



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ zx = 4y + y^2 & (3) \end{cases} \quad (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = ?$$

$$\begin{cases} xy = z(z+y) \\ yz = x(x+y) \\ zx = y(y+z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{xy}{z}\right)^2 = (z+y)^2 \\ \left(\frac{yz}{x}\right)^2 = (x+y)^2 \end{cases}$$

$$(1)+(2)+(3): xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4(xy + yz + zx)$$

$$\begin{aligned} (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 &= x^2 + 2xy + 16 + y^2 + 2yz + 16 + z^2 + 2zx + 16 = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + yz + zx) + 48 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999 \dots 99}_{25000}$$

Заметим, что $(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = n^3 + 3n(n+1) + 1$

$$\bullet (n+1)^3 = (\underbrace{9 \dots 9}_{25000} + 1)^3 = (\underbrace{100 \dots 0}_{25000})^3 = \underbrace{100 \dots 00}_{75000}$$

$$\bullet 3n(n+1) = \underbrace{300 \dots 0}_{25000} \cdot n = \begin{array}{r} \underbrace{99 \dots 9}_{25000} \underbrace{100 \dots 0}_{25000} \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 0}_{25000} \end{array} = \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 0}_{25000}$$

$$\bullet 3n(n+1) + 1 = \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 0}_{25000} + 1 = \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 01}_{24999}$$

Получается, что $\underbrace{100 \dots 00}_{75000} = n^3 + \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 01}_{24999} \Rightarrow$

$$\Rightarrow n^3 = \begin{array}{r} \underbrace{100 \dots 00}_{25000} \underbrace{100 \dots 00}_{75000} \underbrace{100 \dots 00}_{25000} \\ - \underbrace{299 \dots 97}_{24999} \underbrace{100 \dots 01}_{24999} \\ \hline \underbrace{9 \dots 97}_{24999} \underbrace{00 \dots 02}_{25000} \underbrace{99}_{25000} \end{array}$$

Т.е. n^3 имеет в своей десятичной записи $24999 + 25000 = 49999$ „9“

Отв. 49999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- ~~Решение~~ Проведем AD . $\angle ADB = 90^\circ$, т.к. вписанный, опирающийся на диаметр AB .
(тогда $\angle ADC = 90^\circ$ - как смежные)

- По метрическим соотношениям в прямоугол. $\triangle ADC$:

$$DF^2 = AF \cdot FC$$

$$\frac{5 \cdot (30 - 1,5x)^2}{9} = x \cdot (20 - x)$$

$$5 \cdot (30 - 1,5x)^2 = 9x(20 - x)$$

$$5 \cdot (900 - 90x + 2,25x^2) = 180x - 9x^2$$

$$4500 - 450x + 11,25x^2 = 180x - 9x^2$$

$$20,25x^2 - 630x + 4500 = 0$$

$$D = 630^2 - 4 \cdot 4500 \cdot 20,25 = 396900 - 81 \cdot 4500 = 32400; \sqrt{D} = \sqrt{32400} = 180$$

$$x_{1,2} = \frac{630 \pm 180}{40,5} = \begin{cases} \frac{810}{40,5} = 20 \\ \frac{450}{40,5} = 11\frac{45}{40,5} = 11\frac{3}{31} = 11\frac{1}{3} \end{cases}$$

Но $x = 20$ - не подходит, т.к. т. F и т. C не совпадают по условию.

Значит, $x = 11\frac{1}{3} = AF$

Ответ: $11\frac{1}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n коробок, в которые кладут шарик.

1) Было (игрок откр. ~~то~~ 5 коробок):

• всего комбинаций: C_n^3

• 0 0 0 0 0

5 коробок открыты

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 - \text{число комбинаций с 1 открытой 5-ти коробок}$$

$$\text{Значит, } P_1(\text{"все три шарика в коробках"}) = \frac{10}{C_n^3}$$

2) Стало (игрок откр. 8 коробок):

• всего комбинаций - C_n^3

• 0 0 0 0 0 0 0 0

8 коробок

$$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56 - \text{комбинаций с одной открытой 8-коробок.}$$

$$\text{Значит, } P_2(\text{"все три шарика в коробках"}) = \frac{56}{C_n^3}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{56}{C_n^3}}{\frac{10}{C_n^3}} = \frac{56}{10} = 5,6 \text{ раз увеличились вероятность выпадения.}$$

Ответ: в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжим проверку $a=2$:

$$(1) \quad x^2 - 9x - 20 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{4,5} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} 1 + \sqrt{3} = x_5 \\ 1 - \sqrt{3} = x_4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc} x_2 & x_4 & x_5 & x_7 \\ 1 - 5\sqrt{3} & 1 - \sqrt{3} & 1 + \sqrt{3} & 1 + 5\sqrt{3} \end{array}$$

Арифметич. прогрессия с $d = 2\sqrt{3}$, $a_1 = 1 - \sqrt{3}$ — подходит.

