



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

Умножим
первое на
второе

$$x^2 y z = (-6z + z^2)(-6x + x^2)$$

$$x^2 y z = z(z-6)x(x-6)$$

$$y^2 = (z-6)(x-6) \text{ т.к. ненулевые числа}$$

$$y^2 = zx - 6(z+x) + 36 - \text{подставим } 3$$

$$y^2 = -6y + y^2 - 6(z+x) + 36$$

$$0 = -6(z+x+y) + 36$$

$$z+x+y = 6$$

$$z = 6 - x - y - \text{подставим во 2)}$$

$$y(6-x-y) = -6x + x^2$$

$$y^2 - yx + 6y = -6x + x^2 - \text{подставим уравнение}$$

$$-y^2 + 6z - z^2 + 6y = -6x + x^2$$

$$6(z+x+y) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$36 = x^2 + y^2 + z^2$$

Морча



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \cancel{x^2 - 12x + 36} + \cancel{y^2 - 12y + 36} + \cancel{z^2 - 12z + 36} \\&= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = \\&= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 = 36 - 12 \cdot 6 + 36 = \\&= 72 - 72 = 0\end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$n = 10^{20001} - 1$$

$$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$= \underbrace{999 \dots 999}_{20000} \underbrace{4000000}_{400002} + \underbrace{2999 \dots 9}_{20000} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 9}_{20000} \underbrace{400 \dots 0}_{20000} \underbrace{2999 \dots 9}_{20000}$$

Значит ответ: $20000 + 20000 = 40000$

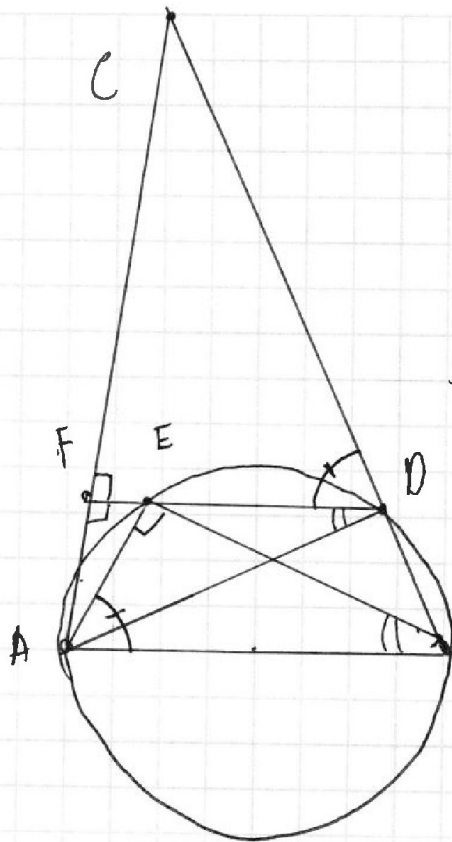
Ответ: 40000



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) ~~1) $\angle ABE = \angle ADE$, м.к.~~

они опираются на одну дугу

2) $\angle AEB = 90^\circ$ м.к. AB - диаметр

3) $\triangle AFD \approx \triangle AEB$ по 2 углам
($\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ - по усл. и 2)
 $\angle ADE = \angle ABE$ - по 1))

4) из 3) $\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{EB}{FD} \Rightarrow FD = AF \cdot \frac{EB}{AE}$

5) $\angle EAB = \angle CDF$ по вписанным
м.к. $\triangle AEB$ в окр.

