



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases} \text{ перемножим (т.к. } x, y, z \neq 0) \Rightarrow x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = (x+3)(z^2 + 3z + 9)$$

$$\cancel{xyz} = \cancel{xyz} + 3xy + 3zx + 9x + 3zy + 9y + 9z + 27$$

$$xy + zx + yz + 3x + 3y + 3z + 9 = 0 \quad (1)$$

возведем левые квадраты:

$$\begin{cases} xy = (z+3)^2 - 3z - 9 \\ yz = (x+3)^2 - 3x - 9 \\ zx = (y+3)^2 - 3y - 9 \end{cases} + \Rightarrow xy + yz + zx = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z - 27$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 + 18 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$$

$$\| \circ \text{ (по (1) прав-бу)}$$

т.е. $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$ при $x, y, z \neq 0$

Ответ: $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Пусть всего x коробок

Тогда способов выбрать 5 коробок C_x^5

Чтобы выбранная комбинация коробок была выигрышной среди 5 коробок должны быть 3 шарика и 2 мяча вместе, тогда кол-во выигрышных комбинаций C_{x-3}^2 (зафиксировав 3 коробки с шариками, выбираем 2 мяча)

по определению вероятности $P_1 = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$

Если можно выбрать 6 коробок, всего способов C_x^6 , подводящих C_{x-3}^3 (т.к. уже можно выбрать 3 мяча)

$$P_2 = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_x^6 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{(x-3)! \cdot x! \cdot 6! \cdot (x-6)! \cdot 2! \cdot (x-2)!}{3! \cdot (x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)! \cdot x! \cdot (x-3)!} = \frac{6! \cdot 2!}{5! \cdot 3!} = \frac{6}{3} = 2$$

= 2

Ответ: вероятность выигрыша увеличится

в 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - a(a-1)x + a-5 = 0 \quad \sim 5 \quad 4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

по Теореме Виета:

по Теореме Виета:

$$\begin{cases} a^2(a-1)^2 - 4(a-5) > 0 \\ x_1 + x_2 = a(a-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^4(a-1)^2 - 16(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) > 0 \\ x_3 + x_4 = \frac{1}{4}a^2(a-1) \end{cases}$$

x_1, x_2 - корни

x_3, x_4 - корни

пусть 1 ый член прогрессии - n_1 , разность - d

$$\text{Тогда, } \left. \begin{aligned} x_1 &= n_1 + 4d \text{ (5ый член)}, & x_2 &= n_1 + 5d \text{ (6ый)} \\ x_3 &= n_1 + 2d \text{ (3ий)}, & x_4 &= n_1 + 7d \text{ (8ый)} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2n_1 + 9d \\ x_3 + x_4 = 2n_1 + 9d \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; \quad a(a-1)\left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

(пер-во (1))

$$|x_4| > |x_2| > |x_1| > |x_3|$$

если $a=0$

$$\begin{cases} x^2 = 5 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{5} \\ x_{3,4} = \pm 1 \end{cases}$$

пер-во (1) не выполняется

если $a=1$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1) \text{ не выполняется}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{если } a=4: X^2 - 12X - 1 = 0 \Rightarrow X_{3,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+1}}{1}$$

$$4X^2 - 48X - 77.254 = 0$$

$$X^2 - 12X - 7.727 = 0 \Rightarrow X_{3,4} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 7.727}}{1}$$

пер-во (7) вычитается

$$\text{тогда } d = |6 + \sqrt{37} - (6 - \sqrt{37})| = 2\sqrt{37}$$

$$X_4 - X_2 = 2d = |6 + \sqrt{925} - (6 + \sqrt{37})| = \sqrt{925} - \sqrt{37}$$

$$\sqrt{925} - \sqrt{37} = 24\sqrt{37}; \quad \sqrt{925} = 5\sqrt{37}; \quad \sqrt{37} = \sqrt{25 \cdot 37};$$

$5\sqrt{37} = 5\sqrt{37}$ верно \Rightarrow такая арифметическая про-

грессия существует.

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{75}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{75}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3 \quad \cdot 6\sqrt{3}$$

$$|6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y| + |6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} a = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} + y \geq 0 \\ b = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} - y \geq 0 \\ 72x\sqrt{3} - 90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ -2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b < 0 \\ 2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y > 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \leq 9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \\ -2y \leq 18\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \geq -9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y_1 = -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3}$$

$$y_2 = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

заметьте, что y_1 и y_2 симметричны относительно Ox . $y_1, y_2 = (75^\circ, 0)$

$$x=9 \cap y_1 = (9; -9\sqrt{3}); x=9 \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

$$x=6 \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); x=6 \cap y_2 = (6; -9\sqrt{3})$$

