



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Не угадали общности, пусть  $x=y$ , тогда

$$\begin{cases} x^2 = -2z + z^2 & (1) \quad x \neq 0 \quad \text{из} \quad (2) \quad z = x - 2 \\ xz = -2x + x^2 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = y = z + 2, \text{ подставим в } (1)$$

$$(z+2)^2 = -2z + z^2 = z^2 + 4z + 4$$

$$-4 = 6z \Rightarrow z = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} = y$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(-2 - \frac{2}{3}\right)^2 = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{8}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{8}{9} + \frac{64}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

Система не имеет решений, когда  
 $x=y=z$ , т.к.  $x^2 = -2x + x^2 \Rightarrow x=0$ , но  
 $x \neq 0$   
аналогично для  $y, z$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \underbrace{9 \dots 9^3}_{30\,001} = \left( \underbrace{10 \dots 0}_{30\,001} - 1 \right)^3$$

По формуле Ньютона  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$\Rightarrow \left( \underbrace{10 \dots 0}_{30\,001} - 1 \right)^3 = \left( 10^{30\,001} \right)^3 - 3 \cdot \left( 10^{30\,001} \right)^2 + 3 \cdot 10^{30\,001} - 1$$

Выполним операции пословательно

~~1)  $\begin{array}{r} \overbrace{10 \dots 0}^{60\,001} \\ - \underbrace{30 \dots 0}_{30\,001} \\ \hline \overbrace{9 \dots 9}^{60\,001} \end{array}$~~

1)  $\begin{array}{r} \overbrace{10 \dots 0}^{30\,000} \overbrace{0 \dots 0}^{60\,003} \\ - \underbrace{30 \dots 0}_{30\,001} \\ \hline \overbrace{9 \dots 9}^{30\,000} \overbrace{70 \dots 0}^{60\,002} \end{array}$

2)  $\begin{array}{r} \overbrace{9 \dots 9}^{30\,000} \overbrace{70 \dots 0}^{30\,000} \overbrace{0 \dots 0}^{30\,002} \\ + \underbrace{30 \dots 0}_{30\,001} \\ \hline \overbrace{9 \dots 9}^{30\,000} \overbrace{70 \dots 0}^{30\,000} \overbrace{30 \dots 0}^{30\,001} \end{array}$

3)  $\begin{array}{r} \overbrace{9 \dots 9}^{30\,000} \overbrace{70 \dots 0}^{30\,000} \overbrace{30 \dots 0}^{30\,001} \\ - \underbrace{1}_{1} \\ \hline \overbrace{9 \dots 9}^{30\,000} \overbrace{70 \dots 0}^{30\,000} \overbrace{29 \dots 9}^{30\,001} \end{array}$

В сумме  $9^4 = 30\,000 + 30\,001 = 60\,001$

Ответ: 60.001



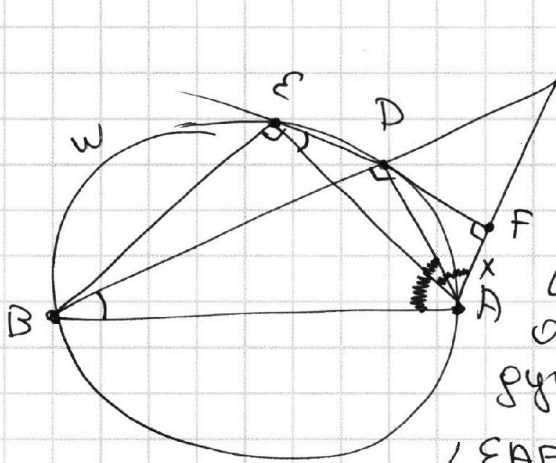
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



Дано:  $AC = 10$ ;  
 $AB = 8$ ;  $BE = 6$   
 $BA$  - диаметр

Заметим, что  $\angle DEA = \angle DBA$ , т.к. опираются на одну дугу  $\cup DA$

$$\angle EAF = 90 - \angle DEA (\triangle EFA)$$

$$\angle DAB = 90 - \angle DBA (\triangle DBA) \Rightarrow \angle EAF = \angle DAB$$

