



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приравняем 1° и 2°:

$$z^2 + zx + \cancel{x^2} - 6z - \cancel{6x} = y^2 + yx + \cancel{x^2} - 6y - \cancel{6x}$$

$$z^2 - y^2 + zx - yx - 6z + 6y = 0$$

$$(z - y)(z + y) + x(z - y) - 6(z - y) = 0$$

$$(z - y)(z + x + y - 6) = 0$$

Если же покажем $z \neq y \Rightarrow z + x + y = 6$.

~~$x^2 + y^2 + z^2 = 36$~~ Тогда:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 36$$

Сложим 1° + 2° + 3°:

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 12 \overbrace{(x + y + z)}^6 + zx + xy + yz = 0$$

Пусть $x^2 + y^2 + z^2 = A$; $2x + xy + yz = B$:

$$\begin{cases} A + 2B = 36 \\ 2A + B = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 36 - 2B \\ 72 - 4B + B = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 36 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$\text{Итак имеем: } (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 =$$

$$= \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{36} - \underbrace{12(x + y + z)}_6 + 108 = -36 + 108 = 72.$$

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \quad | \cdot (z \neq 0) \\ yz = -6x + x^2 \quad | \cdot (x \neq 0) \\ zx = -6y + y^2 \quad | \cdot (y \neq 0) \end{cases} \quad x, y, z \neq 0 \text{ по условию}$$

Тогда:

$$-6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3 = -6y^2 + y^3$$

$$(1) \quad -6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3$$

$$(2) \quad -6x^2 + x^3 = -6y^2 + y^3$$

$$(3) \quad -6z^2 + z^3 = -6y^2 + y^3$$

Из (1): (переносим и раскрываем скобки)

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2 - 6(z+x)) = 0$$

Из (2):

$$(y-x)(y^2 + yx + x^2 - 6(y+x)) = 0$$

Из (3):

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2 - 6(y+z)) = 0$$

Заметим, что ~~каждые~~ ^{если какие-то} 2 из x, y, z равны. Т.к. ~~каждая~~ ^{каждые} выражения целые-целое, т.е. любые 2 слагаемых по 1 разу.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

500, $x=y$ (оставшиеся значения), тогда:

$$\begin{cases} x^2 = -6z + z^2 \\ xz = -6x + x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -6z + z^2 \\ xz = -6x - 6z + z^2 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \quad x^2 + 6z = z^2 - 6z \quad z^2 - 6z - 6x - xz = 0$$

$$x(x+6) = z^2 - z(6+x) - 6x = 0$$

$$xz^2 - 6xz \quad D_2 = (6+x)^2 + 24x =$$

$$= 36 + 12x + x^2 + 24x = (x+6)^2$$

$$z = \frac{6+x - |6+x|}{2} = \begin{cases} 0 - \text{не может быть} \\ x+6 \end{cases}$$

Подставим в (3):

$$(x+6)x = -6x + x^2 \quad |:x \quad (x \neq 0)$$

$$x+6 = -6+x$$

$$6 = -6 - \text{неверно}$$

Тогда имеем 2 неравенства.

Значит,

$$\begin{cases} 1^{\circ} \quad z^2 + zx + y^2 - 6(z+x) = 0 \\ 2^{\circ} \quad y^2 + yx + x^2 - 6(y+x) = 0 \\ 3^{\circ} \quad z^2 + yz + y^2 - 6(y+z) = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_2 \quad \underbrace{99 \dots 9}_{20001} = (10^{20002} - 1) = n$$

$$n^3 = (10^{20002} - 1)^3 = 10^{60006} - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002} - 1$$
$$\begin{array}{r} 1000 \dots 0 \\ - 60006 \quad 3000 \dots 0 \\ \hline 99 \dots 970 \dots 0 \end{array}$$

40004

$$\underbrace{99 \dots 970 \dots 0}_{20001} \quad \underbrace{40004}$$

Затем:

$$\begin{array}{r} 99 \dots 970 \dots 0 \\ \hline 20001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \dots 0 \\ \hline 20002 \end{array}$$

и еще раз:

$$\begin{array}{r} 99 \dots 970 \dots 300 \dots 0 \\ \hline 20001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20002 \\ 10 \end{array}$$

-1

$$\underbrace{9 \dots 97 \dots 29 \dots 9}_{20001} \quad \underbrace{20002}$$

Всего: $20001 + 20002$

Ответ: 40003.

