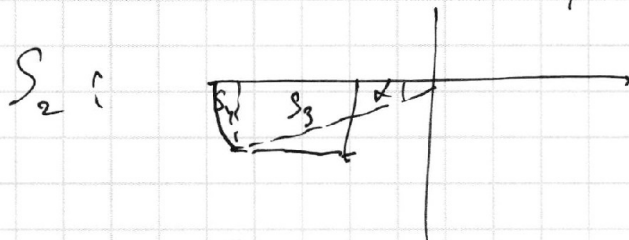
$$v_{\min} = 6 ; v_{\max} = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = \sqrt{87 + 243} = 18$$

Запасённая мощность вылетит кинетик:



$$S_1: S_1 = (\pi_1 v_{\max}^2 - \pi_1 v_{\min}^2) / 2 = \frac{\pi}{2} (288) = 144\pi$$

$$S_2: S_2 = (9\sqrt{3} \cdot 9) = 27\sqrt{3}$$



$$\alpha: \cos \alpha = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$S_4 = \frac{1}{6} \cdot \pi v_{\max}^2 - 9\sqrt{3} \cdot 9/2 = \frac{\pi 18^2}{6} - 81\sqrt{3}/2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi 18^2}{3} - 81\sqrt{3} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_4 = \frac{1}{2} (\pi \cdot 6 \cdot 98 - 87\sqrt{3}) = 54\pi - \frac{87\sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = 9\sqrt{3} \cdot (9-6) = 27\sqrt{3}$$

↓

$$S_2 = S_4 + S_3 = 54\pi - \sqrt{3}(40,5 - 27) =$$
$$= 54\pi - \sqrt{3} \cdot 13,5$$

↓

$$S_{\text{общ}} = 2S_2 + S_3 = 108\pi + 108\pi - 27\sqrt{3} =$$
$$= 252\pi - 27\sqrt{3}$$

Ответ: площадь фигуры, которую зашла Ф:

$$\underline{252\pi - 27\sqrt{3}}$$



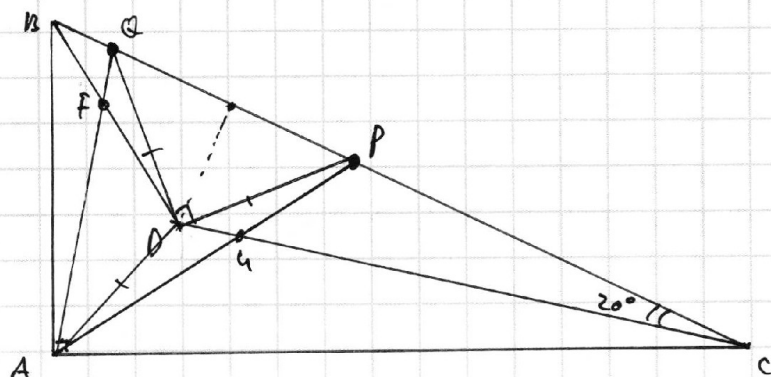
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.



Пусть $\angle ABC = \alpha$; $\angle BCA = 90 - \alpha$

$$\angle BAP; \angle BPA = \frac{180 - \alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle CAQ; \angle CQA = \frac{180 - 90 - \alpha}{2} = 45 + \frac{\alpha}{2}$$

$\triangle AQP$:

$$\angle QAP = 180^\circ - \angle CQA - \angle BPA = 45^\circ$$

$$\angle QAP = \frac{\angle QAP}{2}; \text{опирается на } QP \rightarrow$$

в $\triangle AQP$ можно провести ось симметрии, D-ее центр

$$\rightarrow AD = QD = DP.$$

$$\angle CPA = 180^\circ - \angle BPA = 90 + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PUC = 180^\circ - \angle CPA - \angle DCB = 70 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PCA = \angle PUC = 70 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PCD = 180^\circ - \angle PCA = 110 + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PDC = 180^\circ - (180 - 45^\circ) - 20^\circ = 25^\circ$$

$$\angle DPC = 180^\circ - \angle PDC - \angle PCD = 45 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle DQA = 45 + \frac{\alpha}{2} - 45^\circ = \frac{\alpha}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☒ 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle DBC = \beta$:

$$\angle QDB = 180 - (180 - 45) - \beta = 45 - \beta$$

$$\angle BQF = 180^\circ - 45^\circ - \frac{\alpha}{2} = 135^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle BFQ = 180^\circ - (180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2}) - \beta = 45 + \frac{\alpha}{2} - \beta$$

$$\angle QDA = 180^\circ - (\frac{\alpha}{2}) \cdot 2 = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle BDA = 180^\circ - \alpha - (45 - \beta) = (180^\circ - 45) + \beta - \alpha$$

$$\angle AFD = \angle BFQ = 45 + \frac{\alpha}{2} - \beta$$

$$\angle DAU = \angle DPU = 45 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PAC = 180 - (90 - \alpha) - (180 - 90 + \frac{\alpha}{2}) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle DAC = \frac{\alpha}{2} + 45 - \frac{\alpha}{2} = 45^\circ$$

AD - биссектриса угла BAC.

$$\angle ADC = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ + \alpha = 65^\circ + \alpha$$

$\triangle BPA$ и $\triangle DAP$ - равнобедренные, на одном основании $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ D лежит на биссектрисе угла ABC, аналогично

D $\in$ бисс. $\angle ACB$.

