



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замесла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z^2 + 3z \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

Вычтем одно из другого, получим

$$xy - yz = z^2 + 3z - x^2 - 3x$$

$$y(x - z) = (z - x)(z + x) + 3(z - x)$$

$$(x - z)(y + x + z + 3) = 0$$

Аналогично для двух групп пар, тогда

$$\begin{cases} (x - z)(x + y + z + 3) = 0 \\ (z - y)(x + y + z + 3) = 0 \\ (y - x)(x + y + z + 3) = 0 \end{cases}$$

1) Пусть $x = y = z$, тогда

$$xy = z^2 + 3z \text{ можно записать как } x^2 = x^2 + 3x \Rightarrow x = 0 = y = z, \text{ но по условию } x, y, z \neq 0$$

2) Т.к. система симметрична, если $x = y \neq z$, ~~и наоборот~~, тогда $x = z \neq y$ и $z = y \neq x$, аналогично, тогда пусть $x = z \neq y$, тогда

$$\begin{cases} x^2 = 3y + y^2 \\ xy = x^2 + 3x \end{cases}$$

~~так как выражения не являются тождествами~~

~~$$\begin{cases} x^2 = 3y + y^2 \\ xy = x^2 + 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y) = 3y \\ x(y - x) = 3x \end{cases}$$~~

т.к. $x \neq y, x \neq 0, y \neq 0$ $\frac{(x - y)(x + y)}{x(y - x)} = \frac{3y}{3x} \Rightarrow \frac{x + y}{-x} = \frac{y}{x}$

$$x^2 + xy = -xy, x(x + 2y) = 0 \Rightarrow x = -2y; \text{ тогда}$$

$$x^2 = 3y + y^2 \text{ перепишем в виде } 4y^2 = 3y + y^2, 3y(y - 1) = 0, \text{ откуда } y = 1, x = -2y = -2 = z, \text{ тогда}$$

$$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 1 + 1 + 4^2 = 16 + 2 = 18.$$

3) Если ~~$x \neq y \neq z$~~ x, y, z различны, то $x + y + z + 3 = 0$, тогда $z + 3 = -(x + y), x + 3 = -(z + y), y + 3 = -(x + z),$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{значит } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = \\ = 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + xz) = 2((x+y+z)^2 - (xy + yz + xz))$$

$$\text{Известно, что } (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) \text{ и}$$

$$xy + yz + xz = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2; \quad x+y+z = -3;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + xz + yz) = (xy + yz + xz) - 3(x+y+z),$$

$$3(xy + yz + xz) = (x+y+z)(x+y+z+3) = 0, \text{ значит}$$

$$xy + yz + xz = 0, \text{ откуда искомое выражение}$$

$$2((x+y+z)^2 - (xy + yz + xz)) = 2(x+y+z)^2 = 2 \cdot 9 = 18.$$

Таким образом, для любых x, y, z выражение $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$.

Ответ: 18.

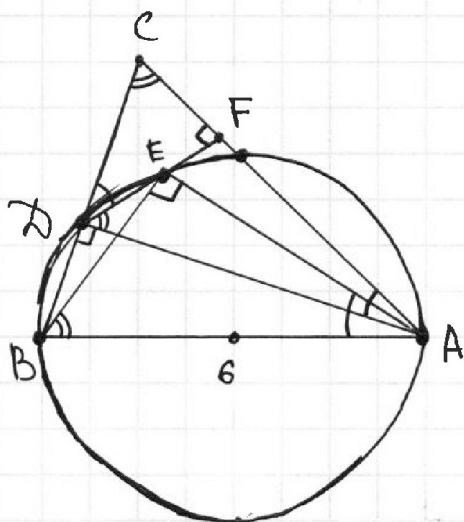


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $\angle BAE = \alpha$, тогда
т.к. $\angle BEA = 90^\circ$ (опер. на диаметр),
 $\angle EBA = 90^\circ - \alpha$, пусть $90^\circ - \alpha = \beta$;
из вписанности $BDEA$ $\angle ADE = \beta$,
а т.к. $\angle BDA = 90^\circ$ (опер. на диаметр),
 $\angle CDF = 90^\circ - \angle EDA = \alpha$, а $\angle DCA =$
 $= 90^\circ - \alpha = \beta$, $\angle DAF = 90^\circ - \beta = \alpha$;

