



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & ① \\ yz = 3x + x^2 & ② \\ zx = 3y + y^2 & ③ \end{cases}$$

①-②: ~~xy = 3z + z^2~~

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$(z-x) \cdot (3+y+x+z) = 0$$

П.к., x, y, z ненулевые и y считаем соб. реш., то $x+y+z = -3$

$$①+②+③: xy + yz + zx = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2 \quad \#$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = (-3)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{Пока } ①+②+③: xy + yz + zx = 3 \cdot (-3) + 9 - 2(xy + yz + zx)$$

$$3(xy + yz + zx) = 0$$

$$xy + yz + zx = 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + \cancel{6(x+y+z)} + 6(x+y+z) + 27 =$$

$$= (9 - 2(xy + yz + zx)) + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18$$

~~Или возможно $x=2$.~~

$$\text{Еще возможно } x=2. \quad ①: xy = 3x + x^2; x(x+3-y) = 0$$

$$\text{П.к. } x \neq 0, \text{ то } x+3-y = -3; x = y-3$$

$$\text{③: } x^2 = 3y + y^2$$

$$y^2 - 6y + 9 = 3y + y^2; \quad 9y = 9; y = 1$$

$$\text{Тогда } x = -2, z = -2.$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 4^2 + 1^2 = 18.$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{40 \text{ тыс.}} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{720 \text{ тыс.}} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} =$$

$$= 9 \cdot 10^{119999} + \dots + 9 \cdot 10^{80001} + 9 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40001} + 9 \cdot 10^{40000} + \dots + 9 - 3 \cdot 10^{80000} +$$

$$+ 3 \cdot 10^{40000} = \cancel{9 \cdot 10^{119999}} + 9 \cdot 10^{119999} + \dots + 9 \cdot 10^{80001} + 6 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40001} + 12 \cdot 10^{40000} +$$

$$1 \dots + 9$$

$$12 \cdot 10^{40000} = 1 \cdot 10^{40001} + 2 \cdot 10^{40000}$$

↑ Эта единица уйдёт в след. разряд, т.е. будет $10 \cdot 10^{40001} = 10^{40002} \cdot 1$

↑ Эта единица тоже уйдёт в след. разряд

Так будет продолжаться, пока не дойдём до 10^{80000} . У неё будет мн-тель

$$(6+1) \cdot 10^{80000} = 7 \cdot 10^{80000}. \text{ Дальше ничего не меняется.}$$

$$\text{Значит девяток: } (119999 - 80000 + 1) + (39999 - 0 + 1) = 39999 + 40000 =$$

$$= 79999$$

Ответ: 79999.

$$(5a+5b) \cdot 10 = 6a \cdot (6a+6b) \quad | : (a+b)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть есть n коробок.

Посчитаем кол-во способов выбрать 5 коробок, в 3-х из которых будут шарик. Зафиксируем 3 коробки, в которых летят шарик. Тогда есть C_{n-3}^2

вариантов, взять ещё 2 коробки из $(n-3)$ оставшихся. Это и будет кол-во способов взять 5 коробок, в 3-х из которых будут шарик. Всего способов выбрать

5 коробок это C_n^5 .

$$P_1 = P(\text{выигрыш, выбирая 5 коробок}) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

Аналогично посчитаем для 6 коробок.

C_{n-3}^3 - кол-во способов взять ещё 3 коробки к 3 коробкам с шариками.

C_n^6 - всего кол-во способов взять 6 коробок.

$$P(\text{выигрыш, выбирая 6 коробок}) = P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

~~$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-4)(n-3)}{2} \cdot \frac{(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{6!}}{\frac{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{5!} \cdot \frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6!}}{\frac{1}{5!} \cdot \frac{1}{6}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5! \cdot 6}{6!} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5! \cdot 6}{6 \cdot 5!} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$~~

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{6} \cdot \frac{(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{5!}}{\frac{(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n}{6!} \cdot \frac{(n-4)(n-3)}{2}} = \frac{\frac{1}{6 \cdot 5!}}{\frac{1}{6! \cdot 2}} = \frac{6! \cdot 2}{6 \cdot 5!} = 2$$