6) $\triangle AEB \approx \triangle DFC$ по 2 углам
($\angle EAB = \angle CDF$ - по 5)
 $\angle BEA = \angle CDF = 90^\circ$ - по усл. и 2))

7) из 6) $\Rightarrow \frac{FC}{EB} = \frac{DF}{AE} \Rightarrow$
 $\Rightarrow FD = FC \cdot \frac{AE}{EB}$

8) $FC \cdot \frac{AE}{EB} = FD = FA \cdot \frac{EB}{AE}$

9) из 8) $\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE^2}{EB^2}$

10) посчитаем AE по теореме Пифагора

$$AE = \sqrt{AB^2 - EB^2}$$

11) $\frac{AF}{FC} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2}$, и $AF + FC = AC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AC - AF} = \frac{AB^2 - EB^2}{EB^2} \Rightarrow \frac{AC - AF}{AF} = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ ~~2~~ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AC}{AF} - 1 = \frac{EB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$\frac{AC}{AF} = \frac{AB^2}{AB^2 - EB^2}$$

$$AF = \frac{AC \cdot (AB^2 - EB^2)}{AB^2} = \frac{20 \cdot (10^2 - 9^2)}{10^2} =$$

$$= \frac{20 \cdot (100 - 81)}{100} = \frac{2 \cdot 19}{10} = \cancel{2.9} 3,8$$

Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ 1 ~~8~~ ИЗ 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54

Заметим, что скажем, что коробка x , тогда
 вариантов выбрать 9 и 5 коробок равны
 C_x^9 и C_x^5 . Из них ~~по~~ давайте
 посчитаем выигрышные ~~варианты~~ ^{варианты 9 4 5} их всего
 (3 коробки фиксируем из остальных мы
 выберем) C_{x-3}^6 и C_{x-3}^2 . Тогда посчитаем
 вероятности:

$$\frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} \neq \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \Rightarrow \text{из условия надо найти } x \text{ в уравнении}$$

$$\Rightarrow \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = k \cdot \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$\frac{\frac{(x-3)!}{(x-9)! \cdot 6!}}{\frac{x!}{(x-9)! \cdot 9!}} = \frac{\frac{(x-3)!}{(x-5)! \cdot 2!}}{\frac{x!}{(x-5)! \cdot 5!}} \cdot k$$

$$\frac{9! \cdot (x-9)! \cdot (x-3)!}{x! \cdot (x-9)! \cdot 6!} = \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 5!}{2! \cdot (x-5)! \cdot 9!} \cdot k$$

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (x)(x-1)(x-2) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (x)(x-1)(x-2) \cdot k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = 8,4$$

Ответ: 8,4 раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Monga = \sqrt{a_2} = 3 \sqrt{a_1}$$

$$Monga \quad d = \sqrt{a_1}$$

$$x_1 + 3d = x_4 \quad - \frac{\sqrt{a_2} + 5}{2} + 3 \sqrt{a_1} = \frac{\sqrt{a_2} + 5}{2}$$

$$x_1 + 2d = x_3 \quad - \frac{\sqrt{a_2} + 5}{2} + 2 \sqrt{a_1} = \frac{\sqrt{a_1} + 5}{2}$$

$$x_1 + d = x_2 \quad - \frac{\sqrt{a_2} + 5}{2} + \sqrt{a_1} = \frac{-\sqrt{a_1} + 5}{2}$$

$$- \frac{3\sqrt{a_1} + 5}{2} + 3\sqrt{a_1} = \frac{3\sqrt{a_1} + 5}{2} = \frac{\sqrt{a_2} + 5}{2}$$

- переходим

$$- \frac{3\sqrt{a_2} + 5}{2} + 2\sqrt{a_1} = \frac{\sqrt{a_1} + 5}{2} \quad - \text{переходим}$$

$$- \frac{3\sqrt{a_1} + 5}{2} + \sqrt{a_1} = \frac{-\sqrt{a_1} + 5}{2} \quad - \text{переходим}$$

значит ответ $a=5$

ответ: $a=5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
13 из 14

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$1) x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$2) 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

Пусть корни первого x_2 и x_3 , а корни

второго x_1 и x_4 . Пусть $x_4 \geq x_3 \geq x_2 \geq x_1$. Тогда

из уса ~~$x_3 = x_4 + d$~~ $x_2 = x_1 + d$
 ~~$x_2 = x_3 + d$~~ $x_3 = x_1 + 2d$
 $x_4 = x_1 + 3d$.