Ques: 1, 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть всего коробок $n \Rightarrow$ всего вариантов размещения ~~фигур~~ телеведущих 3-ех шаров по коробкам - C_n^3

Всего прок, при открытии 5-коробок проверяет C_5^3 троек $\Rightarrow$ вероятность выигрыша = $\frac{C_5^3}{C_n^3}$

при открытии 3-коробок, вероятность равна

$$\frac{C_5^3}{C_n^3}$$

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2}$$

$$\frac{C_5^3}{C_n^3} = \frac{C_5^3}{C_n^3} = \frac{8! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{3! \cdot 6! \cdot 5 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9^2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{42}{5} = 8,4$$

Ответ: в 8,4 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N: 5

Пусть ~~a_6, a_7~~ a_i - i -ый член арифметической прогрессии (т.е. $d \neq 0$, где d - разность этой арифметической прогрессии). Тогда:

$$a_6 + a_7 = a_5 + a_8$$

Док-во.

Пусть $a_6 = A$ тогда:

$$\begin{cases} a_5 = a_6 - d = A - d \\ a_7 = a_6 + d = A + d \\ a_8 = A + 2d \end{cases}$$

$$a_6 + a_7 = A + A + d = 2A + d$$

$$a_5 + a_8 = A - d + A + 2d = 2A + d$$

Пусть x_1, x_2 - корни $\overset{\text{у-но}}{x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0}$
причем $\begin{cases} x_1 = a_6 \\ x_2 = a_7 \end{cases}$ из условия

По теореме Виетта для уравнения относительно x :

$$a_6 + a_7 = x_1 + x_2 = \frac{a^2 - 4a}{1}$$

Аналогично x_3, x_4 - корни ур-но $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$.

По теореме Виетта,

$$a_5 + a_8 = x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1⁰⁰ $d > 0 \Rightarrow$ возрастает $\Rightarrow$ возрастает, следовательно:

$$a_5, a_6, a_7, a_8 \rightarrow \frac{5-3\sqrt{30}}{2}, \frac{5-\sqrt{29}}{2}, \frac{5+\sqrt{29}}{2}, \frac{5+3\sqrt{30}}{2}$$

$$d = a_6 - a_5 = a_7 - a_6 = \frac{5-3\sqrt{30}}{2} + \frac{5-\sqrt{29}}{2} = \frac{5+\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2}$$

$$3\sqrt{30} - \sqrt{29} = \sqrt{29}$$

$$3\sqrt{30} = 2\sqrt{29} \quad |^2$$

$$9 \cdot 30 = 4 \cdot 29 - \text{неверно}$$

2⁰⁰ $d < 0 \Rightarrow$ прогрессия убывает $\Rightarrow$ возрастает.

$a_5, a_6, a_7, a_8 \leftarrow$ будет обратный порядок чисел 1⁰⁰ $\Rightarrow$ очевидно, также не подходит $\Rightarrow$ из 1⁰⁰ и 2⁰⁰ $\Rightarrow$ $a \leq 5$ не подходит.

значит, из 1, 2 и 3 $\Rightarrow$ нет таких a .

Ответ: таких a нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{cccc} a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ \sqrt{\frac{167}{5}} & 2 & -2 & -\sqrt{\frac{167}{5}} \end{array}$$

$$d = a_6 - a_5 = a_7 - a_6 = 2 - \sqrt{\frac{167}{5}} = -4$$

$$2 - \sqrt{\frac{167}{5}} = -4$$

$$6 = \sqrt{\frac{167}{5}} \text{ — неверно, т.к. } \frac{167}{5} \neq 36$$

по ① и ② $\Rightarrow a = 4$ — не подходит

③ $a = 5$:

$$x^2 - 5x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29; \sqrt{D} = \sqrt{29}$$

$$x_{1,2} = \left[\begin{array}{l} \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2} \\ \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \end{array} \right]$$

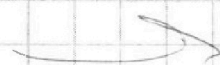
$$5x^2 - 25x - 88 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 270, \\ = 25 + 245 = 270,$$

$$\sqrt{D} = 3\sqrt{30}$$

$$x = \left[\begin{array}{l} \frac{5 + 3\sqrt{30}}{2} \\ \frac{5 - 3\sqrt{30}}{2} \end{array} \right]$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
28 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_6 + a_7 = a_5 + a_8$$

Тогда:

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 4a^2 - 5a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a(a^2 - 4a - 5a + 20) = 0$$

$$a(a(a-4) - 5(a-4)) = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 5 \end{cases}$$