Ответ: ! увеличилась в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

Пусть корни $x_1 = b_5, x_2 = b_6$

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = a - 5 & (1) \\ x_1 + x_2 = a^2 - a & (2) \end{cases}$$

$$x_1 = b_5 = b_3 + 2d$$

$$x_2 = b_6 = b_3 + 3d$$

$$x_3 = b_3$$

$$x_4 = b_8 = b_3 + 5d$$

где d - разность прогрессии

$$\begin{cases} (2) = x_1 + x_2 = 2b_3 + 5d = a^2 - a \\ (4) = x_3 + x_4 = 2b_3 + 5d = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$1) a = 0$$

$$2) a = 1$$

$$3) a = 4$$

Проверим 1): $(a=0)$ $(1) = x_1 \cdot x_2 = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = -5$

$$(2) = x_1 + x_2 = 2b_3 + 5d = 0$$

$$(3) = x_3 \cdot x_4 = b_3^2 + 5b_3d = -1$$

$$(4) = (2)$$

$$(1) - (3): b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 - b_3^2 - 5b_3d = -5 - (-1)$$

$$6d^2 = -4$$

Здесь нет решений, т.к. $6d^2 \geq 0$

→ след стр.

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть корни $x_3 = b_3, x_4 = b_8$

b_i - i -ый член арифметической прогрессии из условия

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4} & (3) \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4} & (4) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим 2): $\textcircled{1} = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = 1 - 5 = -4$
($a=1$)

$$\textcircled{2} = 2b_3 + 5d = 1^2 - 1 = 0$$

$$\textcircled{3} = b_3^2 + 5b_3d = \frac{-1^6 + 2 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 4}{4} = -\frac{1}{4}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{3}$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}: 6d^2 = -4 - (-\frac{1}{4}) = -\frac{15}{4}$$

Здесь нет решений

Проверим 3): $\textcircled{1} = b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = 4 - 5 = -1$
($a=4$)

$$\textcircled{2} = 2b_3 + 5d = 4^2 - 4 = 12$$

$$\textcircled{3} = b_3^2 + 5b_3d = \frac{-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4}{4} = -889$$

$\textcircled{1} - \textcircled{3}$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3}: 6d^2 = -1 - (-889) = 888$$

$$d^2 = 148 \Rightarrow d = \pm 2\sqrt{37}$$

~~Решение~~ Пусть $d = +2\sqrt{37}$

$$\textcircled{2}: 2b_3 + 10\sqrt{37} = 12 \Rightarrow b_3 = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$\textcircled{1}: (6 - 5\sqrt{37})^2 + 5(6 - 5\sqrt{37}) \cdot 2\sqrt{37} + 6 \cdot (2\sqrt{37})^2 = 36 - 60\sqrt{37} + 925 + 60\sqrt{37} - 1850 + 888 = -1 \text{ (верно)}$$

$$\textcircled{3}: (6 - 5\sqrt{37})^2 + 5(6 - 5\sqrt{37}) \cdot 2\sqrt{37} = 36 - 60\sqrt{37} + 925 + 60\sqrt{37} - 1850 = -889 \text{ (верно)}$$

Значит, $a=4$ подходит.

Ответ: $a=4$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

Пусть $x - \frac{15}{2} = a$, $\frac{y}{6\sqrt{3}} = b$ $|a+b| + |a-b| \leq 3$ (обе части ≥ 0)