Ответ: при $a=2$

$$(2) \quad x^2 - 9x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 296 = 300$$

$$x_{1,7} = \frac{2 \pm 10\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} 1 + 5\sqrt{3} = x_1 \\ 1 - 5\sqrt{3} = x_7 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^5}{3} = 0$$

$$(2) 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

Пусть корни этого уравн.: x_4, x_5

Пусть корни этого ур.: x_2 и x_7 .

Т.к. x_4, x_5, x_2, x_7 - являются членами непост. арифм. прогрессии $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ они все различны и представимы в виде:

$$\begin{matrix} \text{4-ый} & \text{2-ой} & & \text{1-ый} & \text{5-ый} & \text{6-ый} & \text{7-ой} \end{matrix}$$

$$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, a+5d, a+6d, \text{ где}$$

a_1 - первый член прогр.
 d - шаг прогр.

~~Запишем, что~~ По условию: $x_4 = a+3d$ и $x_2 = a+d$
 $x_5 = a+4d$ и $x_7 = a+6d$

Запишем, что $x_4 + x_5 = x_2 + x_7 = 2a + 7d$.

По т. Виета для ур (1):

$$x_4 + x_5 = a^2 - a$$

По т. Виета для ур (2):

$$x_2 + x_7 = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

Т.е. $x_4 + x_5 = x_2 + x_7 = a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Leftrightarrow 2a^2 - 2a = a^3 - a^2$
 $a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \mid : a \neq 0$
 $a^2 - 3a + 2 = 0$

! Сразу проверим $a=0$:

(1) $x^2 + \frac{2}{3} = 0$ - нет корней $\Rightarrow a=0$ - не подх.

(2) $2x^2 - 4 = 0$

$$a^2 - a - 2a + 2 = 0$$

$$a(a-1) - 2(a-1) = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0$$

$$a=1 \text{ или } a=2$$

Проверим $a=1$:

(1) $x^2 + \frac{1}{3} = 0 \rightarrow$ нет корней $\Rightarrow a=1$ - не подх.

(2) $2x^2 - 2 - 8 - 4 = 0$

Проверим $a=2$:

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$

(2) $2x^2 - (8-4)x - \frac{2^7}{128} - 16 - 4 = 0$

$$2x^2 - 4x - 198 = 0 \mid : 2$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

