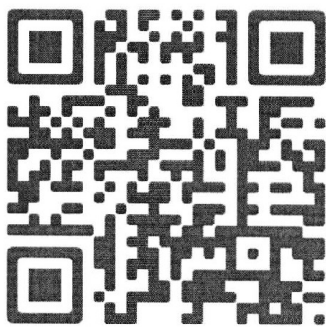




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 = z(3+z) \\ yz = 3x + x^2 = x(3+x) \\ zx = 3y + y^2 = y(3+y) \end{cases}$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(3+x)(3+y)(3+z). \text{ П.к. } x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0, \text{ то } xyz = (3+x)(3+y)(3+z).$$

П.к. $3+x \neq 0$ (иначе $yz = (3+x)x = 0$ и из этого следует, что $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$), заменим yz на $x(3+x)$ и

сократим на $(3+x)$:

$$xyz = x^2(3+x) = (3+x)(3+y)(3+z); \quad x^2 = (3+y)(3+z). \text{ Аналогично получаем: } y^2 = (3+x)(3+z) \text{ и } z^2 = (3+x)(3+y).$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = (3+y)(3+z) - (3+x)(3+z) = (3+z)(3+y-3-x) = (3+z)(y-x)$$

$$x^2 - y^2 = (3+z)(y-x) = (x+y)(y-x); \quad (3+z)(y-x) - (x+y)(y-x) = 0;$$

$$(3+z)(y-x) + (y-x)(x+y) = 0 \quad (y-x)(3+z+x+y) = 0$$

$$\begin{cases} y-x=0 \\ x+y+z=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x \\ x+y+z=-3 \end{cases}$$

1) Если $y=x$:

$$xz = 3y + y^2 = 3x + x^2; \quad x \neq 0, \Rightarrow z = x+3$$

$$xy = x^2 = 3z + z^2 = 3(x+3) + (x+3)^2 = 3x+9 + x^2+6x+9 = x^2+9x+18$$

$$9x+18=0 \Rightarrow x=y=-2, \quad z=1$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (-2+3)^2 + (-2+3)^2 + (1+3)^2 = 1+1+16=18$$

2) $x+y+z=-3, \Rightarrow 3(x+y+z)=-9$

$$(x+y+z)^2 = 9 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a, \quad xy + yz + xz = b$$

$$\begin{cases} a+2b=9 \\ b=a-9 \end{cases} \quad \begin{cases} a+2b=9 \\ a-b=9 \end{cases} \quad \begin{cases} a=9 \\ b=0 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 9 \cdot 3 = a + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18.$$

В обоих случаях выражение равно 18.

Ответ: 18.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $M = AC \cap BD$, $MF \perp AC$

2. AB - диаметр, $\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

3. $\triangle ABC$ - прямоугольный. ($\angle D = 90^\circ$)
 $DF \perp AC \Rightarrow DF$ - высота, значит,
 $\angle DAC = \angle FDC$

4. $\angle FDC = \angle BDE$ как вертикал, $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle MAD = \angle FDC = \angle BDE$.

5. $\angle BDE$ опир. на BE , $\angle MAD$ опир. на MD . Равные углы опир. на равные дуги, а равные дуги стягивают равные хорды, т.е. $BE = DM = 5$.

6. $\angle DMC = 180^\circ - \angle AMD = 180^\circ - 180^\circ - \angle AMD = 180^\circ - (180^\circ - \angle ABC) =$
 $= \angle ABC$. Аналогично $\angle BAC = \angle MPC$.

7. $\triangle ABC \sim \triangle DMC$, $\frac{DM}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{5}{6} = \frac{DC}{10}$.

~~$DC = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$~~ $DC = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$

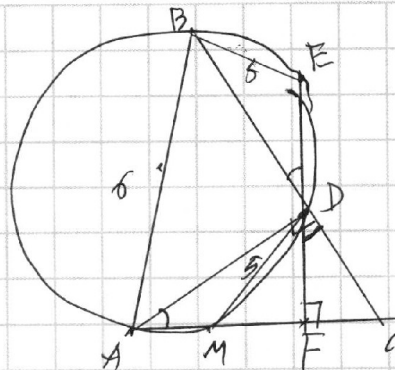
~~8. $AC^2 = AD^2$~~ 8. $DC^2 = CF \cdot CA = CF \cdot 10 = \frac{5^4}{9}$
 $10CF = \frac{5^4}{9}$