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 \leq 9$$

$$2(a^2 + b^2) \leq 9$$

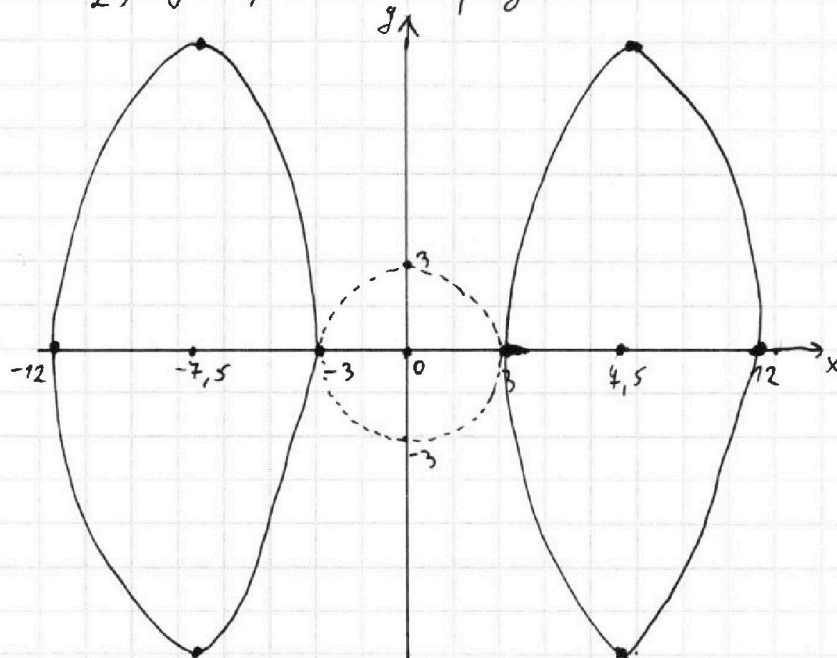
$$a^2 + b^2 \leq 4,5$$

Значит, $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 \leq 4,5$

~~$\left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 + \left(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 \leq 9$~~ $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + y^2 \leq 4,5$ — круг с центром $\left(\frac{15}{2}; 0\right)$ и $R = \sqrt{4,5}$

Из зр-ка $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}}\right)^2 \leq 4,5$ можно получить увеличив каждую координату

у зр-ка $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + y^2 \leq 4,5$ в $6\sqrt{3}$ раз.



Итог: Справа нач. положение, слева конеч. положение после поворота на π . Каждая отдельная точка изнач. фигуры пройдет по палецокр-ти. Итог

$T \cdot (3; 0) \rightarrow (-3; 0)$. Каждая точка на границе исход. фигуры наложится



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

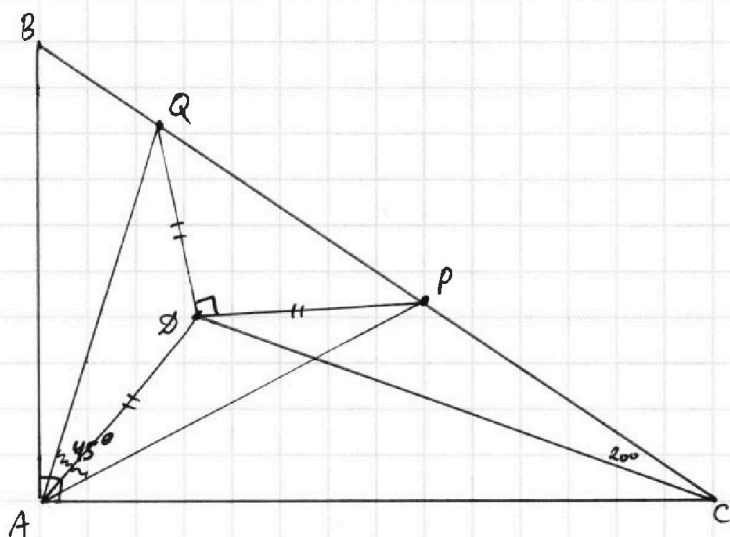
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAP = \alpha = \angle BPA$ (на AP - PO). Тогда $\angle ABP = 180^\circ - 2\alpha$. Тогда $\angle BCA = 90^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha - 90^\circ$ (в $\triangle BAC$)

~~Тогда $\angle AQC = \angle CAQ = 180^\circ - (2\alpha - 90^\circ) = 135^\circ - \alpha$~~ Тогда $\angle AQC = \angle CAQ = \frac{180^\circ - (2\alpha - 90^\circ)}{2} = 135^\circ - \alpha$ (в $\triangle AQC$ - PO)

Тогда $\angle BAQ = \angle AQC - \angle ABC = 135^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = \alpha - 45^\circ$ (внеш. уг. $\triangle BAQ$)

Тогда $\angle QAP = \angle BAP - \angle BAQ = \alpha - (\alpha - 45^\circ) = 45^\circ$

П.к. $QD = DP$ и $\angle QDP = 2\angle QAP = 90^\circ$, то D - центр описан. окр-ти $\triangle QAP$ (середина QP) (вписан. и центр. уг.)

П.к. D - центр опис. окр-ти $\triangle QAP$, то $DQ = DP = DA$

П.к. $\angle BAP = \alpha$, то $\angle CAP = 90^\circ - \alpha$. Тогда $\angle QPA = \angle PCA + \angle CAP = 2\alpha - 90^\circ + (90^\circ - \alpha) = \alpha$ (в $\triangle PAC$) (внеш. уг.)

П.к. D - центр опис., то $\angle QDA = 2\angle QPA = 2\alpha$.

Заметим, что $\angle ABP + \angle QDA = 180^\circ - 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$, значит чет-к $ABQD$ вписан.