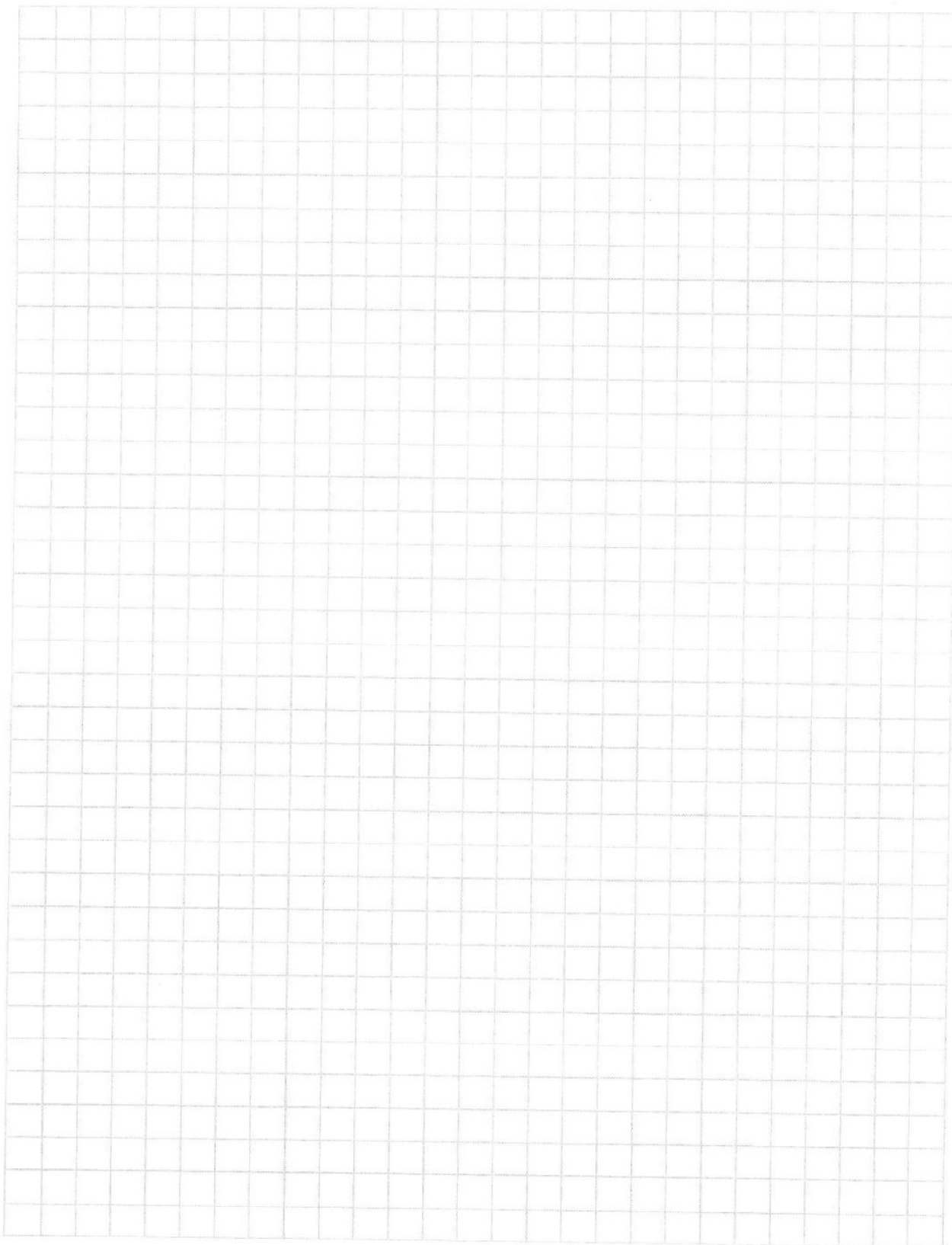


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



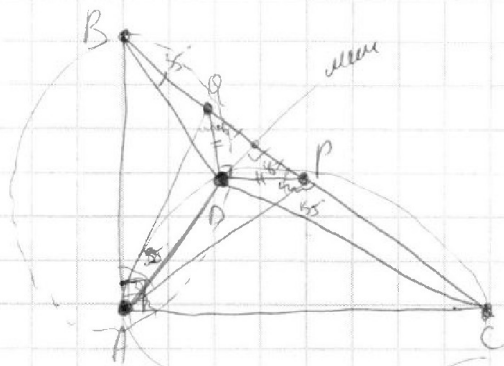


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



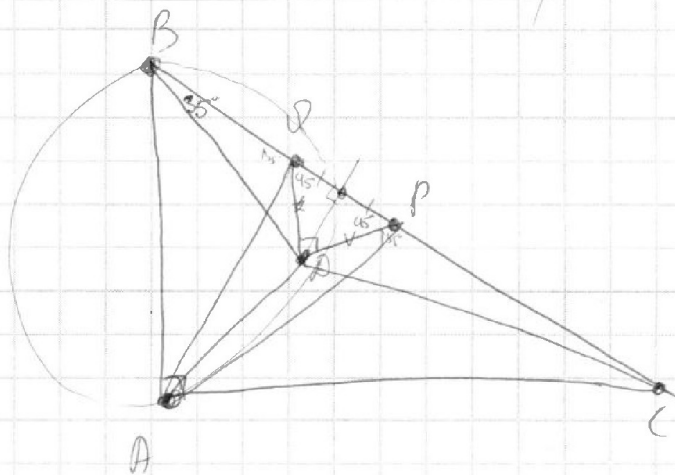
$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 = z(z+4) = xy \\ yz = 4x + x^2 = x(x+4) = yz \\ zx = 4y + y^2 = y(y+4) = zx \end{cases}$$

$$\left(\frac{xy}{z} \right)^2 + \left(\frac{yz}{x} \right)^2 + \left(\frac{zx}{y} \right)^2$$

$$\begin{cases} xy = z(z+4) \\ yz = x(x+4) \\ zx = y(y+4) \end{cases}$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} = (z+4)^2$$

