



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $2x + y + 4 = 0 \Rightarrow x = -2 - \frac{y}{2}$; $x = z \Rightarrow z = -2 - \frac{y}{2}$

Рассмотрим первую строку знаменитой системы.

$$\left(-2 - \frac{y}{2}\right)y = -8 - 2y + 4 + \frac{y^2}{4} + 2y$$

$$-2y - \frac{y^2}{4} = -8 - 2y + 4 + \frac{y^2}{4} + 2y$$

$$\frac{y^2}{2} + 2y - 4 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$y^2 + 4y - 8 = 0$$

$$D = 16 + 32 = 48$$

$$\begin{cases} y = \frac{-4 + 4\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{-4 - 4\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2 + 2\sqrt{3} \\ y = -2 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -1 - \sqrt{3} \\ z = -1 - \sqrt{3} \\ y = -2 + 2\sqrt{3} \end{cases} (1)$$

$$\begin{cases} y = -2 - 2\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} - 1 \\ z = \sqrt{3} - 1 \end{cases} (2)$$

Проверка:

Подставим (1) в последние две строки знаменитой системы:

$$(-2 + 2\sqrt{3})(-1 - \sqrt{3}) \stackrel{?}{=} -4 - 4\sqrt{3} + 1 + 3 + 2\sqrt{3}$$

$$2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 6 \stackrel{?}{=} -4 - 4\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}$$

$$-4 \stackrel{?}{=} -2\sqrt{3} - \text{неверно} \Rightarrow (1) \text{ не решение}$$

Подставим (2):

$$(-2 - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} - 1) \stackrel{?}{=} 4\sqrt{3} - 4 + 4 - 2\sqrt{3}$$

$$-2\sqrt{3} + 2 - 6 + 2\sqrt{3} \stackrel{?}{=} 2\sqrt{3}$$

$$-4 \stackrel{?}{=} 2\sqrt{3} - \text{неверно} \Rightarrow (2) \text{ не решение}$$

$$\Rightarrow x \neq z$$

$$\Rightarrow z + x + y = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = yz + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0; \quad (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = ?$$

вычитать из первой строки вторую:

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + y(z-x)$$

$$(z-x)(z+x+y) = y(x-z)$$

$$(z-x)(z+x+y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} z-x=0 & \text{I)} \\ z+x+y=0 & \text{II)} \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:
I) Если $x=z \Rightarrow$

$\Rightarrow$ рассмотрим вторую и третью строки системы:

$$\begin{cases} yx = 4x + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

вычитать из первой строки вторую:

$$\begin{aligned} x(y-x) &= (x-y)(x+y) + y(x-y) \\ (x-y)(x+y+y+x) &= 0 \end{aligned}$$

Если $x=y$ рассмотрим первую строку изначальной системы:

$$x^2 = 4x + x^2$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0, \text{ но}$$

$x=y=z=0$ не подходит по условию



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим случай II):

$$x + y + z + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -4 - z - x$$

Подставим найденный y в последние две строки исходной системы:

$$\begin{cases} (-4 - z - x)z = 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xz = -16 - 4z - 4x + 16 + z^2 + x^2 + 2xz + 8z + 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4z - z^2 - xz = 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xz = x^2 + z^2 + 2xz + 4x + 4z \end{cases}$$

Сложим первую строку со второй:

$$-z^2 - 4z = x^2 + z^2 + 2xz + x^2 + 8x + 4z$$

$$x^2 + z^2 + 2xz + x^2 + 8x + 8z + z^2 = 0$$

Подставим y в выражение, которое мы ищем:

$$x^2 + 8x + 16 + z^2 + 8z + 16 + (-z - x)^2 = x^2 + 8x + z^2 + 8z + x^2 + z^2 + 2xz + 32 \Rightarrow$$

0"

$$\Rightarrow \text{значение выражения} = 32$$

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n^2

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{2025}$$

Заметим, что $n = 10^{2026} - 1$

$$n^3 = (10^{2026} - 1)^3 = 10^{6078} - 3 \cdot 10^{4052} + 9 \cdot 10^{2026} - 1$$

Рассмотрим число $a = 10^{6078} - 3 \cdot 10^{4052}$

$$a = 10^{6078} - 3 \cdot 10^{4052} = 10^{4052} (10^{2026} - 3) =$$
$$= \underbrace{9 \dots 9}_{2024} \underbrace{70000}_{4052}$$