П.к. $AD = DQ$, то $\angle ABD = \angle QBD$. Также $\angle ABD = \angle AQD = \angle DAQ = \angle DBQ$, (равные хорды стягивают равные дуги)

Сделаем новый чертёж с получ. данными



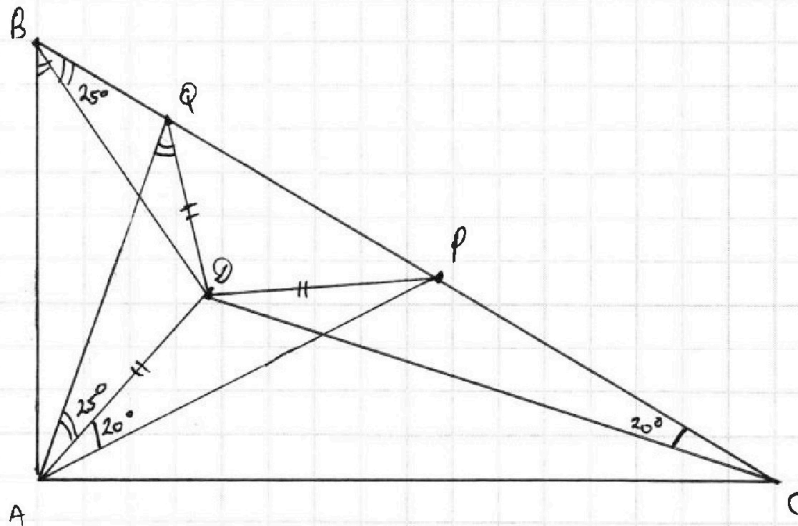


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пакме $\angle ADP = 2\angle AQP = 2\alpha - 2\alpha$

Заметим, что $\angle ADP + \angle ACB = 2\alpha - 2\alpha + 2\alpha - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ADPC$ вписан

Тогда $\angle DAP = \angle DCP = 20^\circ$

П.к. $\angle QAP = 45^\circ$, то $\angle QAD = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$

$\angle QAD = \angle DBQ = \angle DBC = 25^\circ$

Ответ: 25° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$|a+b| + |a-b| \leq 3$$

$$1) a+b \geq 0, a-b \geq 0 \quad 2) a+b \geq 0, a-b \leq 0 \quad 3) a+b \leq 0, a-b \geq 0 \quad 4) a+b \leq 0, a-b \leq 0$$

$$2a \leq 3$$

$$a \leq 1,5$$

$$b \leq 1,5$$

$$-a-b+a-b \leq 3$$

$$-2b \leq 3$$

$$b \geq -1,5$$

$$-a-b-a+b \leq 3$$

$$-2a \leq 3$$

$$a \geq -1,5$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 \leq 9$$

$$a^2 + b^2 \leq 4,5$$

$$\left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}} \right)^2 \leq 4,5$$

$$\left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + y^2 \leq 4,5$$

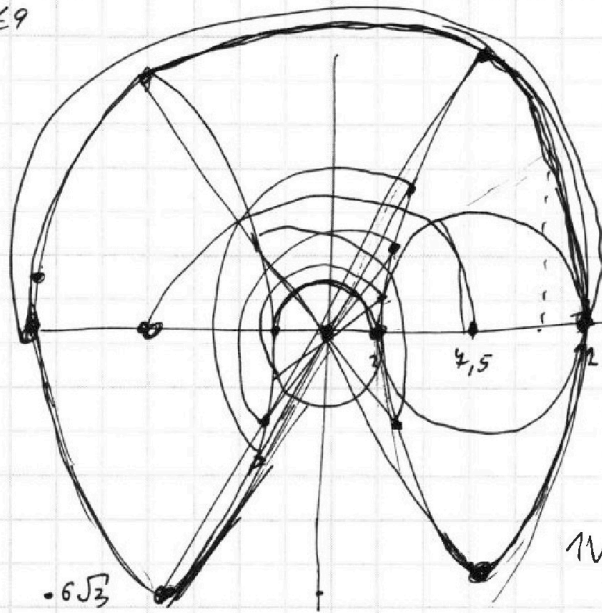
$$\left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{6\sqrt{3}} \right)^2 \leq 4,5$$

$$\frac{y^2}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{8^2}{208} \leq 4,5$$

$$y^2 =$$

$$y = 4,5$$

$$108 \left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + y^2 \leq 4,5 \cdot 108$$



п.к.