$$\left(\frac{yz}{x} \right)^2 = (x+4)^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4xy = 4z + z^2 + 4 \\ 4yz = 4x + x^2 + 4 \\ 4zx = 4y + y^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= \\ &= (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16) = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 \end{aligned}$$

$$(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) \rightarrow \text{найти, или}$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z)$$

$$4xy = 4(x+y+z) + xy + yz + zx$$

$$4(x+y+z) = xy + yz + zx - x^2 - y^2 - z^2$$

$$-x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$4 + xy = (z+2)^2$$

$$(z+4)^2 = z^2 + 8z + 16$$

$$\begin{cases} 4z + xy + 16 = 4z + z^2 + 4z + 16 \\ 4x + yz + 16 = 4x + x^2 + 4x + 16 \\ 4y + zx + 16 = 4y + y^2 + 4y + 16 \end{cases}$$

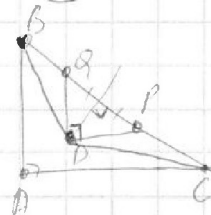
$$4x + yz + 16 = 4x + x^2 + 4x + 16$$

$$4y + zx + 16 = 4y + y^2 + 4y + 16$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 4(x+y+z) + xy + yz + zx + 48$$

$$4(x+y+z) = xy + yz + zx - x^2 - y^2 - z^2$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = \\ &= (x+y+z+12)^2 - 2(4) \end{aligned}$$



$$\begin{cases} xy = z(z+4) \\ yz = x(x+4) \\ zx = y(y+4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= xy z \cdot (z+4) \cdot (x+4) \cdot (y+4) \\ (xyz)^2 &= (z+4)^2 (x+4)^2 (y+4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 75 \quad 2^3 \\ \times 75 \quad 75 \\ \times 75 \quad 75 \\ \hline 375 \\ 525 \\ \hline 5625 \\ \times 2 \\ \hline 112,50 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 88.8 \quad n^3 =$$

25000

$$(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n^3 + 1) + 3n(n+1)$$

100.0
26000

$$3n(n+1) = \underbrace{100.0}_{10} \cdot \underbrace{3 \cdot n}_{30.0} = \underbrace{300.0}_{25000} \cdot n =$$

26000
25000

$$\begin{array}{r} 88.88000 \\ \times 3 \\ \hline 266.64000 \\ + 250.00000 \\ \hline 516.64000 \end{array}$$
$$28.88700.00 + 1 = 28.88700.00 + 1$$

21000
15000

$$3n(n+1) = \underbrace{300.0}_{10.0} \cdot \underbrace{n}_{25000} =$$

75000
25000

$$\begin{array}{r} 88.88000 \\ \times 3 \\ \hline 266.64000 \\ + 250.00000 \\ \hline 516.64000 \end{array}$$

24838
21000

$$\text{The } 28.887 \overline{) 100.0} + 1 = 28.887 \overline{) 100.01}$$

24838
25000
24838
24835

75000 → умень

$$100.0 = n^3 + 28.887 \overline{) 100.01}$$

75000
25000

$$70.002 \overline{) 88.88}$$

25000

$$\begin{array}{r} 100.0 \overline{) 100.01} \\ - 2 \cdot 88.88 \overline{) 100.01} \\ \hline \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases} \rightarrow xy + yz + zx = 4(x + y + z)$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (x^2 + 8x + 16) + (y^2 + 8y + 16) + (z^2 + 8z + 16)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) = xy + yz + zx$$

$$(x^2 + 4x) + (z^2 + 4z) + (y^2 + 4y) = xy + yz + zx$$

$$(x^2 + 4x) + (y^2 + 4y) + (z^2 + 4z) + 4x + 16 + 4y + 16 + 4z + 16 =$$

$$xy + yz + 8x$$

$$= (4x + xy + 16) + (4y + yz + 16) + (4z + zx + 16) = 4(x + y + z) + 48 + xy + yz + zx$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 16 + 16 + 16 = \text{какая?}$$

$$xy + yz + zx + 4(x + y + z) + 4(x + y + z) + 16 + 16 + 16 = 4(x + y + z) + 48 + xy + yz + zx =$$

$$= (4x + xy + 4y + yz + 4z + zx + 48)$$

$$z(z+4)$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$4x(y+4) + y(z+4) + z(x+4) + 48$$

$$z($$

$$4x + 4y + 4z + xy + yz + zx + 48$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) - xy - yz - zx =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) - (x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 16 + 16 + 16) = -4(x + y + z)$$

$$(4x + xy + 4y + yz + 4z + zx + 48) = -4(xy + yz + zx)$$

$$xy + yz + zx - \frac{1}{2}(x - y)^2 - \frac{1}{2}(y - z)^2 - \frac{1}{2}(z - x)^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