Заметим, что  $\angle EAB = \angle BAD - \angle EAD$   
 $\angle DAF = \angle EAF - \angle EAD \Rightarrow \angle DAC = \angle EAB$

$$\Rightarrow \triangle BEA \sim \triangle CDA : \angle BEA = \angle ADC$$

$$\angle EAB = \angle DAC$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{EA}{DA} = \frac{BA}{CA}$$

$$\frac{6}{CD} = \frac{EA}{DA} = \frac{8}{10} \Rightarrow CD = \frac{6 \cdot 10}{8} = \frac{15}{2}$$

По м. Пифагора в  $\triangle ADC$ :

$$CA^2 = DC^2 + DA^2 \Rightarrow 100 = \frac{225}{4} + DA^2$$

$$\Rightarrow DA^2 = \frac{175}{4}$$

$\triangle ADF \sim \triangle ADC$ :  $\angle CDA = \angle DFA$ ;  $\angle DAC$  - общий

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CD} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AD^2 = AF \cdot AC$$

$$\frac{175}{4} = 10 \cdot AF \Rightarrow AF = \frac{175}{40} = \frac{35}{8}$$

Ответ:  $\frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ Разрешим открыть 5 коробок:  
 $C_{n-3}^2 \leftarrow$  взять еще какие-то 2 кроме восьмигранных  
 $C_{n-3}^1 \leftarrow$  3 восьмигранных

$C_n^5$   
 всего вариантов

Разрешим открыть 7 коробок:  
 $C_{n-3}^4 \leftarrow$  еще какие-то 4 коробки  
 $C_{n-3}^1 \leftarrow$  три восьмигранных

$C_n^7 \leftarrow$  7 любых

решим  $\frac{\text{меньшее}}{\text{большее}} \Rightarrow$  ответ получится в виде  $\frac{1}{p}$  где  $p$  во сколько раз

$$\frac{C_n^7}{C_{n-3}^4} \cdot \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{n!}{7!(n-7)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} = \frac{n!}{(n-7)! \cdot 4!} \cdot \frac{(n-3)!}{5!(n-5)!}$$

$$= \frac{n! \cdot (n-3)!}{7! \cdot (n-7)! \cdot 2! \cdot (n-5)!} \cdot \frac{4! \cdot 5! \cdot (n-7)! \cdot (n-5)!}{n! \cdot (n-3)!} = \frac{4! \cdot 5!}{7! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 6} = \frac{2}{7}$$

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при  $a=2$ )  $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5} \\ -\sqrt{5} \end{cases}$  - корни

они являются 6-м и 7-м членами прогрессии  
 $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5} = -\sqrt{5} + \sqrt{\frac{11}{18}} \\ \sqrt{5} = -\sqrt{5} - \sqrt{\frac{11}{18}} \end{cases}$  оба равенства оказались неверными  $\Rightarrow$  такого быть не может

при  $a=3$ )  $x^2 - 3x - 1 = 0$   $\begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$   
 $D = 9 + 4 = 13$

аналогично

$$\begin{cases} \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} + \sqrt{\frac{11}{18}} < 0 \\ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} - \sqrt{\frac{11}{18}} < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  оба равенства оказались неверными  
 при  $a=3$  не может быть арифм. прогрессии

Ответ: такого  $a$  не существует



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$b + 5d$ ;  $b + 6d$  - корни ↷

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + b - a^5 = 0$$

$b + 3d$ ;  $b + 8d$  - корни ↶

По теореме Виетта:

$$b + 5d + b + 6d = a^2 - 2a = 2b + 11d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \Rightarrow a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 3 \\ a = 2 \end{cases} \quad \leftarrow a(a-3)(a-2) = 0$$

По теореме Виетта:

$$\begin{cases} b^2 + 11bd + 30d^2 = a^2 - a - 7 \\ b^2 + 11bd + 24d^2 = \frac{b - a^5}{3} \Rightarrow \end{cases}$$

$$6d^2 = a^2 - a - 7 + \frac{a^5 - 6}{3} \quad | \cdot 3$$

$$18d^2 = 3a^2 - 3a - 21 + a^5 - 6 = a^5 + 3a^2 - 3a - 27$$

при  $a = 0$ ,  $18d^2 = -27 \Rightarrow a \neq 0$

при  $a = 2$ ,  $18d^2 = 32 + 12 - 6 - 27 = 44 - 33 = 11 \Rightarrow d = \pm \sqrt{\frac{11}{18}}$