Проверка:

$$① a = 0:$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$x^2 = -4, \text{ неверно}$$

$$\text{т.к. } x^2 \geq 0 \text{ при любых } x$$

$\Rightarrow$ нет корней $\Rightarrow a = 0$ не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② $a = 4$:

$$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$5x^2 - 0 \cdot x - 128 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 167 = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{167}{5}} \\ -\sqrt{\frac{167}{5}} \end{bmatrix}$$

Пусто d - разность арифм. прогрессии (если такая есть); $d \neq 0 \Rightarrow$ $d > 0 \Rightarrow$ последовательность возрастает

① $d > 0$ - возрастает $\Rightarrow$ $d < 0 \Rightarrow$ последовательность убывает $\Rightarrow$ восстанавливается по знаку

$$\begin{matrix} a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ -\sqrt{\frac{167}{5}} - 2 & 2 & \sqrt{\frac{167}{5}} \end{matrix}$$

$$\text{Значит, } d = a_6 - a_5 = a_7 - a_6$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ -2 + \sqrt{\frac{167}{5}} & = 4 \end{matrix}$$

$$\sqrt{\frac{167}{5}} \neq 6 \text{ т.к. } \frac{167}{5} \neq 36$$

② $d < 0 \Rightarrow$ убывает $\Rightarrow$ восстанавливается по знаку

то



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

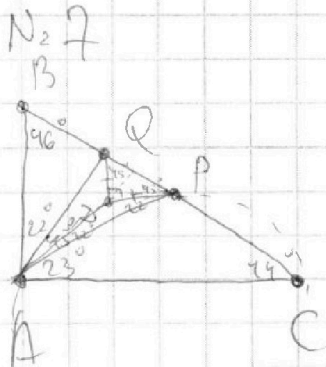
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что от
Вершин B точки идут
в порядке: B, Q, P, C.

т.к. если будет порядок B, P, Q, C $\Rightarrow$
 $\Rightarrow BP + QC < BC \Rightarrow AB + AC < BC \Rightarrow$ неверно
по нерав-ву треуго-ка.

Из условия, $PD = DQ$, $\angle PDQ = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle PDQ$ - н/у & равнобедр. треуго $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle DPQ = \angle DQP = 45^\circ$

$AB = BP \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б с осн AP $\Rightarrow \angle BAP = \angle BPA =$
 $= \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} = \frac{90^\circ - 23^\circ}{2} = 33.5^\circ \Rightarrow \angle CAP = 90^\circ - \angle BAP = 56.5^\circ$

Аналогично, $\triangle AQC$ - р/б с осн AQ $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle QAC = \angle AQC = \frac{180^\circ - \angle ACQ}{2} = \frac{90^\circ - 22^\circ}{2} = 34^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BAQ = 90^\circ - \angle QAC = 56^\circ \Rightarrow \angle QAP = 90^\circ - \angle BAQ - \angle CAP =$
 $= 4^\circ$ Тогда:

$\angle QAP = \angle PDQ = 2 \angle PAQ$
 $PD = QD$ (по усл) $\Rightarrow D$ - центр
окр-сти
 $\triangle PAQ$



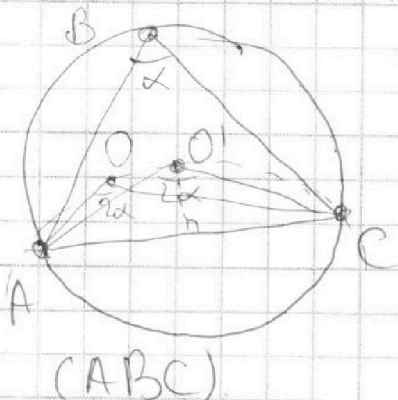
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено болс одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что ~~центр~~ ~~вписанной~~ ~~окружности~~ ~~равен~~



дано: $\angle ABC < 90^\circ$

$AO' = CO'$

$\angle AOC = 2\angle ABC$

$\Rightarrow O' = O$, где O - центр

предается доказать
 ~~$\angle AOC' = 2\angle ABC$~~

Док-во:

$AO' = CO' \Rightarrow O' \in$ перпендикуляру к AC. O тоже лежит на перпендикуляре к AC и у них одна и та же точка.

Такие же метки, что $\angle AOC = 2\angle ABC$,

т.к. O - центр $\angle ABC$ - вписанный, $\angle AOC$ - центральный.
 $\angle ABC$ - вписанный $\Rightarrow AOC' -$ вписанный.