00...0
n кораблей

0, $a+d$ $a+2d$ $a+3d$ $a+4d$ $a+5d$ $a+6d$

Вариант:

Всего комбинаций: C_n^3

00000
 $C_5^3 = 10$

10 - варианты выбора
сильно утонченных садов:

10 $\frac{3}{a^3}$ - для $a=1$, или $a=2$ шар

$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$

$\frac{10}{C_n^3}$ - для

$\frac{56}{C_n^3}$

$\frac{56}{C_n^3} = 5,6$ раз

$\frac{56}{C_n^3} = 10$

$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$ - корни 4,5 и 11

$x_1 + x_2 = a^2 - a$

||

$x_1 + x_2 = a^2 - a^2$

$2a^2 - 2a = a^2 - a^2$

$a^3 + 3a^2 + 2a = 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$a^3 - a^2 = a^2 - a$

$2 = 4 + 8 = 12$

$a^3 - 2a^2 - a^2 + a = 0$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$a^3 - 2a^2 + a = 0$
 $1 + \sqrt{3}$

$x^2 - (4 - 2)$

$\frac{2 - 8}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 630 \\ \times 630 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 396900 \end{array}$$

63

20,25 \cdot 4 = 81

$$\begin{array}{r} 630 \\ \times 630 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 396900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ \times 81 \\ \hline 14500 \\ 36000 \\ \hline 40500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 405 \overline{) 181} \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

45

450

$$\begin{array}{r} 366900 \\ - 40500 \\ \hline 326400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ \times 81 \\ \hline 45000 \\ 36000 \\ \hline 364500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 396900 \\ - 564500 \\ \hline 32400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 630 \\ + 180 \\ \hline 810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 630 \\ - 180 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 18 \\ \hline 1344 \\ 18 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \overline{) 405} \\ 405 \\ \hline 450 \\ - 405 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4500 \overline{) 405} \\ 405 \\ \hline 450 \\ - 405 \\ \hline 45 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

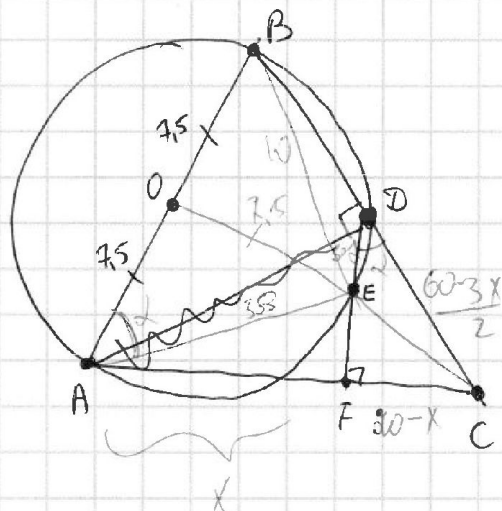
5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

Пусть O - центр окр. ω . $\Rightarrow$
 $\Rightarrow AO = OB = \frac{AB}{2} = 7,5$ - как радиусы

$\angle ADB = 50^\circ$, т.к. впис. опир. на диам. AB .

$$\sin \alpha = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{FC}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{20-X}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$DC = \frac{60-3X}{2}$$

$$\frac{450}{63} = 0$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 2,25 \\ \times 11 \\ \hline 11,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 21,25 \\ \times 4 \\ \hline 100 \\ 21,25 \\ \times 4 \\ \hline 85,00 \end{array}$$

$$5(30-1,5X)^2 = 3X(20-X)$$

$$5(900 - 90X + 2,25X^2) = 180X - 3X^2$$

$$4500 - 450X + 11,25X^2 = 180X - 3X^2$$

$$21,25X^2 - 630X + 4500 = 0$$

$$D = 630^2 - 85 \cdot 4500$$

$$\begin{array}{r} 4500 \\ 7 \times 85 \\ \hline 45 \\ \times 85 \\ \hline 225 \\ 360 \\ \hline 382500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 630 \\ \times 63 \\ \hline 118200 \\ 3780 \\ \hline 406800 \end{array}$$

$$382500$$

$$\begin{array}{r} 406800 \\ - 382500 \\ \hline 24300 \end{array}$$

$$\sqrt{100} = 244$$