$CF = \frac{5^4}{90} = \frac{5^2 \cdot 5^2}{3^2 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{5^3}{18} = \frac{125}{18}$

9. $AF = AC - FC = 10 - \frac{125}{18} =$

$= \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18}$

Ответ: $\frac{55}{18}$



$\angle AMD = 180^\circ - \angle ABC$
 $\triangle ABC \sim \triangle DMC$
 $AB \cdot DM = AD \cdot DC$
 $AB \cdot DM = AD \cdot DC$
 $AB \cdot DM = AD \cdot DC$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При 5 выбираемых карточках:

Всего вариантов C_n^5 , выигрышных $- C_{n-3}^2$ (3 выбора фиксир., остальные 2 выбора могут быть любыми из ост.)

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}}{\frac{n!}{(n-3)! \cdot 2!}} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!} = A - \text{вероятность выиграть для 5 выборов.}$$

Для 6 выборов:

Всего C_n^6 вариантов, выигрышных $- C_{n-3}^3$ (3-фиксир., ост. 3-любые)

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{\frac{n!}{(n-6)! \cdot 3!}}{\frac{n!}{(n-3)! \cdot 6!}} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{6!}{3!} = B - \text{вероятн. выиграть для 6 выборов}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{6!}{3!}}{\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{5!}{2!}} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{2!}{3!} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{2!}{3!} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2$$

$B = 2A$ Вероятн. увелич. вдвое (в 2 раза)

Ответ: в 2 раза



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии равен n , а разность — m .
 Тогда $n_0 = n$, $n_i = n + m(i-1)$, $i \geq 1$. $m \neq 0$, т.к. прогрессия не постоянная.

П.Р. n_3 и n_8 — корни 1 ур-ния, тогда по п. Виета

$$n_6 + n_3 = a^2 - a, \text{ аналогично } n_3 + n_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$n_6 + n_3 = n + 5m + n + 4m = 2n + 9m = n + 2n + n + 7m = n_3 + n_8$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}; \quad 4a^2 - a = a^3 - a^2; \quad 4a(a-1) - a^2(a-1) = 0$$

$$(a-1)(4a-a^2) = 0; \quad a(a-1)(4-a) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

1) Если $a=0$: 1 ур-ие: $x^2 - 5 = 0$; $x = \pm\sqrt{5}$ — 5 и 6 члены

2 ур-ие: $4x^2 - 4 = 0$; $x = \pm 1$ — 3 и 8 члены

Члены арифм. прогрессии на числовой прямой располагаются так: $n_{i+1} > n_i$, если $m > 0$ и $n_{i+1} < n_i$, $m < 0$ для любого $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

Получается, 1 — это 5 или 6 член прогрессии. Но по условию он или 3 или 8. Противоречие $a \neq 0$.

2) Если $a=1$: 1 ур-ие: $x^2 - 4 = 0$
 2 ур-ие: $4x^2 - 1 = 0$

$$x = \pm 2 \text{ — 5 и 6 члены}$$

$$x = \pm \frac{1}{2} \text{ — 3 и 8 члены}$$

2 — это 8 или 3 член. Противоречие, т.к. 2 — это 5 или 6 из того что это корни 1 ур-ия.

3) Если $a=4$: $a^2 - a = 12$;

$$2n + 9m = 12$$

$$n^2 + 9nm + 20m^2 = (n+4m)(n+5m) = n^2 + 9nm + 20m^2 = -1$$

$$(n+2m)(n+7m) = n^2 + 9nm + 14m^2 = -889$$

$$\begin{cases} n^2 + 9nm + 20m^2 = -1 \\ n^2 + 9nm + 14m^2 = -889 \end{cases} \quad -6m^2 = -888; \quad m^2 = 148; \quad m = \pm\sqrt{148} = \pm 2\sqrt{37}$$

$$\begin{cases} n^2 + 9nm + 20m^2 = -1 \\ n^2 + 9nm + 14m^2 = -889 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n + 9 \cdot 2\sqrt{37} = 12 \\ 2n + 9 \cdot 2\sqrt{37} = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n + 9\sqrt{37} = 6 \\ n + 9\sqrt{37} = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 6 - 9\sqrt{37} \\ n = 6 + 9\sqrt{37} \end{cases}$$