Заметим, что

$$x_1 + x_4 = x_2 + x_3$$

$$x_1 + (x_1 + 3d) = (x_1 + d) + (x_1 + 2d)$$

$$2x_1 + 3d = 2x_1 + 3d$$

Запишем теорему Виетта: в двух уравнениях

$$x_2 + x_3 = -\frac{-(a^2 - 4a)}{1}$$

$$x_1 + x_4 = -\frac{-(a^3 - 4a^2)}{5}$$

Тогда:

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a \quad | \cdot 5 \quad \text{Пусть } a \neq 0. \text{ Тогда}$$

$$\frac{a(a^2 - 4a)}{5} = a^2 - 4a$$

$$\frac{a^2 - 4a}{5} = a - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
28 ИЗ 128

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 4a = 5a - 20$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$(a-5)(a-4) = 0$$

Отсюда $a=5$ или $a=4$. Значит у нас 3 варианта $a=5$, $a=4$ и $a=0$. Давайте подставим каждый и проверим

$$a=0:$$

$$1) x^2 + 4 = 0$$

$$2) 5x^2 - 15 = 0$$

у первого нет корней противоречие

$$a=4:$$

$$1) x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$2) 5x^2 - (64 - 64)x - 128 - 24 - 15 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x_2 = -2 \quad x_3 = 2$$

$$5x^2 - 164 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -\sqrt{\frac{164}{5}} \quad x_4 = \sqrt{\frac{164}{5}}$$

Заметим, что

$$4 = -2 + \sqrt{\frac{164}{5}}$$

$x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1$

а это равносильные числа противоречие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a=5:$$

~~x2-1665~~

$$\begin{cases} 1) & x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2) & 5x^2 - 5(25 - 20)x - 1250 - 39 - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) & x^2 - 5x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2) & 5x^2 - 5(25 - 20)x - 5(250) - 5 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - 1 = 0 \\ x^2 - 5x - 2528 = 0 \end{cases}$$

D_1 - дискриминант 1 уравн.
 D_2 - дискриминант 2 уравн.

Итого $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$. Запишем это

$$\frac{\sqrt{D_1} + 5}{2} - \frac{\sqrt{D_1} + 5}{2} = -\frac{\sqrt{D_1} + 5}{2} - \frac{\sqrt{D_2} + 5}{2}$$

$$\frac{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2} + 10}{2} = \frac{-\sqrt{D_1} + 10}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{D_1} - \sqrt{D_2} = -2\sqrt{D_1}$$

$$-\sqrt{D_2} = -3\sqrt{D_1} \Rightarrow D_2 = 9 \cdot D_1$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$D_2 = 25 + 4 \cdot 25 \cdot 9 = 25 + 900 = 925$$