Рассмотрим число $b = 9 \cdot 10^{2026} - 1$

$$b = 9 \cdot 10^{2026} - 1 = \underbrace{8999 \dots 9}_{2025} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ кол-во единиц в $n^3 = a + b$ равно 4049

Ответ: 4049



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \angle P D F = \alpha + \beta \Rightarrow \angle C A B = 2\alpha + \beta \text{ (м.к. } \angle C A B = \angle C D T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle P A D = \alpha$$

из $\triangle A E B$:

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

из $\triangle A P D$ по т. синусов:

$$\frac{PD}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{PD}{\frac{2}{3}} = 15$$

$$PD = 10$$

Как известно $\triangle CTD \sim \triangle ABC$ с $K = \cos(90 - \alpha)$

($\triangle CTD$ образован основаниями двух высот CD и CT вершины C) $\Rightarrow \frac{CT}{BC} = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow CD = AC \cdot \frac{2}{3}$

$$CD = 20 \cdot \frac{2}{3} = \frac{40}{3}$$

По т. синусов $\triangle CTD$:

$$\frac{10}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{\frac{40}{3}}{\sin(90 - \alpha - \beta)}$$

$$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin(90 - \alpha - \beta) = \frac{40 \cdot 3}{30 \cdot \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin(90 - \alpha - \beta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\triangle AFE$ — прямоугольный $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow \sin \angle FEA$~~

$$\Rightarrow \angle FEA = 90^\circ - \alpha - \beta$$

$$\sin(\angle FEA) = \sin(90^\circ - \alpha - \beta)$$

$$\sin(\angle FEA) = \frac{AF}{AE}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha - \beta) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

по т. Пифагора в $\triangle AEB$:

$$AE = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

$$\frac{AF}{5\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$AF = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9}$$

Ответ: $AF = \frac{100}{9}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14

Рассмотрим первый случай (когда игрок выбирает 5 коробок).

$$P(\text{выигрыш}) = \frac{C_5^3}{n}, \text{ где } n - \text{кол-во коробок.}$$

C_5^3 - количество способов, что бы в 5 коробках было 3 шарика.

Рассмотрим 2 случай (когда игрок выбирает 8 коробок)

$$P(\text{выигрыш}) = \frac{C_8^3}{n}, \text{ где } n - \text{кол-во коробок; } C_8^3 - \text{количество способов что бы в 8 коробках было 3 шарика,}$$

тогда вероятность выигрыша увеличилась в:

$$\frac{C_8^3}{C_5^3} = \frac{C_8^3}{C_5^3} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5,6 \text{ раз}$$

Ответ: в 5,6 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x_1; x_2$ - корни ур-ния: ^{н5}

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{a^3 - a^2}{2} = 0$$

Пусть $x_3; x_4$ - корни ур-ния:

$$2(x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4) = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - \left(\frac{a^3 - a^2}{2}\right)x - a^6 - 4a - 2 = 0$$

по т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \end{cases}$$

Пусть у нас задана последовательность $b_1; b_1 + d; \dots; b_1 + n \cdot d$ - это арифм. последовательность из условия $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = b_1 + 3d \\ x_2 = b_1 + 4d \\ x_3 = b_1 + d \\ x_4 = b_1 + 6d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad | :2$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$a=0:$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \text{ не имеем корней противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=0 \text{ не подходит}$$

$$a=1:$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0 \text{ не имеем корней противоречие} \Rightarrow a=1 \text{ не подходит}$$

$$a=2:$$

$$(1): x^2 - (4-2)x + \frac{2-8}{3} = 0$$

$$(2): x^2 - \left(\frac{8-4}{2}\right)x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$(1): x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x = 1+\sqrt{3} \\ x = 1-\sqrt{3} \end{cases}$$

$$(2): x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1-5\sqrt{3} \\ x = 1+5\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1-5\sqrt{3} \\ x = 1+5\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{д- шаг процесса} = 2\sqrt{3} \\ b_1 = 1-7\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow a=2 \text{ подходит}$$

$$\text{ответ: } a=2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

Рассмотрим 3 случая раскрытия модуля.