2) Тогда из равенства углов из п.1 получили
подобные треугольники ADF и ACD , ~~также~~ а
также $\triangle CDF \sim \triangle CAD$, откуда $\frac{CF}{CD} = \frac{CD}{AC} = \sin \alpha$;

3) т.к. $BE = 5$, $AB = 6$, $\angle BAE = \alpha$, $\sin \alpha = \frac{5}{6}$; тогда
 $\frac{CD}{AC} = \frac{5}{6}$, а $AC = 10$, откуда $\frac{CD}{10} = \frac{5}{6}$, $CD = \frac{25}{3}$;

$$CD^2 = CF \cdot AC \Rightarrow CF = \frac{CD^2}{AC} = \frac{625}{9 \cdot 10} = \frac{125}{18};$$

$$CF + AF = AC = 10 \Rightarrow AF = 10 - CF = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18};$$

Ответ: $\frac{55}{18}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего карточек было n , тогда
вероятность выигрыша, когда открывают 5
карточек будет равна $P(5) = \frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} =$

$$= \frac{1 \cdot (n-3)! \cdot (n-5)! \cdot 5!}{(n-5)! \cdot 2! \cdot n!} = \frac{(n-3)! \cdot 5!}{n! \cdot 2}$$

А когда открывают 6 карточек, вероятность
выигрыша равна $P(6) = \frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^3}{C_n^6} =$

$$= \frac{1 \cdot (n-3)! \cdot (n-6)! \cdot 6!}{3! \cdot (n-6)! \cdot n!} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot 6}{n! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1} = \frac{(n-3)! \cdot 5!}{n!}$$

$$\text{тогда } \frac{P(6)}{P(5)} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot n! \cdot 2}{n! \cdot (n-3)! \cdot 5!} = 2, \text{ значит}$$

вероятность выигрыша игрока увеличилась в 2 раза.

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

По т. Виета $x_1 + x_2 = a^2 - a$, $x_1 \cdot x_2 = a - 5$; т.к. x_1 и x_2 — 5 и 6 члены арифм. прогрессии, можно записать это в виде

$$b_5 + b_6 = b_1 + 4d + b_1 + 5d = 2b_1 + 9d = a^2 - a,$$

$$(b_1 + 4d)(b_1 + 5d) = b_1^2 + 9b_1d + 20d^2 = a - 5$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0,$$

по т. Виета $x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4}$;

аналогично первому ур-нию, т.к. x_1 и x_2 — 3 и 8 члены арифм. пр-ции,

$$b_3 + b_8 = 2b_1 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4}, (b_1 + 2d)(b_1 + 7d) =$$

$$= b_1^2 + 9b_1d + 14d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4};$$

систему $\begin{cases} 2b_1 + 9d = a^2 - a \\ b_1^2 + 9b_1d + 20d^2 = a - 5 \quad (1) \\ 2b_1 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ b_1^2 + 9b_1d + 14d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \quad (2) \end{cases}$

$$2b_1 + 9d = a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}, 4a(a-1) = a^2(a-1),$$

$$a(a-1)(a-4) = 0, \text{ откуда } \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вычитая из (1) (2), получим

$$(1) - (2) = 6d^2 = a - 5 - \frac{(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)}{4},$$

$$24d^2 = 4a - 20 - 2a^4 - 2a^2 + a^6 + 4,$$

$$24d^2 = a^6 - 2a^4 - 2a^2 + 4a - 16$$

1) $a = 0$

$$\frac{24d^2}{\geq 0} = \frac{-16}{< 0} \text{ - не может быть}$$

2) $a = 1$

$$24d^2 = 1 - 2 - 2 + 4 - 16 = -15 \text{ - не может быть}$$

3) $a = 4$

$$24d^2 = 4^6 - 2 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^2 + 16 - 16 = 2^{12} - 2^9 - 2^5 = 2^5(2^7 - 2^4 - 1) =$$

$$= 32(128 - 16 - 1) = 32 \cdot 111 = 8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 37, d^2 = 4 \cdot 37 \text{ - не подходит.}$$