т.к. $\angle ABC < 90^\circ$ (в задаче $\angle PAQ = 45^\circ < 90^\circ$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow O$ лежит строго внутри $\triangle ABC$, т.е.

внутри прямой AC $\Rightarrow O =$ пересечение

перпендикуляра к AC и окружности $AOO'C = O' \Rightarrow$

$\Rightarrow O = O' \Rightarrow ?$ т.д.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из доказанного выше, получим, что $\angle$ -
центр опис. окр $\triangle APQ \Rightarrow \angle D = \angle P = \angle Q$,
так как $PA = QA \Rightarrow \triangle ADP$ - р/б $\triangle AQP \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle DAP = \angle QPA = \angle APB - \angle QPQ = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ$
 $\angle DAC = \angle DAP + \angle PAC = \angle QPQ = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ADP$ - впис. $\Rightarrow \angle DCB = \angle DAP = 22^\circ$,
опер. на $\angle DP$
Ответ: 22°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 108 \quad x(x-6)$$

$$x(x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 108)$$
$$(y-x)(y^2 + yx + x^2 - 6(y+x)) = 0$$
$$(z-x)(z^2 + zx + x^2 - 6(z+x)) = 0$$

$$x^2 = -6x + x^2$$

$$z^2 - 6z^2 = y^2 - 6y^2$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2 - 6(y+z)) = 0$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x+y+z) = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = 0$$

$$-6(x+y+z) + 108$$

$$36 - 6x$$

$$6(6-x)$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 12(y+x+z) + xy + zx + yz$$

$$y^2 + yx + x^2 - 6y - 6x = 0$$

$$y^2 - y(6-x) + x^2 - 6x = 0$$

$$D_y = (6-x)^2 - 4(x^2 - 6x) =$$

$$= 36 - 12x + x^2 - 4x^2 + 24x =$$

$$= -3x^2 + 12x + 36 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$-6x^2 + x^3 = -6y^2 + y^3$$

$$(y-x)(y^2+yx+x^2) - 6(y-x)(y+x) = 0$$

$$x^2 - 12x + y^2 - 12y + z^2 - 12z + 36 \cdot 3$$

108

$$z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2$$

$$z^3 - x^3 - 6z^2 + 6x^2 = 0$$

$$z(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z) + z^2x + x^2$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2) - 6(z-x)(z+x) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2 - 6z - 6x) = 0$$

① $z = x$

② $y = z, z = x$

$$x = y$$

$$\begin{cases} y^2 + (-x+y-z)^2 \end{cases}$$

$$z^2 + zx + x^3 - 6z - 6x = 0$$

$$-6(z+x+y) = xy + yz + zx - x^2 - y^2 - z^2 \quad | \cdot 2$$

$$J = -x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 108$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 108$$

$$2\sqrt{9} \cdot \frac{\sqrt{19}}{20} = \frac{19}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + yx + x^2 - 6(y+x) = 0$$

$$y^2 + yx + x^2 - 6(y+x) = z^2 + 2z + x^2 - 6(z+x)$$

$$(y-z)(y+z) + x(y-z) - 6(y-z) = 0$$

$$(y-z)(y+z+x)$$

$$x^2 = -6z + z^2$$

$$x^2 = -6z + z^2$$

$$x^2 = xz + 6x$$

$$xz = -6x + x^2$$

$$xz = -6x + x^2$$

$$2x = -6x + x^2$$

$$x^2 =$$

$$x^2 - 6z = -6z + z^2$$

$$x^2 = -6z + z^2$$

$$x^2 = 26x - xz$$

$$xz = -6x - 6z + z^2$$

$$6x + xz = 6z + z^2$$

$$(x-z)(x+z) = -6(x+z)$$

$$(x+z)$$

$$xz = -6x - 6z + z^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6z^2 + z^3 =$$

$$z^3 + 2x + x^2 - 6(z + x) = 0$$

$$z^3 + z(x - 6) + x^2 - 6x = 0$$

$$D_z = (x - 6)^2 - 4(x^2 - 6x)$$

$$x^2 - 12x + 36 - 4x^2 + 24x = -3x^2 + 12x + 36$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ \hline 20001 \end{array}$$

$$99$$

$$(10^{20002} - 1)^3 = 10^{60006} - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002} - 1$$

$$\begin{array}{r} 0 \quad 99 \quad 10 \\ - 1 \quad 00 \quad 3 \quad 000 \quad 00 \\ \hline 60006 \quad 40005 \quad 40004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1 \quad 9 \dots 9 \quad 7 \dots 0 \\ \hline 20001 \quad 40004 \quad 20002 \end{array}$$

$$-1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3$$

$$-6z^2 + 6x^2 + z^3 - x^3 = 0$$

$$-6(x-z) \cdot (x^2 - z^2)$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2) - 6(z-x)(z+x) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + zx + x^2 - 6(z+x)) = 0$$