$$9 \cdot 29 = 261$$

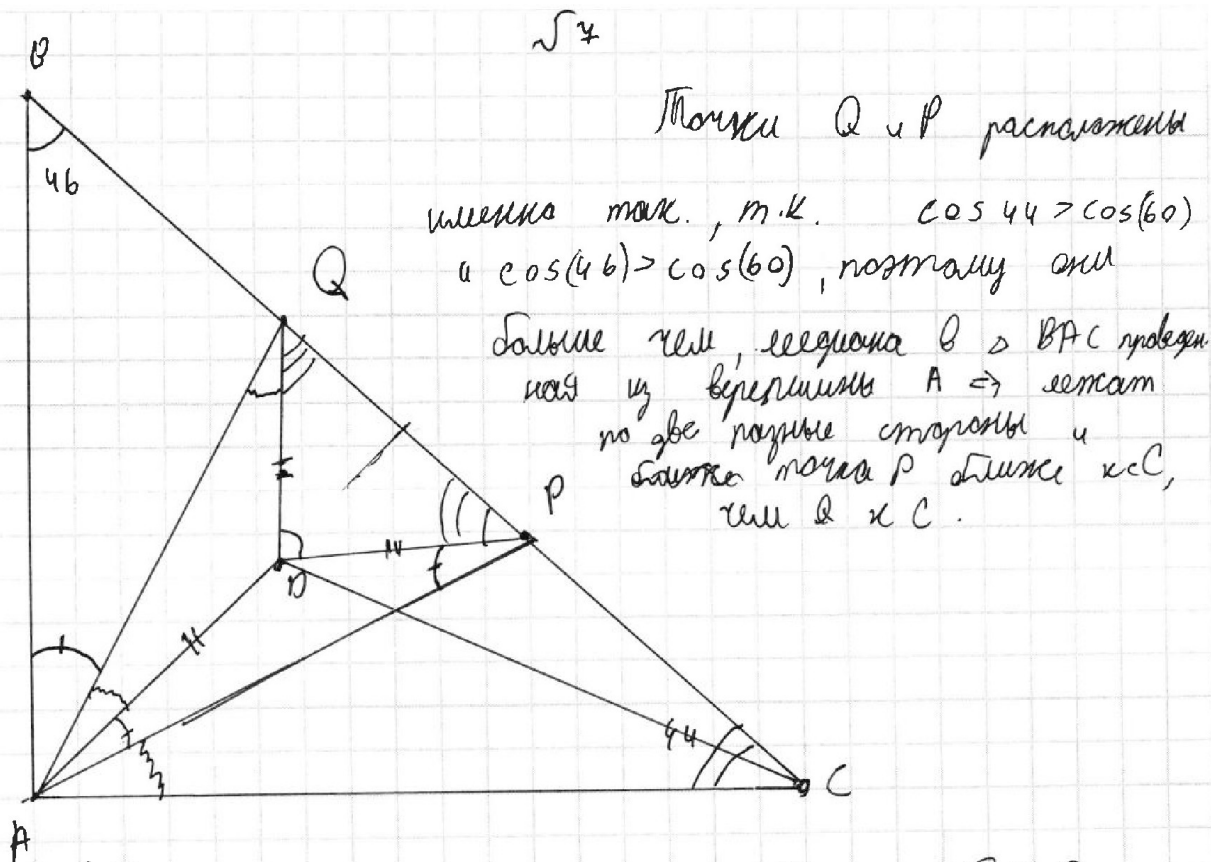
Проверяем, что эти значения являются параметрами задачи, то есть не отрицательными.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Заметим, что т.к. $QD = DP$ и $\angle QDP = 90^\circ$,
то $\angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$.

2) Рассмотрим $\angle APB = \angle PAB = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2}$
т.к. $AB = BP$
 $= \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ$

3) $\angle AQP = \angle QAC = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$
т.к. $AC = CQ$

4) $\angle BQA = 180^\circ - \angle AQP = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$

5) $\angle APC = 180^\circ - \angle APQ = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
28 из 84

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \angle PAC = 180^\circ - \angle PCA - \angle APC = 180^\circ - 44 - 113 = 23^\circ$$

$$7) \angle QAB = 180^\circ - \angle QBA - \angle BQA = 180^\circ - 46^\circ - 112 = 22^\circ$$

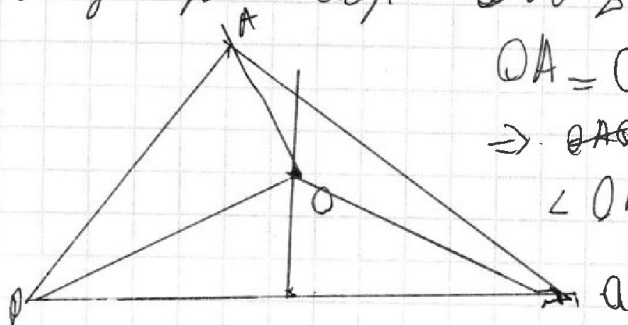
$$8) \angle QAP = \angle BAC - \angle QAB - \angle PAC = 90^\circ - 22^\circ - 23^\circ = 45^\circ$$

$$9) \angle PPA = \angle QPA - \angle DPQ = 67 - 45 = 22^\circ$$

$$10) \angle DQA = \angle PQA - \angle PQD = 68 - 45 = 23^\circ$$

11) Тогда заметим, что $\triangle APQ$ - остроугольный $\triangle$ и точка D лежит на срезе перпендикуляров к QP и $\angle AQD + \angle APD = \angle QAP = 22 + 23 = 45^\circ$.