Ответ: 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

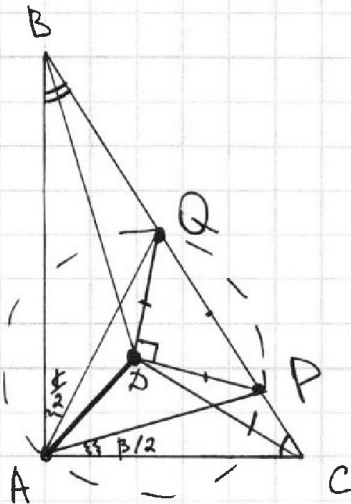
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) пусть $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$, тогда
 $\angle BAP = \angle BPA = \frac{180 - \beta}{2} = 90 - \frac{\beta}{2}$, откуда
 $\angle PAC = \frac{\beta}{2}$, аналогично $\angle BAQ = \frac{\gamma}{2}$,
 а $\beta + \gamma = 90^\circ$, значит $\angle QAP =$
 $= 90^\circ - \frac{\beta + \gamma}{2} = 45^\circ$; тогда

$\angle QAP = 45^\circ$, $\angle QDP = 90^\circ = 45^\circ \cdot 2 \Rightarrow D$ - центр опис.

окр-ти $\triangle APQ$;

2) т.к. D - ц. опис. окр-ти $\triangle APQ$, $\angle ADQ = 2 \cdot \angle APQ =$
 $= 2 \cdot (90^\circ - \frac{\beta}{2}) = 180^\circ - \beta \Rightarrow ABQD$ - впис.,

$\angle BAD = \angle DQP = 45^\circ$; аналогично $\angle DAC = 45^\circ$,
 значит D на бис-се $\angle BAC$;

3) $\angle QPD$ - внешний угол $\triangle DPC$, $\angle QPD = \angle PDC + \angle PCD =$
 $= 45^\circ = \angle PDC + 20^\circ \Rightarrow \angle PDC = 25^\circ$; из впис.
 $\triangle DPC$ $\angle PDC = \angle PAC = 25^\circ = \frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta = 50^\circ$, $\gamma = 40^\circ$;
 $\angle DBC = 45^\circ - \angle BDC = 45^\circ - \angle BAQ = 45^\circ - \frac{\gamma}{2} = 25^\circ$.

$\angle DBC = 25^\circ$.

Ответ: 25° .

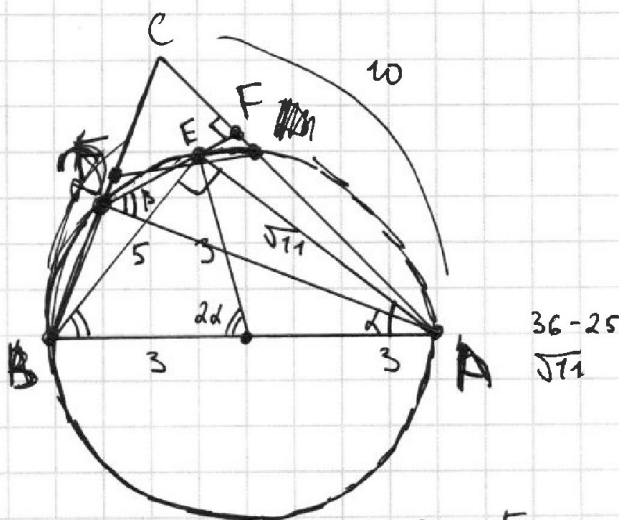
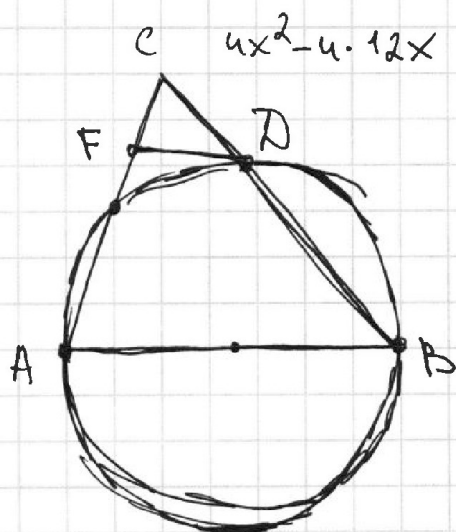