где $x > 0$
 $y > \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$ I)

$$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$
 II)

$$y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$
 III)

$$\text{I)}: y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$y \leq 18$$

$$\text{II)} \quad y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$\text{III)} \quad -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$y \geq 12$$

Теперь рассмотрим случаи, где $x < 0$:

$$y > 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$
 IV

$$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$
 V

$$y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$
 VI



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{IV)}: \quad y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$
$$y \leq 18$$

$$\text{V)} \quad -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$
$$-\frac{2x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$
$$x \geq -18\sqrt{3}$$

$$\text{VI)} \quad -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$
$$-2y + 30 \leq 6$$
$$y \geq 12$$

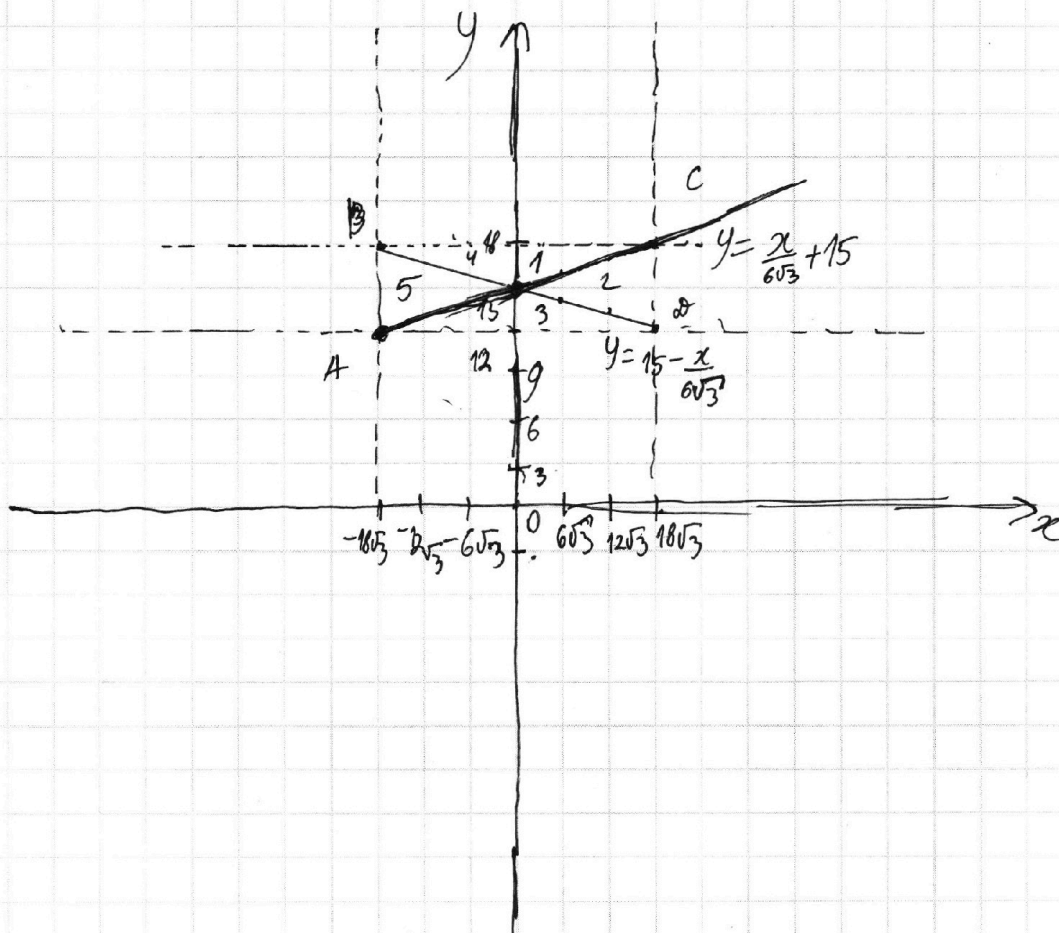


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В первом случае (случай I) у меня заштриховывается треугольник 1. В случае 2 (II) заштриховывается треугольник 2. В случае 3 (III) заштриховывается треугольник 3. В случае 4 (IV) заштриховывается треугольник 4. В случае 5 (V) заштриховывается треугольник 5. В случае 6 (VI) заштриховывается треугольник 6. т.е. мы заштриховываем эти неравенства (неравенства из условия) прямоугольник



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С вершинами с координатами.