Возьмем две точки. Заметим, что если взять центра сфер O в $\triangle APQ$, то



$$OA = OP \text{ и } OQ = OA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle OAP = \angle OPA \text{ и } \angle OAP = \angle OPA$$

$$\angle OAQ = \angle OQA \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☒ 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \angle PAQ = \angle O A Q + \angle O A P = \angle O P A + \angle O P Q O Q A.$$

Тогда, заметим, что если мы начнем (внутри треугольника) двигать точку O по сер. перу то углы $(\angle O P A \text{ и } \angle O Q A)$ начисают либо ~~уменьшаются~~ и уменьшаются (двигая вверх) либо возрастают (двигая вниз), но заметим, что треугольник остроугольный (значит точка O лежит внутри треугольника), тогда заметим что если ~~из~~ оба угла ~~уменьш.~~ уменьш. сумма углов ~~уменьш.~~ , и если оба угла ~~возрастают~~ то и сумма углов ~~возрастет~~ , это значит что внутри треугольника только если точка O на сер. перу будет выполняться наше равенство значит точка D - это центр сер. $\triangle P A Q$. Тогда

$$12) \text{ из } (1) \Rightarrow PA = DQ = DP$$

$$13) \angle P A D = \angle A P D \text{ т.к. } AP = DP \text{ по } (1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14) \angle DAC = \angle DAP + \angle PAC = \angle DPA + \angle PAC = 22^\circ + 23^\circ = 45^\circ \quad \text{по 9) и 6)}$$

$$15) \angle DPC = \angle APD + \angle APC = 22 + 113 = 135^\circ \quad \text{по 9) и 5)}$$

16) $\square ADPC$ - вписанный м.к. сумма

противоположных углов $180^\circ = \angle DPC + \angle DAC = 45^\circ + 135^\circ$

$$17) \angle DCP = \angle DAP = 22^\circ \quad \text{м.к. по 14) и 15)}$$

спирается на одну дугу $\square ADPC$ - вписанный.

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-b)^2 + (z-b)^2 + (y-b)^2$$
$$y^2 = (z-b)(x-b)$$

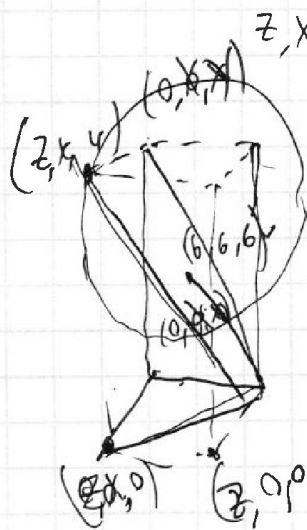
$(0, x, 0)$

z, x, y

z

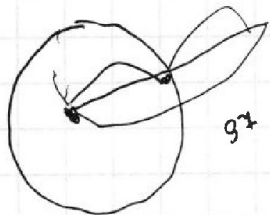
z, y

z, y



(z, x)

$z \cdot (z-b)$



$$\begin{array}{r} 899 \\ 899 \\ \hline 899 \\ 899 \\ \hline 899 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 899 \\ 899 \\ \hline 899 \\ 899 \\ \hline 899 \end{array}$$



z

C_{x-2}

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ 9 \cdot 8 \cdot 7 \\ \hline 5 \cdot 4 \cdot 3 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7}{5} = \frac{112}{5}$$

$$\frac{C_6^{x-3}}{C_x^9}$$

$$= \frac{C_{x-3}^2}{C_{x-3}^5}$$

$$\frac{(x-3)(x-4) \dots (x-8)}{6!}$$

$$\frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-8)}{9!}$$

$$= \frac{(x-3)(x-4)}{2!}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!}$$