$\Rightarrow$

$$\alpha = 90 - 40 = 50^\circ$$

$$\angle QDA = 360^\circ - 65^\circ - \alpha - 70^\circ - 45^\circ = 180^\circ - \alpha = 130^\circ$$

анал. $\angle CBD = \frac{\alpha}{2}$ (анал. док.) $\Rightarrow \angle DBC = 25^\circ$ Ответ: 25° .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{xy}{z} = 3 + z$$

$$\frac{yz}{x} = 3 + x$$

$$\frac{zx}{y} = 3 + y$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 =$$

~~$$(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2$$~~

$$\frac{(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2}{(xyz)^2}$$

$$y = \frac{3z + z^2}{x}$$

$$\frac{3z + z^2}{x} \cdot z = 3x + x^2$$

$$3z^2 + z^3 = 3x^2 + x^3$$

$$9 = -9 + 9$$

$$3 \cdot 9 + 2z = 3 \cdot 9 + 2z$$

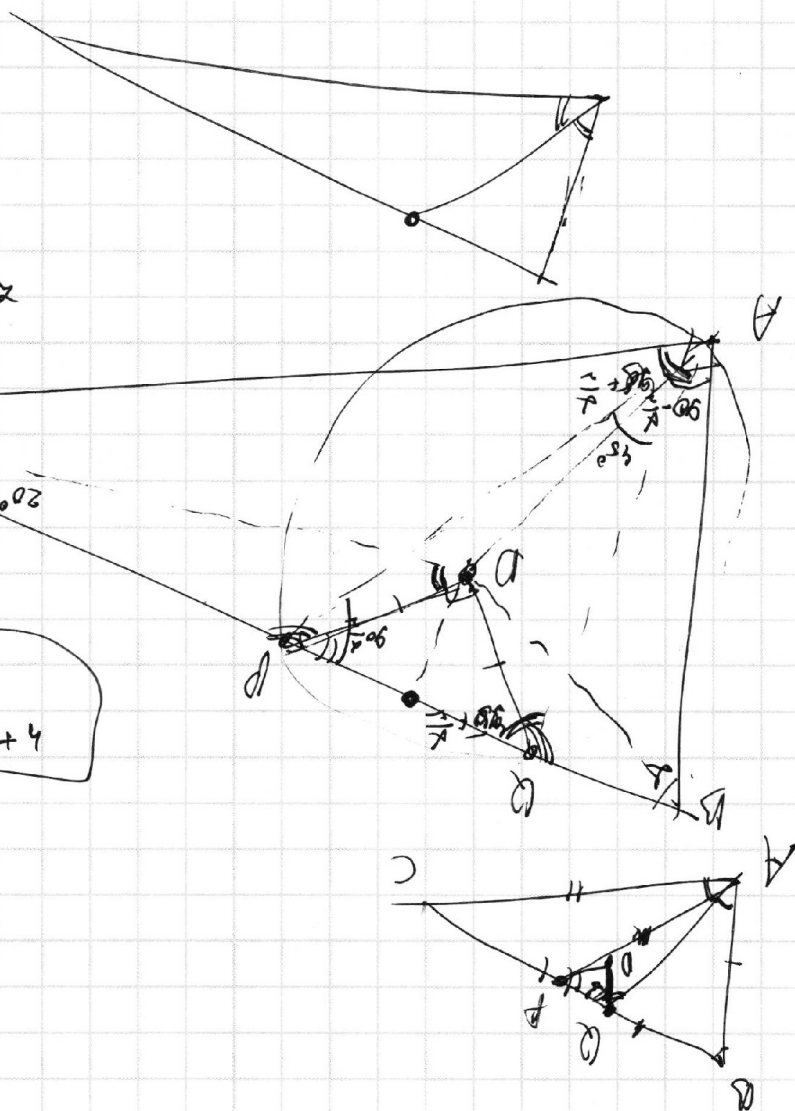
$$y = 3 + z = 0$$

$$x = -2$$

$$y = -2$$

$$z = 1$$

$$\begin{aligned} u &= 4 \\ -2 &= -6 + 4 \end{aligned}$$





1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5.