при  $a = 3$ ,  $18d^2 = 729 + 27 - 9 - 27 = 720 \Rightarrow d = \pm \sqrt{40}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

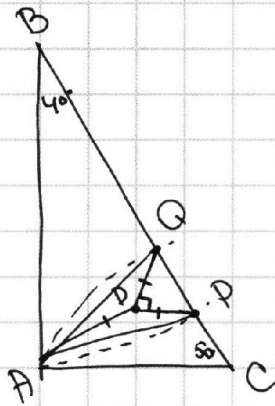
6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7



т.к.  $\triangle DQP$  - р/б с углами  $90^\circ \Rightarrow$

$$\angle QPD = 45^\circ$$

Проверим AP и QA

$$\angle QAC = \frac{180 - 40 - 50}{2} = 65^\circ \text{ (т.к. } \triangle QCA \text{ - р/б)}$$

$$= 65^\circ$$

$$\angle BAP = \frac{180 - 40}{2} = 70^\circ \text{ (т.к. } \triangle APB \text{ - р/б)}$$

$$\angle QAP = \angle QAC + \angle BAP - \angle QAP$$

$$90^\circ = 65^\circ + 70^\circ - \angle QAP \Rightarrow \angle QAP =$$

Заметим, что  $\frac{\angle QDP}{2} = \angle QAP \Rightarrow$   $\angle QDP = 90^\circ$  и D - центр окружности к QP т.к.  $\triangle DQP$  - р/б

QPA - окружность с центром D

$$\Rightarrow DQ = QP = DA$$

$$\triangle ADB = \triangle DBP:$$

BD - общая

BP = BA - по условию

$$DA = DP$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle DBP = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ = \angle DBC$$

Заметим, что на BC: Q и P имеют именно в такой последовательности т.к., если они будут иметь иначе

$BA + AC > BC$ , что неверно по неравенству треугольника

Ответ:  $20^\circ$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(5) \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$b + 5d; b + 6d$  - корни

$$3x^2 - (b^3 - 2b^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$b + 3d; b + 8d$  - корни

По м. Виетта:

$$b^2 - 2a = 2a + 11d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \\ a=3 \end{cases}$$

Рассмотрим случаи:

$a=0$ )  $x^2 - 7 = 0$   
 $\pm\sqrt{7}$  - корни

$$3x^2 + 6 = 0$$

$$0 < x^2 + 2 = 0$$

корней нет

$a=2$ )

$$x^2 - (4-4)x + 4-2-7 = 0$$

$$x^2 - 5 = 0 \quad \pm\sqrt{5} \text{ - корни}$$

$$3x^2 - (8-8)x + 6-32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0 \quad \pm\sqrt{\frac{26}{3}} \text{ - корни}$$

$a=3$ )

$$x^2 - (9-6)x + 9-3-7 = 0$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ - корни}$$

$$3x^2 - (27-18)x + 6 - \frac{729}{27} = 0$$

$$3x^2 - 9x - 723 = 0$$

$$x^2 - 3x - 241 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = z(z-2) \quad (1) \\ yz = x(x-2) \quad (2) \\ zx = y(y-2) \quad (3) \end{cases}$$

$$\text{из 1: } x = \frac{z(z-2)}{y}$$

$$\text{из 3: } x = \frac{y(y-2)}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{y}(z-2) = \frac{y}{z}(y-2)$$

$$\frac{y}{z} \neq 0 \text{ т.к. } \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$$