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$25 = 9 + 9 - 2 \cdot \cos 2\alpha \cdot 9$$

$$25 = 18(1 - 2\cos 2\alpha)$$

$$2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 - 2 \cos 2\alpha = \frac{4}{18}$$

$$2^4 + 2^3 - 2^{10} - 1$$

$$18(16 + 1 - 128) - 1$$

$$6 = \frac{\sqrt{11}}{\sin \beta}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} \quad \frac{CF}{DC} = \frac{5}{6}$$

$$\cancel{CD \cdot BC} = \cancel{CF + \dots}$$

$$\sin \alpha = \frac{DF}{AF} = \frac{CF}{CD} = \frac{CD}{AC} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{CD}{10} = \frac{5}{6} \quad CD = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

$$CF \cdot 10 = \frac{25^2}{9}$$

$$CF = \frac{625}{9 \cdot 10} = \frac{275}{18 \cdot 5}$$

$$AF = 10 - \frac{625}{9 \cdot 10} = \frac{900 - 625}{90} =$$

$$\frac{55}{18} = \frac{25(36 - 25)}{5 \cdot 18} =$$

$$\frac{55}{18} = \frac{25(36 - 25)}{5 \cdot 18} =$$

$$6 = 2R = \frac{5}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{25}{25} = \frac{125}{625}$$

$$9^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$99^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 1331$$

$$\frac{55}{18} = \frac{25(36 - 25)}{5 \cdot 18} =$$

$$CF \cdot 10 = \frac{25^2}{9}$$

$$AF = 10 - \frac{625}{9 \cdot 10} = \frac{900 - 625}{90} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$\Delta = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = a^2(a - 1)^2 - 4a + 20 = a^2(a^3 - 2a + 1) - 4a + 20 =$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - a \quad b_5 + b_6 = 2b_1 + 9d = a^2 - a$$

$$x_1 \cdot x_2 = a - 5 \quad (b_1 + 4d)(b_1 + 5d) = b_1^2 + 9b_1d + 20d^2 = a - 5$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad 12$$

$$x_1 + x_2 = b_3 + b_8 = 2b_1 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \quad -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = (b_1 + 2d)(b_1 + 7d) = b_1^2 + 9b_1d + 14d^2 = \dots$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a(a - 1) = a^2(a - 1), \quad (a - 1)(a^2 - a) = (a - 1)^2 \cdot a = 0$$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq 1 \end{cases} \quad a(a - 1) = \frac{a^2(a - 1)}{4} \quad 4a(a - 1) - a^2(a - 1) = 0$$

$$a(a - 1)(4 - a) = 0$$

$$2b_1 + 9d = a^2 - a$$

$$b_1^2 + 9b_1d + 20d^2 = a - 5$$

$$b_1^2 + 9b_1d + 44d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4}$$

$$6d^2 = a - 5 - \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \quad \left\{ \begin{array}{l} 24d^2 = -(\dots) \end{array} \right.$$

$$6d^2 = \frac{4a - 20 - 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4}$$

$$24d^2 = -(a^6 + 2a^4 - 2a^2 - 4a + 24)$$

$$3) 24d^2 = -46 + 2$$

$$-32 - 16 = -48$$

$$1) a = 0 \quad d = \pm 1$$

$$2) a = 1 \quad 24d^2 = -(1 + 2 - 2 - 4 + 24) = -21 \quad \times$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = xy + yz + xz$$