Во всех случаях члены арифм. прогрессии располож. в ~~не~~ правильном порядке и 5 и 6 член — корни 1 ур-ия, а 3 и 8 — корни 2 ур-ия.
 $a=4$. Ответ: 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

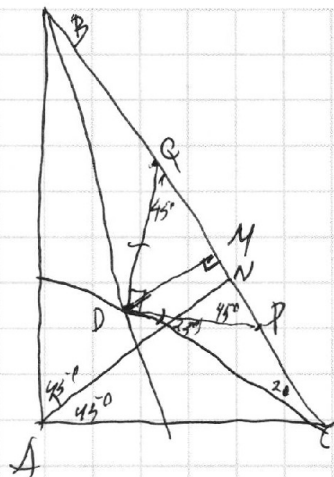
7
☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. DM - биссектриса $\angle QDP$.
2. $QD = DP$, $\angle QDP = 90^\circ \Rightarrow \angle DQM = \angle DPQ = 45^\circ$
3. $\angle CDP = \angle DPQ - \angle DCP = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$
4. AN - биссектриса $\angle BAC$





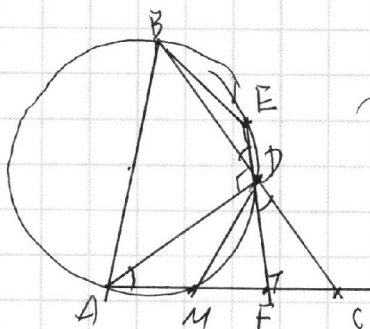
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

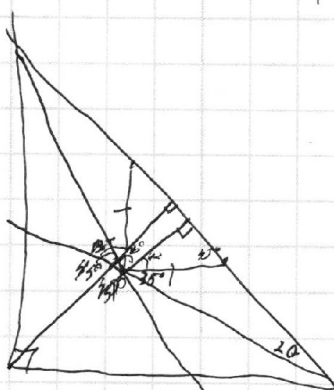
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $M = AC \cap BW, M \neq A$
2. AB - диаметр, $\Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADC$ - прямоугольный, DF - высота.
3. Из того, что $\triangle ADC$ - прямоугольный ($\angle D = 90^\circ$), DF - высота $\Rightarrow \angle DAF = \angle FDC$.
4. $\angle BDE = \angle FDC$ как вертикальные



$$\begin{array}{r} 123 \\ + 53 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 90^\circ - 20^\circ &= 70^\circ \\ 70^\circ - 23^\circ &= 47^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a + b &= 180^\circ \\ b + c &= 115^\circ \\ b + 23^\circ + c &= 90^\circ \\ &= b + c + 115^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 90^\circ + a + b &= 90^\circ + 115^\circ \\ a + b &= x \end{aligned}$$

$$x + b = b + 115^\circ$$

[illegible]



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$xy + yz + zx = z^2 + x^2 + y^2 + 3z + 3x + 3y = A - 9$$

$$yz = x(x+3)$$

$$y = \frac{x(x+3)}{z}$$

$$x = \frac{y(y+3)}{z}$$

$$yz = x(x+3)$$

$$xy = (3+z)z$$

$$\frac{yz}{xy} = \frac{z}{x} = \frac{x(x+3)}{z(3+z)}$$

$$z^2(z+3) = x^2(x+3) = y^2(y+3)$$

$$z^4(z+3)^2 = x^4(x+3)^2 = y^4(y+3)^2 = 1 + 1 + 4 = 6$$

$$\frac{yz - x^2}{x} = 3$$

$$y = \frac{3x + x^2}{z} \quad y = \frac{3z + z^2}{x}$$

$$\frac{3z + z^2 - x^2}{x} = 3$$

$$\frac{3z + z^2}{x^2} - x = 3$$

$$A - 9 = 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2 = 3(x + y + z) + 4z(z+3) + 4x(x+3) + 4y(y+3)$$