сократим на  $\frac{y}{z}$

$$\frac{z}{z-2} = \frac{y-2}{y}$$

$$x(x-2)$$

$$f(x) =$$

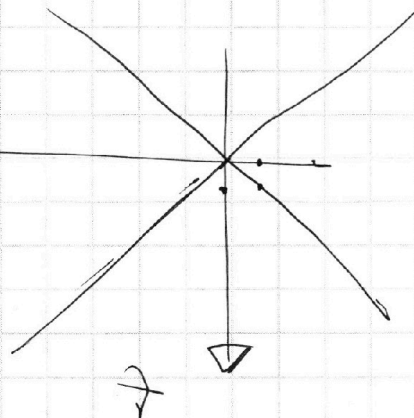
$$f(x) = yz$$

$$f(y) = zx$$

$$f(z) = xy$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$\Delta =$$



$$h \in [\beta - \gamma] \cup (\beta + \gamma)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = kx^2$$

$$x^2(1 - k^3) + 2(kx^2 - 1) = 0$$

$$x^2(1 - k^3)(k^2 + k + 1) + 2(kx^2 - 1)(k + 1) = 0$$

$$x^2(k^2 + k + 1) + 2(kx^2 - 1) = 0$$

$$2kx^2 + 2k + 2 + 2k + 1 = 0$$

$$2kx^2 + 4k + 3 = 0$$

$$D = 2^2 + 4^2 + 11 = 4x^2 - 4x^2 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$a^2 - a - 7 = 0 \Rightarrow a^2 + 6(11d) + 30d/2 = 0$$

$$6 - a^5 = 0 \Rightarrow 6 + 116d + 24d/2 = 0$$

$$a^5 + a^2 - a - 7 - 6 = 6d^2$$

$$a^5 + a^2 - a - 11 = 6d^2$$

$$-4 = 0$$

Handwritten notes and calculations at the bottom of the page, including various algebraic manipulations and a small table of numbers.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$yz = x(x-2) = \frac{z(z-2)}{y} \left( \frac{z(z-2)}{y} - 2 \right) =$$

$$= \frac{z(z-2)}{y} \left( \frac{z(z-2) - 2y}{y} \right) = \frac{z^2(z-2)^2 - 2yz(z-2)}{y^2} = yz$$

$$z(z-2)^2 - 2yz(z-2) = y^3$$

~~$$z(z^2 - 4z + 4) - 2yz + 4y = y^3$$~~

$$z^3 - 4z^2 + 4z - 2yz + 4y - y^3 = 0$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2) - 4z^2 + 4z - 2yz + 4y = 0$$

$$- 2z(2z + y)$$

~~$$- 4z(z-y) - 6yz + 4z + 4y$$~~

~~$$\frac{z}{z} \cdot \frac{z+y}{z+y} \cdot \frac{z+y}{z+y}$$~~

~~$$\frac{z}{z} = \frac{z \cdot 9}{z \cdot 4} = \frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 4}{z^2 + (z-4) + i \cdot 4} \cdot \frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}$$~~

~~$$\frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 4}{z^2 + (z-4) + i \cdot 4} \cdot \frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}$$~~

~~$$\frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 4}{z^2 + (z-4) + i \cdot 4} \cdot \frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}$$~~

~~$$\frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 4}{z^2 + (z-4) + i \cdot 4} \cdot \frac{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}{z^2 + (z-4) + i \cdot 2}$$~~