A $(-18\sqrt{3}; 12)$

B $(-18\sqrt{3}; 18)$

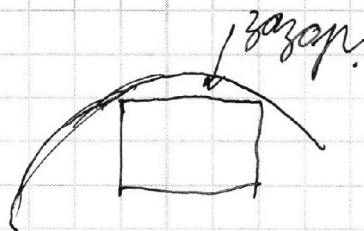
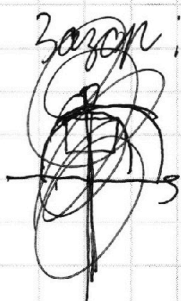
C $(18\sqrt{3}; 18)$

~~D $(18\sqrt{3}; 12)$~~

D $(18\sqrt{3}; 12)$

Площадь этого прямоугольника $= 6 \cdot 36\sqrt{3} = 216\sqrt{3}$.

Заметим, что при этом повороте заштриховывается полуокружность радиуса 18 — "(минус)"
полуокружность радиуса 12 и — "(минус)"
площадь зазора.





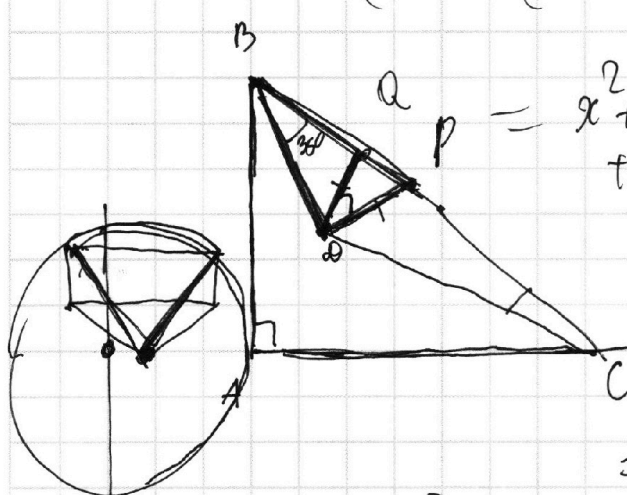
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+y)^2 + (z+y)^2 + (-2-x)^2 =$$



$$p = x^2 + 8x + 16 + z^2 + 8z + 16 + x^2 + z^2 + 2xz =$$

$$z^2 + 2xz + 4z =$$

$$= z^2 + 2xz + 4z$$

$$= 2x^2 + 2z^2 + 8x + 8z + 32$$

$$-4z - z^2 - xz = 4x + x^2$$

$$xz = -4z - z^2 - xz = 4x + x^2$$

$$-4z - z^2 - 2xz = z^2 - 2xz$$

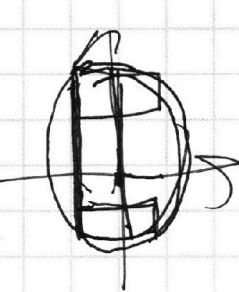
$$-4z - z^2 = 4x + x^2 + z^2 + x^2 + 2xz + 4z + 4x$$

$$x^2 + z^2 + 2xz + x^2 + z^2 + 8x + 8z = 0$$

$$(x+z)^2 + x(8+x) + z(8+z) = 0$$

$$D = 4 + 2 \cdot 4 = 12 = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$x_1; x_2 = a_4; a_5$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x_3; x_4 = a_2; a_7$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{2 - a^3}{3} \\ x_1 + x_2 = a^2 - a \end{cases}$$

$$x_3 + x_4 = a^3 - a^2$$

$$x_3 x_4 = -2a^6 - 8a - 4$$

$$(a^2 - a)^2 - \frac{2 - a^3}{3} > 0$$

$$(a^3 - a^2)^2 + 2(2a^6 + 8a + 4) > 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$a_2 = a + 1$$

$$a_7 = a + 6$$

$$a_4 = a + 3$$

$$a_5 = a + 4$$

$$-2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 = 0$$

$$x - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$4 + 74 \cdot 4 = 300$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$74$$

$$37 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$17$$

$$74$$

$$x \cdot 4$$

$$296$$

$$= 300$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

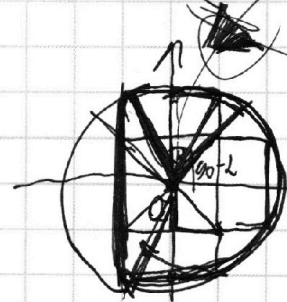
$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases} - \text{проверка}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases} - \text{проверка}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases} - \text{проверка}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases} - \text{проверка}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases} - \text{проверка}$$