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 - 9$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$xy + yz + zx = 9$$

$$\begin{cases} b = a - 9 \\ a + 2b = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 9 \\ a + 2b = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b - a - 2b = 0 \\ -3b = 0 \\ b = 0, a = 9 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$2xy + 2yz + 2zx = 0$$

$$A = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x + y + z) + 9 =$$

$$= 9 + 6 \cdot (-3) + 9 = 18 - 18 = 0$$

0, 9, 99, ... 1 3 4 5

$x+3 \neq 0$
 $y+3 \neq 0$
 $z+3 \neq 0$, м.р. иначе

$\begin{cases} xy=0 \\ yz=0 \\ xz=0 \end{cases}$ и какое-то из $x, y, z = 0$

$$9 \quad 81 \cdot 9 = 720 + 9 = 729$$

$$1 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \quad x^2 = 3z + z^2$$

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \quad xz = 3x + y^2$$

$$3 \rightarrow 9 \rightarrow 27 \quad z^2 = 3 + x$$

$$4 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \quad x = 3(3 + y + (y+3)^2)$$

$$5 \rightarrow 5 \rightarrow 5 \quad = 9 + 3y + y^2 + 6y + 9 =$$

$$6 \rightarrow 6 \rightarrow 6 \quad = 9 + 3y + y^2 + 6y + 9 =$$

$$7 \rightarrow 9 \rightarrow 27 \quad = 9 + 3y + y^2 + 6y + 9 =$$

$$8 \rightarrow 9 \rightarrow 27 \quad = 9 + 3y + y^2 + 6y + 9 =$$

$$9 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \quad 9x = 18$$

$$0 \rightarrow 0 \quad x = -2$$

$$y = -2$$

$$z = -1$$

$$x^2 y^2 z^2 = x y z +$$

$$x^2 y^2 z^2 = x y z (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$x y z = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$(x+3)x^2 = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$x^2 = (y+3)(z+3)$$

$$y^2 = (x+3)(z+3)$$

$$z^2 = (y+3)(x+3)$$

$$(x-y)(x+y) = (z+3)(y+3-x+3)$$

$$(x-y)(x+y) = (z+3)(y-x)$$

$$x+y = -(z+3)$$

$$x+y = -z-3$$

$$x+y+z = -3$$

$$3(x+y+z) = -9$$

$$(x+y+z)^2 = 9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$\lambda_5 + \lambda_6 = a^2 - a$$

$$\frac{\lambda_5 + \lambda_6}{2} = \frac{\lambda_3 + \lambda_8}{2}$$

$$\lambda_5 + \lambda_6 = \lambda_3 + \lambda_8$$

$$\lambda_5 + \lambda_6 = \frac{\lambda_3 + 4\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6}{2} = \frac{\lambda_3 + \lambda_6}{2} = \lambda_3 + \lambda_6$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$a(a-1) - a^2(a-1) = 0$$

$$(a-1)(a-a^2) = 0$$

$$a(a-1)(1-a) = 0$$

1) Если $a = 0$:

$$1 \text{ ур-ие: } x^2 - 5 = 0$$

$$x = \sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}$$

$$2 \text{ ур-ие: } 4x^2$$

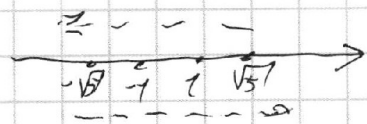
$a = 5$:

$$1: x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = 5$$

$$2: 4x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 1$$



$a \neq 0$

$a = 1$:

$$1: x^2 - (1-1)x + 1-5 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$[x=2, -5 \text{ и } 6]$$

$$[x=2]$$

$$2: 4x^2 - (1-1)x + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 - 4 = 4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 = 0$$

$$4x^2 + 4 - 1 - 4 = 0$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$4x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} - 3 \text{ и } 8$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 32 \\ \hline 544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1096 \\ - 544 \\ \hline 552 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3452 \\ - 3452 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4x^2 - 12x - 3456 = 0$$

$$4x^2 - 12x - 3456 = 0$$

$$x^2 - 3x - 864 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3452 \\ + 3452 \\ \hline 6904 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3456 \\ - 3456 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3456 \\ - 3456 \\ \hline 0 \end{array}$$

Прогрессия! $\lambda_0 = \lambda_1$, $\lambda_n = \lambda_{n-1} + m$

$$\lambda_i = \lambda_1 + m(i-1), i \geq 1$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$\lambda_3 + \lambda_8 = a^3 - a^2$$

$$\lambda_5 + \lambda_6 = a + 4m + a + 5m = 2a + 9m = \lambda_3 + \lambda_8$$

$$\begin{aligned} a &= 4: & a &= 4 \\ a^2 - a &= 12 & a^2 &= 16 \\ a - 5 &= -1 & a^3 &= 64 \\ & & a^4 &= 256 \\ & & a^5 &= 1024 \\ & & a^6 &= 4096 \end{aligned}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = \frac{a^3 - a^2}{4} = \frac{64 - 16}{4} = 12$$

$$\begin{aligned} 2a^4 &= 512 \\ 2a^4 - 4 &= 508 \\ 2a^4 - 4 &= 508 \\ 2a^4 - 4 &= 508 \end{aligned}$$