$$\begin{array}{r} 899 \\ 899 \\ \hline 899 \\ 899 \\ \hline 899 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x \ 99 \\ x \ 99 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ 9 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \ 9 \ 9999 \cdot 9 \ 9 \ 1 \\ 80 \ 9 \ 99999 \ 1 \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 109 \ 0 \ 99 - 1 \ 3 = \\ = 100000 \ 3 - 3100000 \ 2 \\ \times 31000000 - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ 81 \\ \hline 42 \ 9 \end{array}$$

$$z \ 7 \ x \ 3 \ y$$

$$A \ 4$$

$$9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \\ \hline \end{array}$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$(x-6)^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$\begin{array}{r} x^2 y z = (x-6)^2 (y-6) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \\ \hline \end{array}$$

$$(y-6)^2$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} z^4 (y-6) (z-6)^2 \cdot \frac{(x-6)}{x^2} = \frac{(x-6)}{(y-6)} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} z^4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 5 = \frac{15}{x} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (y-6)^2 \cdot \frac{1}{x^4} \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 y z = z y (-6 + z) (y - 6)$$

$$x^2 = (z - 6) (y - 6)$$

$$z^2 = (x - 6) (y - 6)$$

$$y^2 = (z - 6) (x - 6)$$

$$\frac{y^2}{(x-6)} = \frac{x^2}{(y-6)}$$

$$\frac{9}{5} = 1,8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

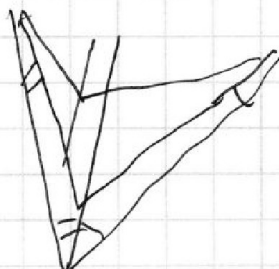
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено болсе одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