$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - a^2 = a^2 - a$$

$$a^3 - 2a^2 + a = 0$$

$$a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a(a-1)^2 = 0$$

$$a=0$$

$$a=1$$

$$a=2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

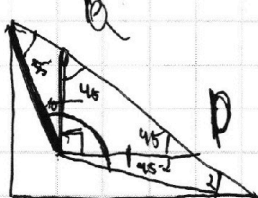
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①

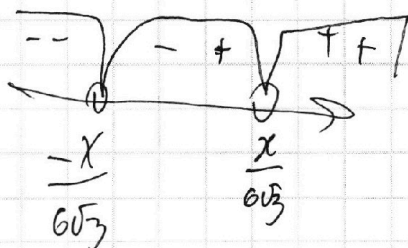
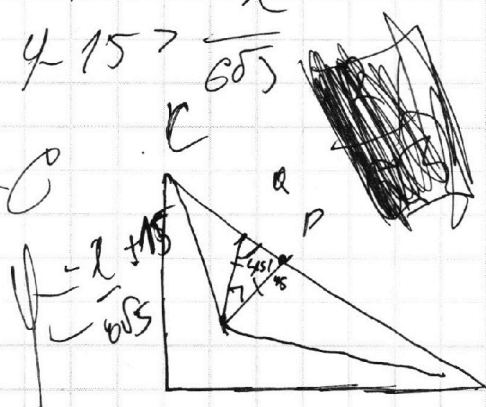
$$\left| t + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| t - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$



$$t > \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$
$$y - 15 > \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$t + \frac{x}{6\sqrt{3}} + t - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$



$$2t \leq 6$$

$$y - 15 \leq 3 \quad A$$

$$y \leq 18$$

$$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} < t < \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$t < y - 15$$
$$-t - \frac{x}{6\sqrt{3}} - t + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$t + \frac{x}{6\sqrt{3}} - t + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-2t \leq 6$$