ответ 5

номер - 4

~~z~~  
~~yz~~  
~~z^2(z-2) = y^2(y-2)~~

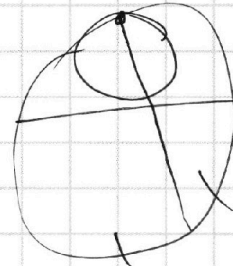
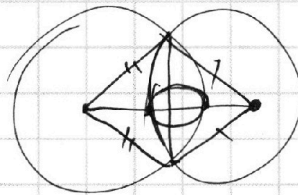
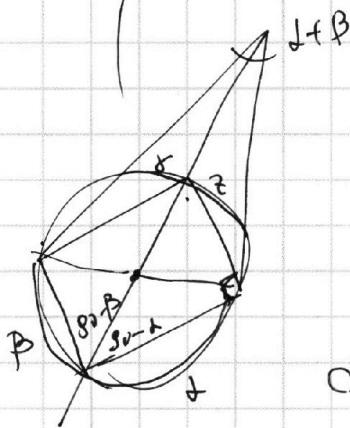
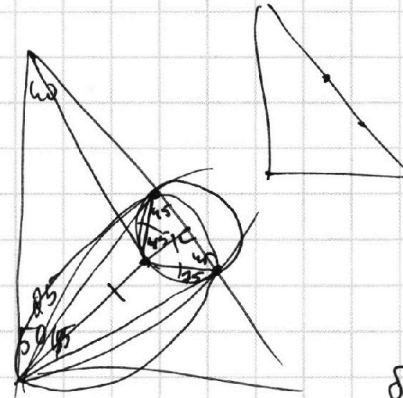
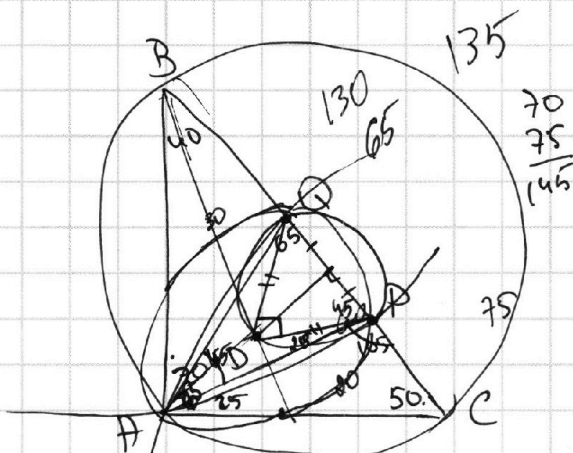


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten notes and calculations on the right side of the page, including a vertical list of numbers: 70, 75, 145, 964, 27843.

60-

2m

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$a(a - 2)(a - 3) = 0$$

$$a^3 - 2a^2 = a^2 - 2a = a + 1 \mid a = a^2 - 2a$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$-a^3 + 5a^2 - 6a = 0$$

$$a(-a^2 + 5a - 6) = 0$$

$$D_1 = (a^2 - 2a)^2 - 4a^2 + 4a + 28 = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28 = a^4 - 4a^3 + 4a + 28$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$x_1 = a + 6, x_2 = a + 5$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5$$

$$x_1 = a + 3d, x_2 = a + 8d$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



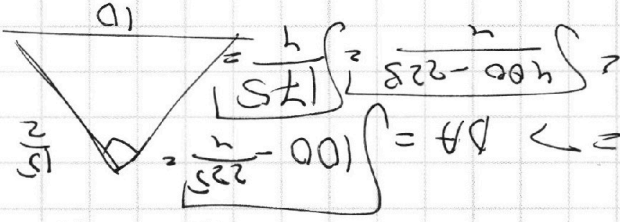
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

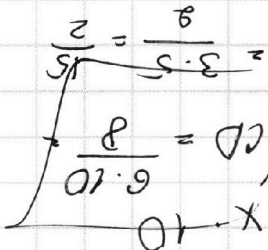
$$\frac{225}{18} = 12.5$$

$$\frac{25}{5} = 5$$



$$17.5 = 25 \cdot x$$

$$\frac{17.5}{25} = x$$



$$AH^2 = AF \cdot CH$$

$$\frac{BF}{AH} = \frac{AF}{CH}$$

$$\frac{BD}{AH} = \frac{AD}{CH}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{AF}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{AF}$$

$$x \cdot CD = DA \cdot FD$$

$$CF \cdot X = DF^2$$

$$\frac{DF}{CF} = \frac{FA}{DA} = \frac{FD}{FD} = \frac{FD}{X}$$

$$\triangle DFA \sim \triangle CFD$$

$$\frac{BF}{AD} = \frac{AF}{BD} = \frac{FA}{DA} = \frac{FA}{8}$$

$$\triangle EFA \sim \triangle BDA$$

$$\frac{EB}{AD} = \frac{EA}{BD} = \frac{EA}{8}$$

$$\frac{DC}{CF} = \frac{AC}{CD} = \frac{10}{10} = 1$$

$$CD^2 = 10 \cdot CF$$

$$\frac{BF}{AF} = \frac{FA}{BA} = \frac{FA}{8}$$

$$\triangle BEA \sim \triangle DFA$$

$$8x = FA \cdot DA$$

$$\frac{DA}{8} = \frac{FA}{x}$$

$$\triangle EFA \sim \triangle BDA$$

10

$$\frac{DC}{CF} = \frac{AC}{CD} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\triangle DCF \sim \triangle ACD$$