Если $m > 0$, то $\lambda_5 + \lambda_6$ больше $\lambda_3 + \lambda_8$

аналогично

второй случай

$$\begin{aligned} 3 &< 5 \\ 3 &< 6, \Rightarrow -1 - 8 \text{ и } 6 \text{ и } 11 \end{aligned}$$

же масса 1-3, что не так



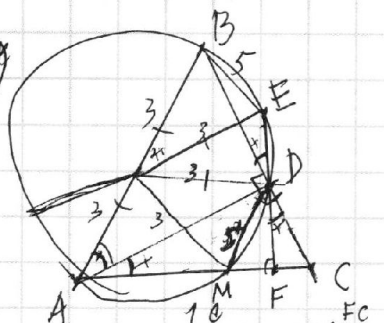
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x^2 - 12x - 1 &= 0 \\ 4x^2 - 12x + 512 + 32 - 4096 - 4 &= 4x^2 - 12x - 3536 = 0 \\ x_1 \neq x_2 = 12 \\ x_1 x_2 = 1 \\ D = 144 + 4 = 148 \\ x_1 = \frac{12 + \sqrt{148}}{2} \\ x_2 = \frac{12 - \sqrt{148}}{2} \\ x = \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 544 & \quad 4700 \\ 4100 & \quad + 3536 \\ 544 & \quad 00 \\ 3536 & \quad 4700 \\ X^2 - 3X - 889 &= 0 \\ D = 9 + 4 \cdot 889 = 9 + 3556 = 3565 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} D &= a^6 - 2a^5 + a^4 \\ D &= a^6 - 2a^5 + a^4 - 4(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) = \\ &= a^6 - 2a^5 + a^4 - 6a^4 - 8a^2 - 4a^6 + 16 \\ a^2 + 9am + 20m^2 &= -4 \\ a^2 + 9am + 14m^2 &= -889 \\ a^2 - a^2 + 9am - 9am + 14m^2 - 20m^2 &= -889 - 1 = -890 \\ -6m^2 &= -888 \\ m^2 &= 148 \\ m &= \sqrt{148} = 2\sqrt{37} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a + 8\sqrt{37} &= 12 \\ a &= 12 - 8\sqrt{37} = 12 - 2\sqrt{37} \\ a &= 12 - 9\sqrt{148} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (n+m)(n+3m) &= \\ &= n^2 + 4nm + 3m^2 = \\ &= n^2 + 9nm + 20m^2 = -7 - 889 \\ (n+2m)(n+4m) &= n^2 + 9nm + 8m^2 = \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} -888 & \quad 6 \\ 5 & \quad 148 \\ -28 & \quad 12 \\ -24 & \quad 37 \\ -48 & \quad 0 \end{aligned}$$



доказ. что
амп. на
пав. дуги
 $DM = BE = 5$
 $\triangle ABC \sim \triangle DCN$
 $\frac{DC}{AC} = \frac{5}{6}$
 $\frac{DF}{10-AF} = \frac{5}{6}$
 $6(10-AF) = 50$
 $60 - 6AF = 50$
 $10 = 6AF$
 $AF = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$
 $AD^2 = 10AF = \frac{50}{3}$
 $AD = \sqrt{\frac{50}{3}}$

$$\begin{aligned} AC &= 10 \\ AB &= 6 \\ BE &= 5 \\ AD^2 &= AF \cdot AC = 10AF \\ AD^2 &= AB^2 - BD^2 = 36 - BD^2 \\ DF^2 &= AF \cdot FC \\ ABDC &\sim ODFC \\ \frac{DF}{10-AF} &= \frac{AB}{AD} \\ AD^2 &= 10 \cdot AF \\ \frac{DF^2}{(10-AF)^2} &= \frac{AD^2}{BD^2} \\ \frac{36}{10AF} &= \frac{36}{36-AD^2} \\ \frac{AF}{10-AF} &= \frac{36}{36-AD^2} \\ \frac{AF}{10-AF} &= \frac{6AF}{36-10AF} \end{aligned}$$