$$t \geq -3$$

$$\begin{cases} x \leq 12\sqrt{3} \\ y \leq 18 \end{cases}$$

$$y - 15 \geq -3$$

$$y \geq 12$$

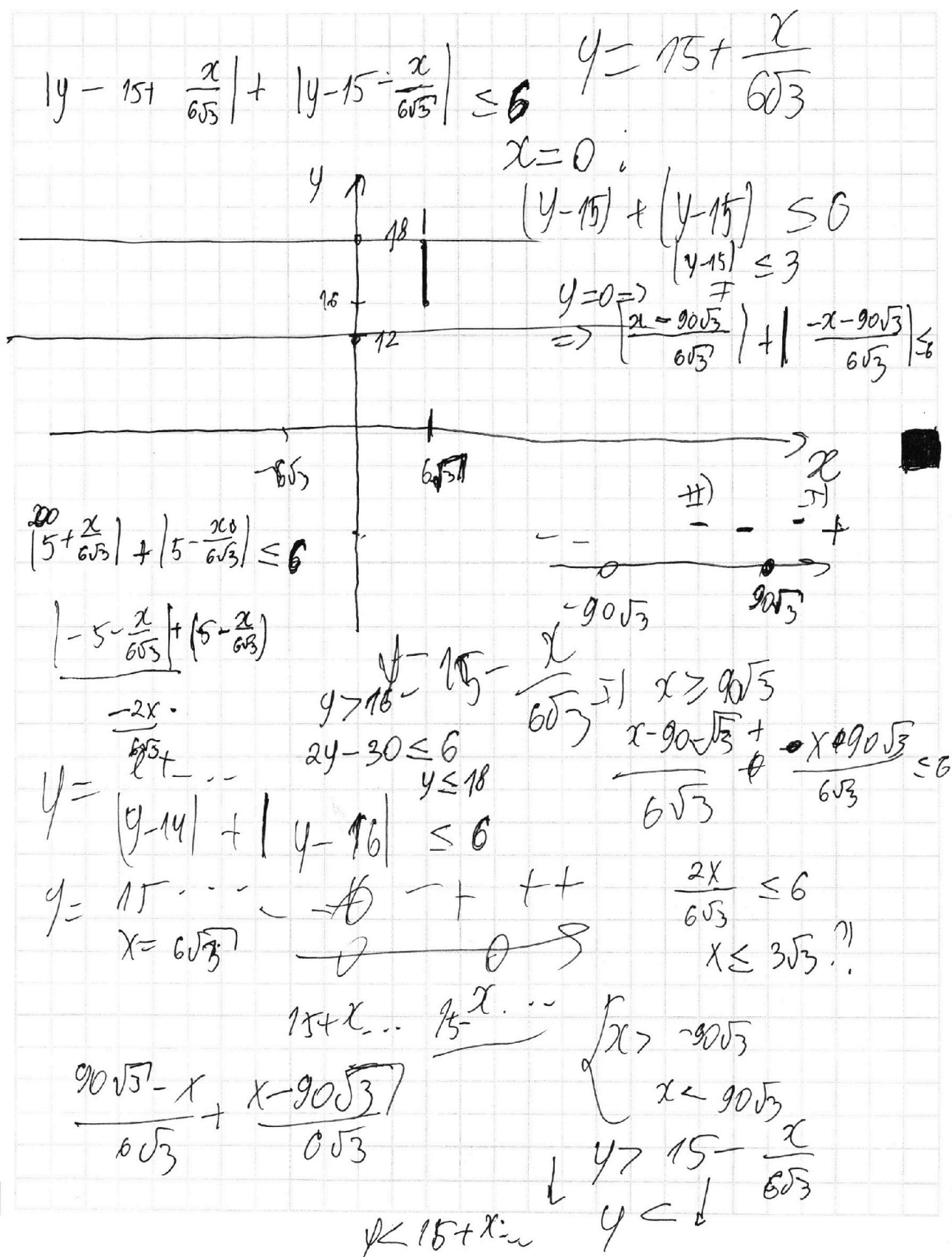


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n^2 \checkmark$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7- \\ 26 \\ \times 3 \\ \hline 78 \end{array}$$

$n^3 - ?$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{2026} - 1)^3 \\ &= 10^{6078} - 3 \cdot 10^{4052} + 3 \cdot 10^{2026} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-b)(a^2+2ab+b^2) &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$10^2 - 3 \cdot 10 = 70$$

$$\begin{array}{r} 10^{4052} (10^{2026} - 3) \\ \hline 2025 \cdot 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10^{2026} \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$10^3 - 3 \cdot 10 = 970$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$10(10^2 - 3) =$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 1 \\ \hline 990 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2026 \cdot 9 \\ 9999 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 2025 = 9 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x, y, z \neq 0$
имеем равен.

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & | \cdot 2 \\ yz = 4x + x^2 & | \cdot 2 \\ zx = 4y + y^2 & | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{1} \quad (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = ?$$

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx}{2} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$z^2 + 4z + x^2 + 4x + y^2 + 4y + x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 0$$

$$(z+y)^2 + (x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 0$$

$$(z+y)^2 + (x+y)^2 + (y+z)^2 = 2xy + 2xz + 2yz + 4x + 4y + 4z - x^2 - y^2 - z^2$$

$$z^2 - x^2 + 4z - 4x = y(x - z)$$

$$(z-x)(z+x) + 4(z-x) = y(x-z)$$

$$(z-x)(z+x+y) = 0$$

$$\text{Если } x = z \Rightarrow$$

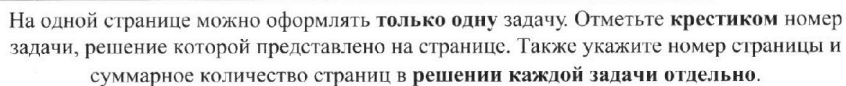
$$\Rightarrow y = z + x + 4 = -1 - \sqrt{3}$$