$$\frac{CD}{AH} = \frac{CF}{AH} = \frac{CF}{8}$$

$$64 - 3c = 8c \Rightarrow AH = \sqrt{28^2} = 28$$

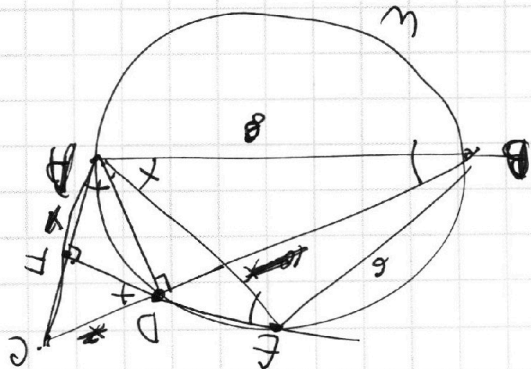
$$BF = 6$$

$$AB = 8$$

$$AC = 10$$

$$AF = ?$$

x





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

300001 ребутки  $\underbrace{9 \dots 9}_{30000}$

$8 \rightarrow 85 \rightarrow 428$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 10 \overline{) 85} \\ \underline{80} \phantom{0} \\ 50 \\ 50 \phantom{0} \\ \underline{50} \phantom{0} \\ 000 \end{array}$$

$(10^{\overbrace{00000}^3} - 1) \cdot 3$

$(10 - 1)^3 = 1000 \cdot 3 \cdot 100 + 30 - 1$   
 $(10^{\overbrace{00001}^3} - 1) = 10^{\overbrace{00003}^3} - 3 \cdot 10^{\overbrace{00002}^3} + 3 \cdot 10^{\overbrace{00001}^3} - 1$

$10^{\overbrace{00000}^3} \cdot 3 \cdot 100 \dots$

$\begin{array}{r} 8 \dots 84 \phantom{0} \\ \underline{30000} \phantom{0} \\ 50000 \end{array}$

$\begin{array}{r} 30000 \\ \underline{30000} \\ 00000 \end{array}$

$\begin{array}{r} 8 \dots 84 \phantom{0} \\ \underline{30000} \phantom{0} \\ 50000 \end{array}$

① 
$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z) - (xy + yz + zx) = 0$$
  

$$(x+y+z)^2 - 2(x+y+z) - 2(xy + yz + zx) = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) = (xy + yz + zx) - 2(x+y+z)$$
  

$$= x(y-2) + y(z-2) + z(x-2)$$

$$\begin{matrix} z(z-2) \\ x(x-2) \\ y(y-2) \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} z-2 = \frac{xy}{z} \\ x-2 = \frac{yz}{x} \\ y-2 = \frac{zx}{y} \end{matrix}$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2}$$

$$\frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{x^2 y^2 z^2} \quad ?$$

$$L = (x-2)z + (y-2)x + (z-2)y = 6x$$

$$h^2 z^2 + z^2 p + h^2 y^2 + h^2 z + z^2 + h^2 = (z + p + h)$$

$$- (h - z) z + (h - z) z$$

$$0 = z^2 + z^2 p + z^2 h - h^2 - h^2 p$$

$$0 = z^2 + z^2 p + z^2 h - h^2 - h^2 p$$

$$z h - h^2 p + z^2 h - h^2 p = z -$$

$$\frac{z}{h - z} = \frac{z + h}{z - h} \Leftrightarrow$$

$$\frac{z}{h - z} = \frac{z + h}{z - h} = X$$

$$X(h - z) = (z + h)(z - h)$$

$$X(h - z) = (z + h)(z - h)$$

$$X(h^2 - z^2) = (z^2 - h^2)X$$

$$h^2 X - z^2 X = z^2 X - h^2 X$$

$$h^2 X - z^2 X = z^2 X - h^2 X$$

$$X \in [0; 1]$$

$$X < 0$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядок QR-кода неопределен!