~~X~~
 $xy = -6z + z^2$

$z, x^2 = (z-6)(y-6)$

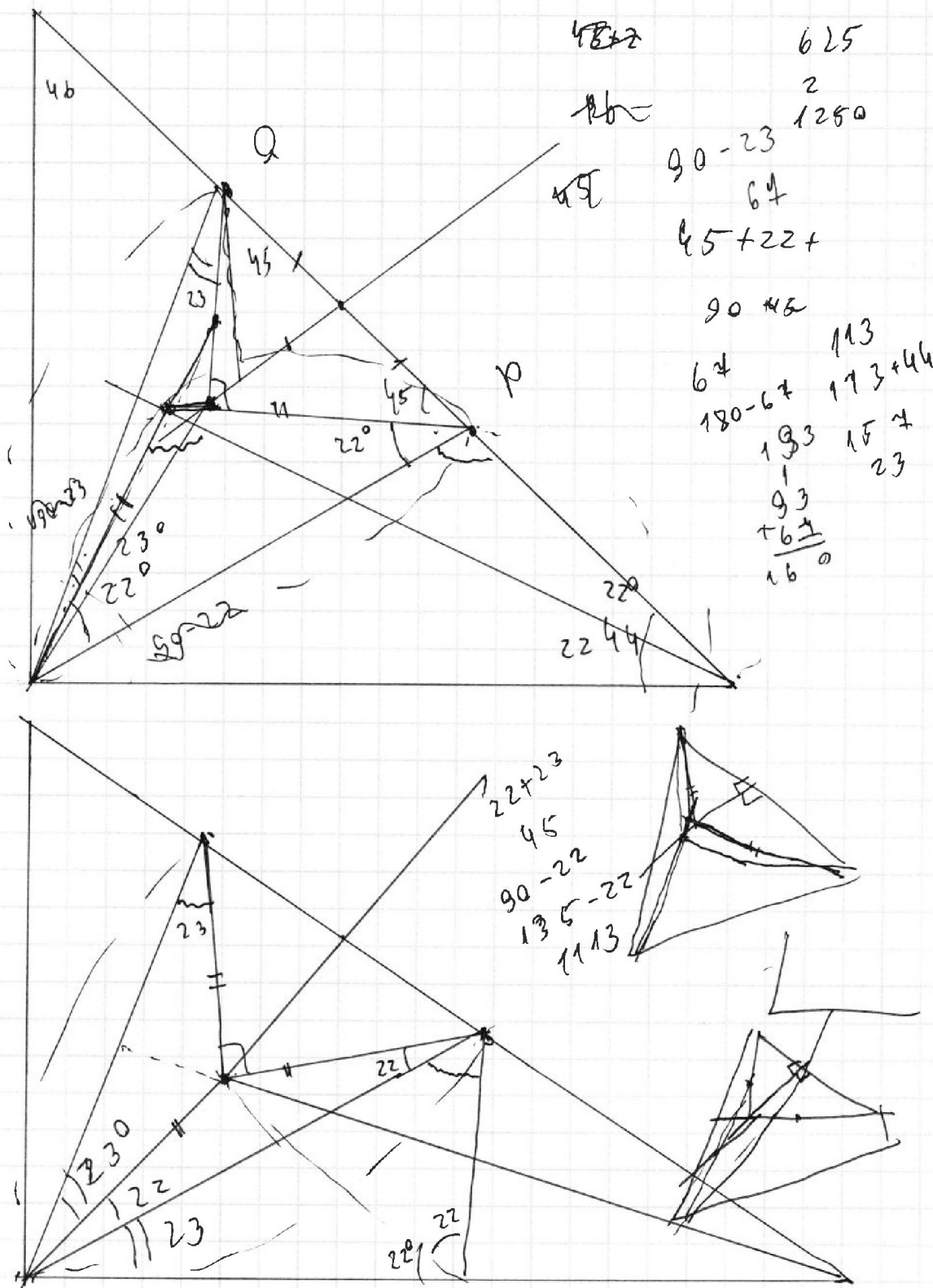


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2 \cdot \frac{2}{4}}{\frac{4}{6}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{6}}$$