$$yx = 4x + x^2$$

$$x^2 = 4y + y^2$$

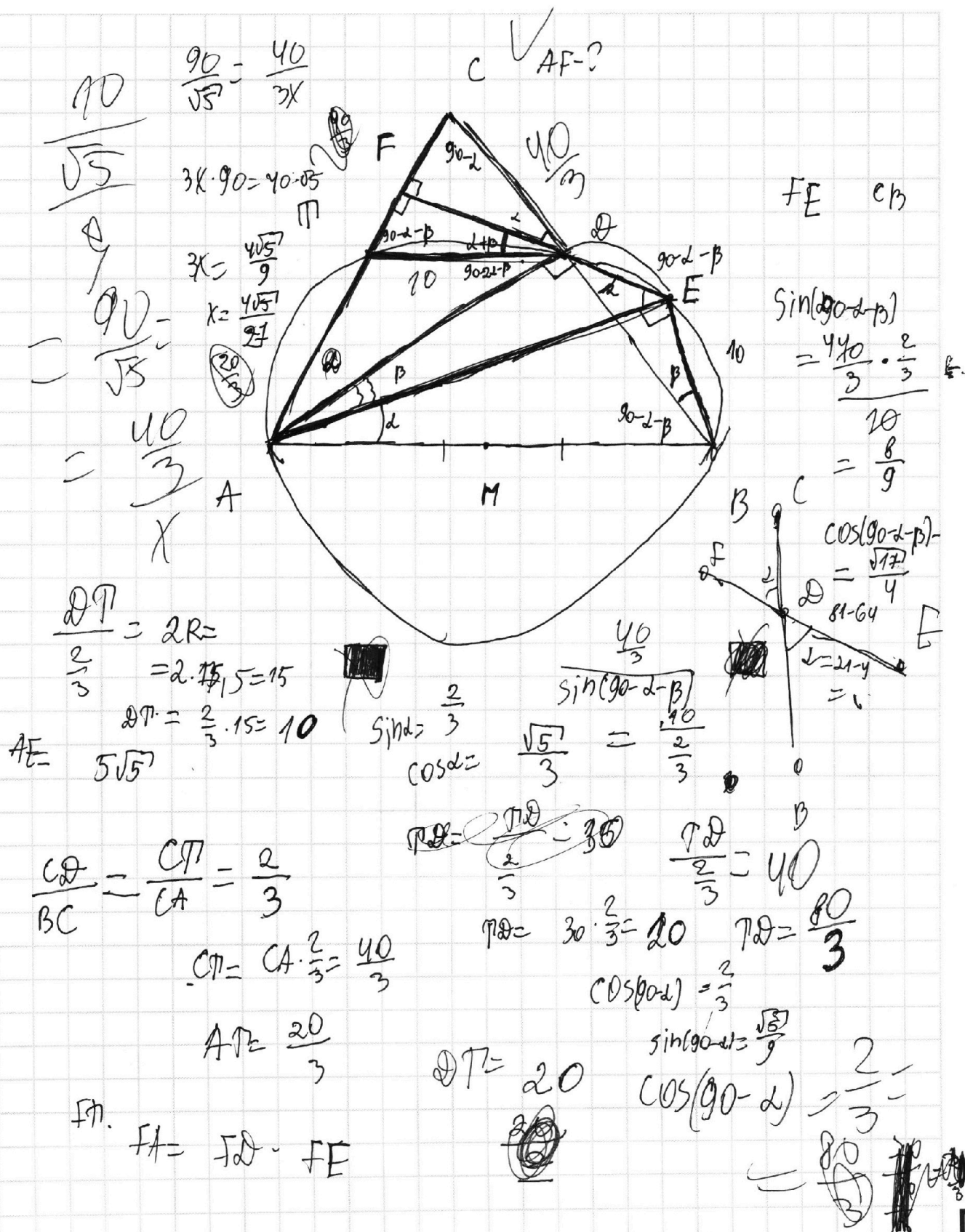
$$x(y-x) = x^2 - y^2 + 4x - 4y$$

$$-2 + 1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} &= \frac{40}{3 \cdot 10} \cdot \frac{\sqrt{5}}{9} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{27} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$C_n^3 \cdot C_n^2$

$U \quad V \quad W$



n

$$\frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$\frac{3 \cdot C_n^2}{n}$$

$$3 \cdot C_n^5$$

$$\frac{C_n^2 \cdot C_n^3}{C_n^5 \cdot C_n^5} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{1}{5! \cdot 5!} = \frac{n! \cdot n!}{(n-2)! \cdot 2! \cdot (n-3)! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 5!}$$

$$\frac{n! \cdot (n-5)! \cdot (n-6)! \cdot (n-7)!}{(n-5)! \cdot (n-5)! \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{n! \cdot (n-2)! \cdot (n-3)! \cdot (n-4)! \cdot 8! \cdot 2!}{(n-5)! \cdot 5! \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{5! \cdot (n-5)!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n шм
5 ходов
1 1 1 0 0

C_5^2
non-n-r-n
 C_8^2
 C_8^3
n-r-n

$$\frac{C_8^3}{C_5^2} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \Rightarrow \frac{8! \cdot 3! \cdot 2!}{5! \cdot 5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{120 \cdot 20} = \frac{16}{10} = 1.6$$

назад.