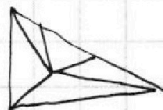
$$(x-a)^2 + y^2 = R^2$$

$$(x-a)^2 + \left(\frac{y}{8} \right)^2 = R^2$$

$$\frac{180}{18} = \frac{125}{18}$$

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

$$\frac{50}{36} = \frac{25}{18}$$



$$C_n^5$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{1}{C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)!}{2!(n-3-2)!} = \frac{(n-5)!(n-4)(n-3)}{2!(n-5)!} = \frac{(n-4)(n-3)}{2}$$

$$\frac{1}{2 \cdot 6!} = \frac{1}{5! \cdot 6}$$

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!} = \frac{1}{2 \cdot 6!} \cdot 5! \cdot 6$$

$$\frac{(n-3)!}{3!(n-6)!} = \frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{3!}$$

$$5(a+b) \cdot 10 = 6a \cdot 6(b+8)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 99 \dots 9 \\ \hline 40 \text{ тыс.} \\ n^3 \quad 345 \\ 3 \cdot 10^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 10^3 = 2000 \\ 4 \cdot 10^3 = 4000 \\ 10^3 = 1000 \\ 10^3 - 1 = 999 \\ 40000 - 1 = 99 \dots 9 \\ \hline 40 \text{ тыс.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ 40000 \cdot 12 = \\ 10 \cdot 70000(10+2) = 10 \cdot 40001 + 2 \cdot 10 \cdot 40000 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{r} 40000 \\ 10 \end{array} - 1 \right)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$\begin{array}{r} 9 \cdot 10^{40001} \\ 10 \cdot 4 - 894 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ \hline 120 \text{ тыс.} \end{array} - 3 \begin{array}{r} 0 \dots 0 \\ \hline 80 \text{ тыс.} \end{array} + 3 \begin{array}{r} 0 \dots 0 \\ \hline 40 \text{ тыс.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ 1 \cdot 1 = 1 \\ 1 + 1 = -(-2) \end{array}$$

$$9 \cdot 10^{119999} + \dots + 9 \cdot 10^{80000} + \dots + 9 \cdot 10^{40000} + \dots + 9 - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000}$$

$$10^{80000} \cdot 6 + \dots +$$

$$99999$$

$$\begin{array}{l} n \text{ коробок} \\ \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ - 128 \\ \hline 896 \end{array}$$

$$9 \cdot 10^4 + \dots + 9 \cdot 10^0$$

$$C_n^5 = \frac{3}{5}$$

$$4 - 0 + 1$$

$$\frac{3}{n}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$(z-x)(y+3+z+x) = 0$$

$$x+y+z = -3$$

$$\begin{array}{r} 444 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 27 \\ yz - 3x + 6x + 2x - 3y + 6y - 3z + 6z + 27 = xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 27 \end{array}$$

$$xy + yz + zx - ? \quad x^2 + y^2 + z^2 - 27 = xy + yz + zx$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 9 \quad 9 - 2xy - 2yz - 2zx - 27 =$$

$$\angle AQC = 135^\circ - 2$$

$$135 - 2 - 180 + 2 = 2 - 45^\circ$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 4 \quad 2 \\ 8 \quad 3 \\ 16 \quad 1 \\ 32 \quad 1 \\ 64 \quad 1 \\ 128 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -4^5 + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 1 \\ -2^{10} + 2^7 + 2^3 - 1 \end{array}$$

$$-1024 + 128 + 8 - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

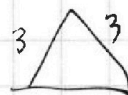
$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$2xy + 2yz + 2zx = 6z + 2z^2 + 6x + 2x^2 + 6y + 2y^2 \quad | + 27$$

$$\dots = (z+3)^2 + \dots + z^2 + x^2 + y^2$$

$$(z+3)^2 + \dots +$$

$$CF \cdot CD = OD^2$$



$$AE = \sqrt{11} \quad \frac{5}{\sin \alpha} = \frac{27}{\sin \alpha}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \alpha = 11$$