20
1,9
2,8
~~15~~
16,2

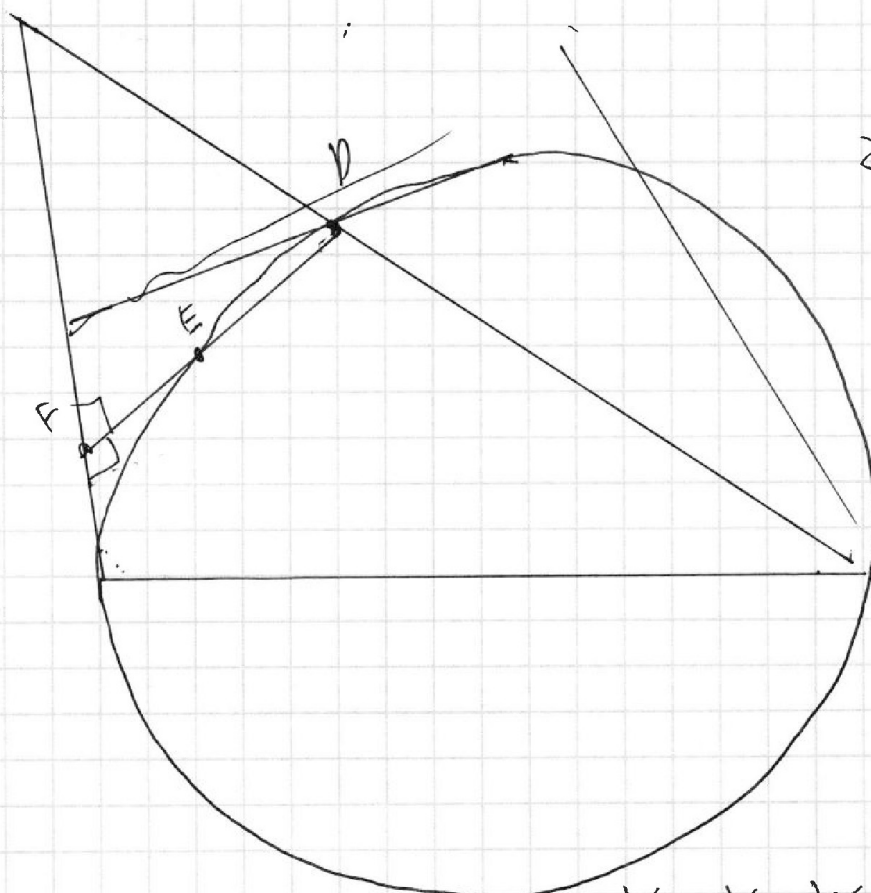


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



2345

$$\frac{4}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{C_x^6 \cdot 112}{C_x^9} \quad \frac{C_x^7 \cdot 112}{C_x^5}$$

$$\frac{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)(x-1) \cdot 9!}{(x-8)(x-7)(x-6)(x-5) \cdot 6!} = \frac{(x-1)x \cdot 5!}{(x-5)(x-4)(x-3)(x-2) \cdot 2!}$$

x

$$\frac{C_{100}^{94}}{C_{100}^{99}}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{(x-8)(x-7)(x-6)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{(x-4)(x-3)(x-2)}$$

100 · 99 · 98
3 · 2 · 1

100



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$6 + 4$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a$$

$$x^2 = (y-4)(z-6)$$

$$x+y+z = -6$$

$$a = 4$$

$$x^2 = yz - 6(z+y) - 36$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a \quad x^2 = -6x + x^2$$

$$a_1 = 0$$

$$a = 4$$

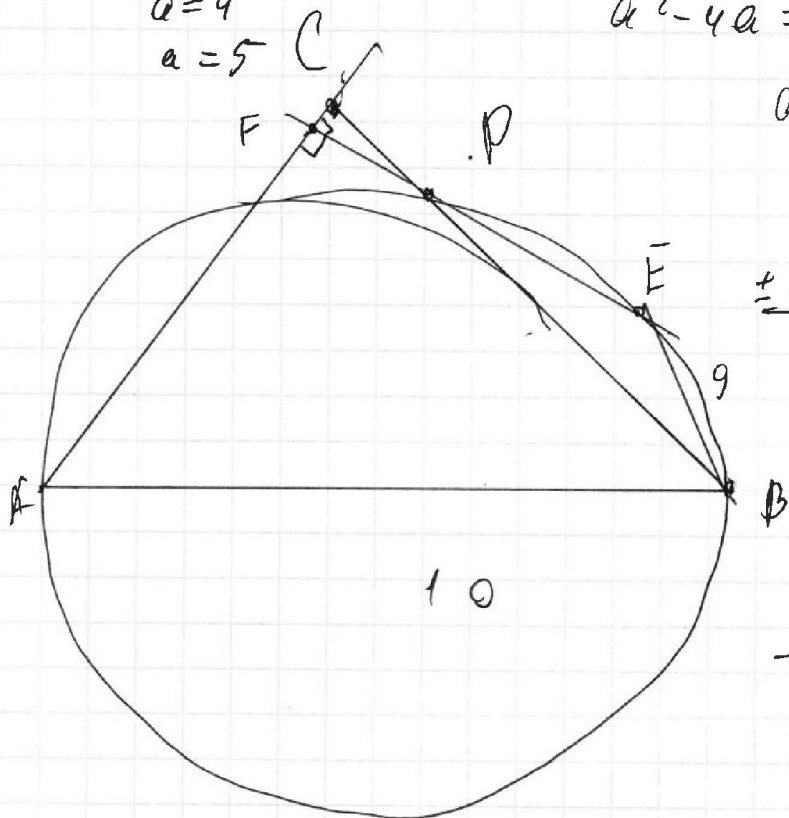
$$a = 5$$

$$a^2 - 4a = 5a - 20$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$81 - 4 \cdot 20 = 1$$

$$\frac{\pm 1 + 9}{2} = 4, 5$$



$$-6(x+y+z) - 36 = 0$$

$$x+y+z = -6$$