Пусть $x = y$:

$$x^2 = -6z + z^2$$

$$xz = -6x + x^2$$

$$xz = -6x - 6z + z^2$$

$$z^2 - 6z - 6x - xz = 0$$

$$z^2 - z(6+x) - 6x = 0$$

$$D_z = 36 + 12x + x^2 + 24 = x^2 + 12x + 36$$

$$(x+6)^2 = 0$$

$$z = |x+6|$$

$$x+6 \geq 0$$

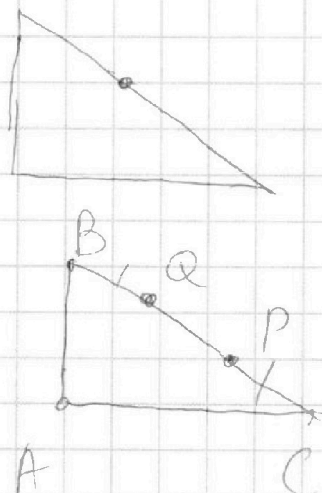
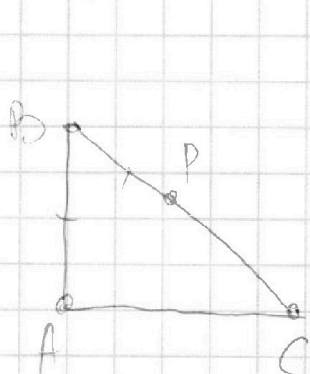
$$z = x+6$$

$$2(x-6)^2 - x^2$$

$$(x+6)x = -6x + x^2$$

$$x+6 = -6+x$$

$$-x(x+6)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 + \sqrt{29}$$

2

$$5 - \sqrt{29}$$

2

$$\frac{5 - 3\sqrt{30}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 + 3\sqrt{30}}{2}$$

$$d = \frac{3\sqrt{30} - \sqrt{29}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20001} = (10^{20002} - 1)$$

$$10^{60006} - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002} - 1$$

$$\begin{array}{r} 10^{60006} \\ 100 \dots 0 \\ - \underbrace{60006}_{40004} \underbrace{30 \dots 0}_{40004} \\ \hline 20001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \dots 0 \\ - 30 \dots 0 \\ \hline 70 \dots 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20002 \\ 9 \dots 970 \dots 0 \\ - 30 \dots 0 \\ \hline 9 \dots 97 \dots 0 \\ - 30 \dots 0 \\ \hline 29 \dots 9 \end{array}$$



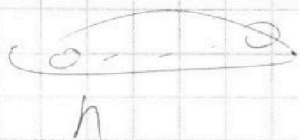
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$(a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$$

$$a^2 - 4a$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$$

$$a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 12a - 16$$

$$a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 12a - 16$$

$$a^4 - 16 - 8a$$

$$\frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a^3 - 4a^2}{10}$$

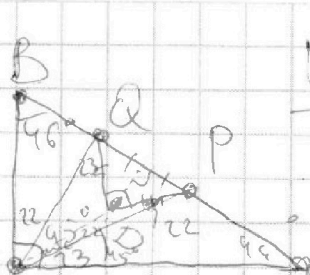


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = \frac{90^\circ - 23^\circ}{2} = 67$$

$$67 - 45 = 22$$

A C

$$\frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = \frac{90^\circ - 22^\circ}{2} = 68$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad | \cdot 5$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a(a^2 - 5a - 4a + 20) = 0$$

$$a(a(a - 5) - 4(a - 5)) = 0$$

$$a(a - 5)(a - 4) = 0$$

$$x_5 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9$$

$$\frac{21}{5} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{21}{5} \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8$$

$$-\sqrt{\frac{167}{5}}$$

↓

$$128 + 39 = 167$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{167} \quad 5 \\ 15 \quad 13 \quad 4 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{167}{5}} = \frac{13}{2}$$

$$3 \quad \begin{array}{r} 295 \quad 5 \\ 25 \quad 59 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$50 + 30 + 15 = 95$$

$$a = -\sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$a + d = -2$$

$$d = -2 + \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$-2 \cdot 125 - 30 - 15 = 0$$

$$250 + 45 = 295$$