$$18 - 18 \cos \alpha = 11$$

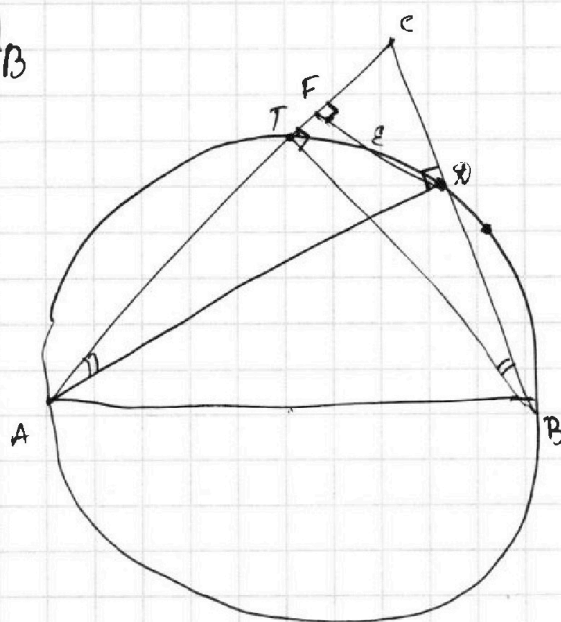
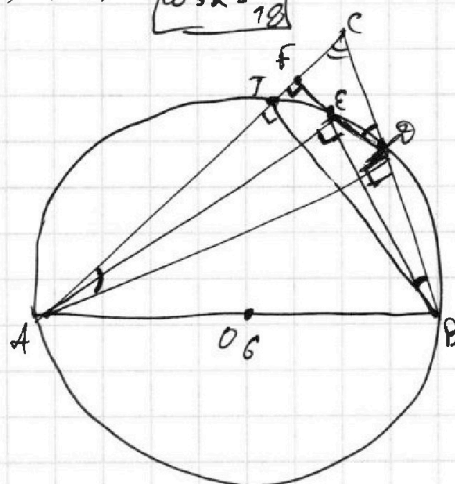
$$(x+3)^2 + \dots + (z+3)^2 = 2(xy + \dots + zx) - (x^2 + y^2 + z^2) + 27$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{9}$$

$$xy + 3z + 9 = (z+3)^2$$

$$DF^2 = AF \cdot CF$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 27$$



$$\frac{BF}{CF} = \frac{7}{10}$$



$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{5}{6}$$

$$h \cdot 6 = BT \cdot 10$$

$$\frac{h}{BT} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{BT \cdot 10}{CD} = 6$$

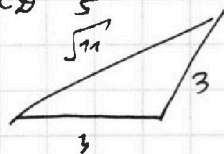
$$\sin \alpha = \frac{BT}{CD}$$

$$\frac{BT}{CD} = \frac{3}{5} = \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{BT}{CD}$$

$$\frac{BT \cdot 2A}{2F} = 6$$

$$\sin \alpha = \frac{CD}{10}$$



45-90 + d



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

b_5, b_6

$$b_3 + 2d, b_3 + 3d$$

$$x_1 \cdot x_2 = a - 5$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - a$$

$$b_3^2 + 5b_3d + 6d^2 = a - 5$$

$$2b_3 + 5d = a^2 - a$$

$$2b_3 + 5d = a^2 - a$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ 74 \\ 37 \end{array} \begin{array}{l} | 2 \\ | 2 \end{array}$$

$a =$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a; a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

1)

$$\frac{-2^{12} + 2^9 + 2^5 - 2^2}{2^2} = -2^{10} + 2^7 + 2^3 - 1$$

$$\frac{-1024 + 128 + 8 - 1}{136}$$

$$-1024 + 128 + 8 - 1$$

$$\begin{array}{r} -1025 \\ 136 \\ \hline 111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1025 \\ 136 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1850 \\ 961 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$961 + 888 = 1849$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

b_3, b_8

$$b_3, b_3 + 5d$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4}{4}$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\begin{array}{r} \times 148 \\ 6 \\ \hline 888 \end{array}$$

$$a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$(a-1)(a-a^2) = 0$$

$$a(a-1)(1-a) = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$1) a = 0$$

$$2) a = 1$$

$$a^3 - a^2 = a^2 - a$$

$$a^3 - 2a^2 + a = 0$$

$$a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$b_3 + 5d = 6$$

$$1) a = 0$$

$$2) a = 1$$

$$3) a = 4$$

$$\begin{array}{r} 1029 \\ -135 \\ \hline 894 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1025 \\ -136 \\ \hline 89 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ -1000 \\ \hline 111 \end{array} \begin{array}{l} + 1400 \\ + 140 \\ + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 - 100 - 10 - 1 \\ \hline 900 - 890 - 889 \end{array}$$

$$5(12\sqrt{37} - 370)$$

$$60\sqrt{37} - 1850$$

$$925 + 36 = 961$$