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

и
для 1:

$$\begin{cases} x_5 \cdot x_6 = a - 5 \\ x_5 + x_6 = a^2 - a^4 \end{cases}$$

~~х5 = х6~~

$$x_5 = a^2 - a^4$$

$$x_5(a^2 - a^4 - x_6) = a - 5$$

$$x_6(a^2 - a^4 - x_6) = a - 5$$

$$x_6^2 - (a^2 - a^4)x_6 + a - 5 = 0$$

$$x - \frac{a^2 - a^4}{2} \pm \frac{\sqrt{(a^2 - a^4)^2 - 4(a - 5)}}{2} \geq 0$$

$$y \geq 7.5 \cdot 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot x$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot x$$

$$(x^2 - 1)(x + 1) = x^3 - x - 1$$

$$(x^2 - x - 2)(x + 1) = x^3 - x^2 - 2x + x^2 - x - 2$$

$$(x^2 - 2x - 2)(x + 1) = x^3 - 2x^2 - 2x + x^2 - 2x - 2$$

$$(x^2 - 2x - 2)(x - 2) =$$

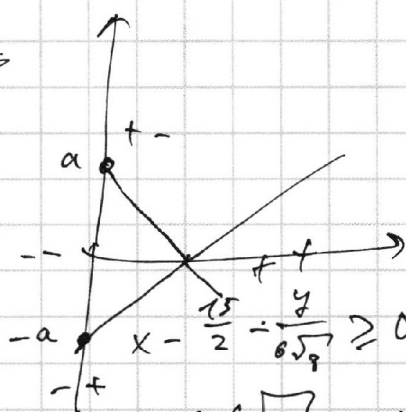
$$= x^3 - 2x^2 - 2x - 2x^2 + 4x + 4 =$$

для 2:

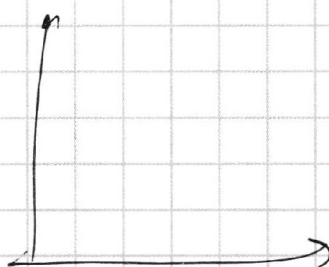
$$\begin{cases} x_3 \cdot x_8 = (-a^6 + 2a^3 + 2a^2 - 1)/4 \\ x_3 + x_8 = (a^3 - a^2)/4 \end{cases}$$

$$x_3 + x_8 = (a^3 - a^2)/4$$

$$(-a^3)^2 + 2(a^2)^2 + 2(a^3)^2 - 1/4$$



$$y \leq 6\sqrt{3} \cdot x - 45\sqrt{3}$$



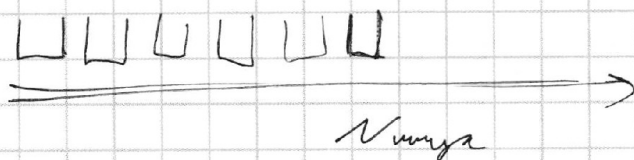
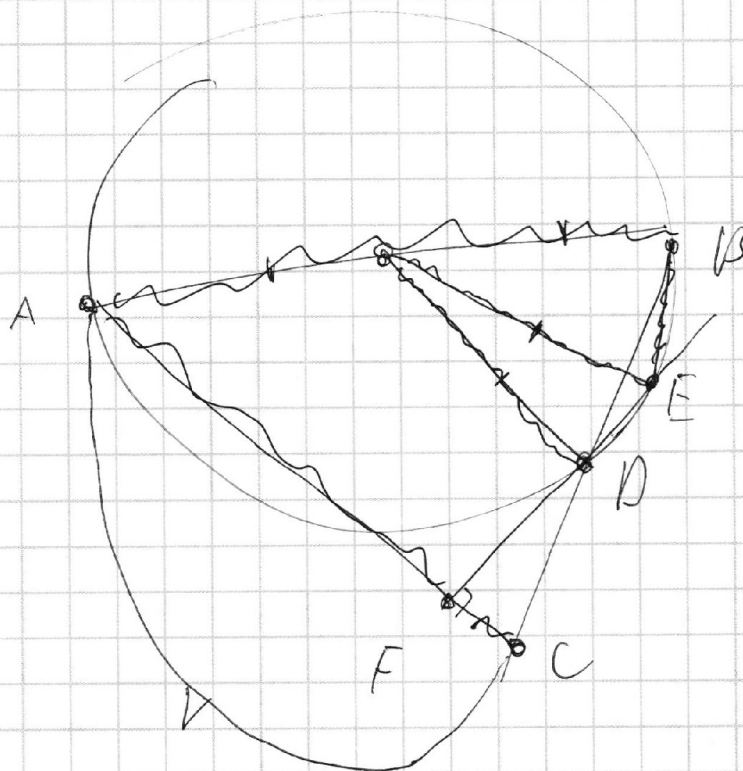


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten calculations for probabilities p_0, p_1, p_2 and a general formula p :

$$p_0 = \frac{5}{N}, \quad p_1 = \frac{4}{N-1}, \quad p_2 = \frac{3}{N-2}$$
$$p = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{5} = 4$$
$$p_0 = \frac{1}{N}, \quad p_1 = \frac{5}{N-1}, \quad p_2 = \frac{4}{N-2}$$
$$p = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{5} = 24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