$$2(xy + yz + zx) - (x^2 + y^2 + z^2) = 2(xy \dots)$$

$$\left. \begin{aligned} xy &= z(z-2) \\ yz &= x(x-2) \\ xz &= y(y-2) \end{aligned} \right\} \text{прод.}$$

$$xyz = (z-2)(x-2)(y-2)$$

$$(y+2)^2 = \frac{xyz}{x-2}$$

$$\begin{aligned} yz &= x(y-2) \\ xz &= y(y-2) \end{aligned}$$

$$x^2 = (z-2)(y-2)$$

$$y^2 = (x-2)(z-2)$$

$$z^2 = (y-2)(x-2)$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \left( \frac{4}{3} - \frac{2}{3} - 2 \right) = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} =$$

$$x^2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \left( -\frac{2}{3} \right) \Leftrightarrow 4 - z = 2g$$

$$z^2 + z - 2 = 4 + z + x^2$$

$$z^2 + z - 2 = x^2 = (z+2)^2$$

$$\left. \begin{aligned} x^2 + x - 2 &= z^2 \\ x^2 + x - 2 &= z^2 \\ x^2 + x - 2 &= z^2 \end{aligned} \right\}$$

$$z + z = y = x$$

$$x^2 = 2x + x^2$$

$$\left. \begin{aligned} xy &= -2z + z^2 \\ yz &= -2x + x^2 \\ zx &= -2y + y^2 \end{aligned} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорва QR-код неоптимальна!





На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

из

- 1  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядка QR-кода неопустима!

$$y^2 = x(x-2)^2 - 2y(x-2)$$

$$z = \frac{x(x-2)}{y}$$

$$xy = \frac{x(x-2)}{y} ( \frac{x(x-2)}{y} - 2 )$$

$$xy = \frac{x^2(x-2)^2 - 2yx(x-2)}{y}$$

~~$$y^2 = x^2 + 2x$$~~

$$y = x + 2$$
~~$$x(x+2) = x(x+2)(x)$$~~

$$yx = y(2-y) \Rightarrow x = 2 - y$$

$$y^2 = x(2-y)$$

$$\begin{cases} xy = y(y-2) \\ y^2 = x(x-2) \\ yx = y(y-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = y(y-2) \\ y^2 = x(x-2) \end{cases}$$

$$y = z = x + 2$$

~~$$(x+2)^2 = x^2 - 2x = x^2 + 4x + 4$$~~

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$$

$$-6x = 4 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{3} = z$$

$$y^2 = 2y \Rightarrow y = 2$$

$$y^2 = x(x^2 - 4x + 4) - 2yx + 4y$$

~~$$(y+2)(x+2) = (y+2)(x+2)(2+y)$$~~

$$y^2 + 4y + 2 = 2y^2 + 2y$$

$$\frac{z}{y} (y-2) = \frac{x-2}{z}$$

$$(z-y)(y^2 + yz + z^2) = 2(z-y)(z+y)$$

$$z^3 - 2z^2 = y^3 - 2y^2$$

$$\frac{x(x-2)}{y} = \frac{y(y-2)}{x} = z \quad x = \frac{z(z-2)}{y} = \frac{y(y-2)}{z}$$

$$x^2(x-2) = y^2(y-2)$$

$$x^3 - 2x^2 - y^3 + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 2(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 + 2x + 2y) = 0$$

$$x^2 + xy + y^2 + 2x + 2y = 0$$

$$x^2 + x(y+2) + y^2 + 2y = 0$$

$$D = y^2 + 4y + 4 - 4y^2 - 8y = -4y^2 - 4y + 4$$

$$z = -3y^2 - 4y + 4$$

$$x-2 = \frac{1}{y-2}$$

$$x^2 - 2x + x^2 = 0 \quad x = 0$$

$$(x-2)(y-2) = 1$$

$$yz = x(x-2) = \frac{x}{y-2}$$

$$x-2 = \frac{1}{y-2} = \frac{1}{z-2}$$

$$xy = y^2 - 2y \quad y^2 - y(2+x) = 0$$

$$z(z-2) = ky(y-2)$$

$$z-2 = \frac{x}{y-2}$$

Figure  
 $3a + 1a - 6 - 2a$   
 $2/a^2 + 3 = 3/a + 8$

$$z-2 = x = y$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  1  2  3  4  5  6  7 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорпа QR-кода недоступна!