$$a = b^2 - 2c$$

$$a + 3b = c$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz)$$

$$x + y + z + 3 = 0$$

$$b = -3$$

$$z + 3 = -(x + y), y + 3 = -(x + z), x + 3 = -(y + z)$$

$$(z+3)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = (x+y)^2 + x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 =$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 6x + 6y + 18$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + xz) =$$

$$= 2(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 3(x+y+z)) =$$

$$= 4x^2 + 6x + \dots = 2x(2x+3) + 2y(2y+3) + \dots$$

$$2 \cdot 64 = 128$$

$$2a^2(a^2+1)$$

$$(y+x+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$$

$$\Rightarrow 2((y+x+z)^2 - (xy + yz + xz)) = 2 \cdot 9 = 18$$

$$xy + yz + xz = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow 2(2(x^2 + y^2 + z^2) + 3(x+y+z))$$

$$a = b^2 - 2c$$

$$a = c - 3b$$

$$b^2 - 2c = c - 3b$$

$$9 - 9 = 3c = 0$$

$$1 \dots \dots 1$$

$$4320984654321$$

$$5: \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot (n-5)! \cdot 5!}{2! \cdot (n-3-2)! \cdot n!} = \frac{5!}{2! \cdot (n-2)(n-1) \cdot n} = \frac{(n-3)! \cdot 5!}{2 \cdot n!}$$

$$6: \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{(n-3)! \cdot (n-6)! \cdot 6!}{3! \cdot (n-6)! \cdot n!} = \frac{(n-3)! \cdot 5!}{n!} \cdot \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot 2 \cdot n!}{n! \cdot (n-3)! \cdot 5!} = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(3+x) \\ xz = y(3+y) \end{cases}$$

$$xy - yz = z^2 + 3z - x^2 - 3x$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 3(z-x)$$

$$(x-z)(y+z+x+3) = 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(zx)^2}{y^2} + \frac{(xy)^2}{z^2} =$$

$$= \frac{(yz)^4 + (xz)^4 + (xy)^4}{(xyz)^2} = \frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc} = \frac{x^4(x+3)^4 + y^4(y+3)^4 + z^4(z+3)^4}{x+y+z+3}$$

$$n = \underbrace{99 \dots 99}_{40000} = 9 \underbrace{(111 \dots 1)}_{40000}$$

$$11^3 = 121 \cdot 11 = 1331$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 11 \\ \hline + 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12321 \\ 111 \\ \hline + 12321 \\ 12321 \\ \hline 1364631 \end{array}$$

$$x = z + y$$

$$2x + y + 3 = 0$$

$$y + 3 = -2x$$

$$2(x+3)^2 + (-2x)^2 = 2x^2 + 12x + 18 + 4x^2 = 6(x^2 + 2x + 3)$$

$$4^2 + 1 + 1 = 18$$

$$4z^2 = z^2 + 3z$$

$$x = y \neq z \quad 3z(z-1) = 0$$

$$x^2 = z^2 + 3z \quad \boxed{z=1} \quad \boxed{x=-2} \quad x = -2z$$

$$xz = x^2 + 3x$$

$$xz - 3x = z^2 + 3z$$

$$z(x-z) - \frac{x}{z} = \frac{-x}{x+z}$$

$$x(z-x) = 3x \quad -xz = x^2 + xz$$

$$(x-z)(x+z) = 3z \quad -z = x + z$$

$$1) \quad x + y + z + 3 = 0$$

$$z + 3 = -(x+y)$$

$$z = -(x+y+3)$$

$$xy = (x+y+3)(x+y)$$

$$xy = x^2 + xy + xy + y^2 + 3x + 3y$$

$$x(x+y) + 3(x+y) + y^2$$

$$1) \quad x = z = y$$

$$x^2 = x^2 + 3x$$

$$x = 0$$