$$y=9\sqrt{3} \cap y_1 = (6; 9\sqrt{3}); y=9\sqrt{3} \cap y_2 = (9; 9\sqrt{3})$$

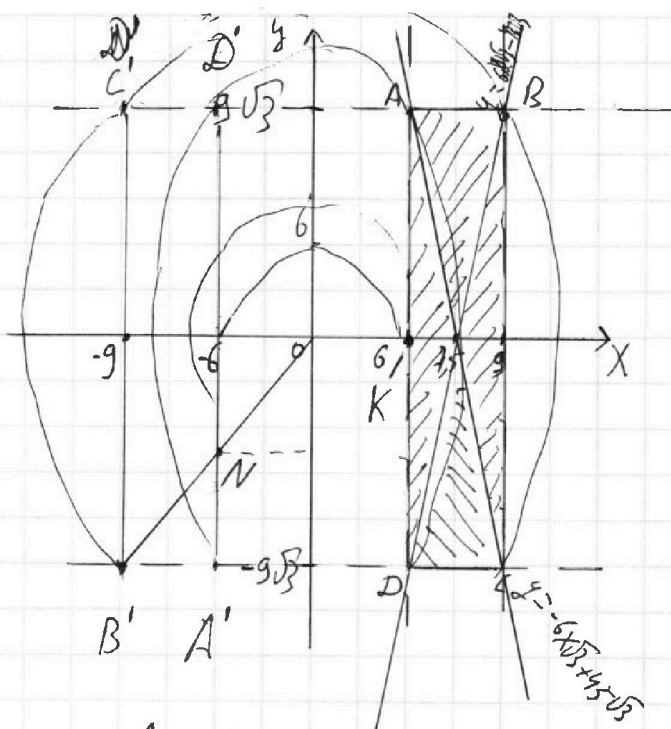
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



прямоугольник $ABLD$ - исходная фигура.

При повороте отложим начало координат, каждая отдельно взятая точка будет двигаться по окружности. Заметим, что T , B и C движутся по той окружности

и T , A и D тоже.

$$\text{для } y > 0 \quad S_1 = \frac{1}{2}\pi OC^2 - \frac{1}{2}\pi OK^2 = \frac{1}{2}\pi (18^2 - 6^2) = \underline{744\pi}$$

Проведем OB' . Пусть $T(-9; 0) - P$

$$\text{Тогда } \operatorname{tg} \angle B'OP = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle B'OP = 60^\circ$$

$$\text{тогда } S_2 = \frac{80^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (OB')^2 - S_{\Delta} = \frac{1}{6}\pi \cdot 18^2 - 18\sqrt{3} = \underline{18(3\pi - \sqrt{3})}$$

$$OB' \cap A'D' = (-6; -6\sqrt{3}) = N \Rightarrow S_3 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$S_3 = B'A'N = \frac{1}{2} \cdot (9-6)(9\sqrt{3}-6\sqrt{3}) = \underline{\frac{9}{2}\sqrt{3}}$$

Фигура симметрична относительно Oy . Тогда

$$S_{\phi} = S_1 + 2S_2 + 2S_3 = 744\pi + 36(3\pi - \sqrt{3}) + 9\sqrt{3} = 744\pi + 208\pi - 27\sqrt{3}$$

$$\underline{\text{Ответ: } S_{\phi} = 252\pi - 27\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ABC - прямоугольный треугольник

BC - гипотенуза

$P, Q \in BC$

$AB = BP$

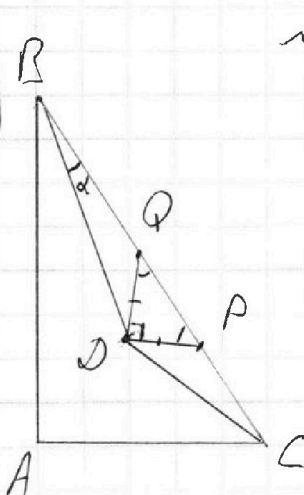
$AC = CQ$

$DP = DQ$

$\angle PDQ = 90^\circ$

$\angle DCB = 20^\circ$

Найти: $\angle DBC$



~ 7

$$DP = DQ = a$$

пусть $\angle DBC = x$

$$1. PQ = BP + PC - BC = AB + AC - BC$$

в о-на DPQ ($\angle D = 90^\circ$):

$$PQ = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

(т. Пифаг.)
зопра)

$$\Rightarrow \sqrt{AB^2 + AC^2} = AB + AC - a\sqrt{2} \quad \uparrow^2$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2a^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$

$$AB(AC - a\sqrt{2}) = a(AC\sqrt{2} - a) \quad (1)$$

2. в треугольнике PCD :

$$\angle DCB + \angle PDC = \angle QPD = 45^\circ \Rightarrow \angle PDC = 25^\circ$$

по теореме син:

$$\frac{PC}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \Rightarrow PC = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$$

в треугольнике BQD аналогично

$$\frac{BQ}{\sin 45^\circ - 20^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ} \quad (3)$$

$$3. PC = AC - PQ = AC - a\sqrt{2} \Rightarrow AC - a\sqrt{2} = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \left(\frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right)$$

$$BQ = AB - PQ = AB - a\sqrt{2} \quad (2) \quad \text{подставим в (1):}$$

$$AB \left(a\sqrt{2} \left(\frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) - a\sqrt{2} \right) = a \left(a\sqrt{2} \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) - a \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB \cdot \sin 25^\circ = a \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \Rightarrow AB = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \right)$$

подставим в (2): $BQ = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \right) - a \sqrt{2} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} a$

подставим в (3): $\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} = \frac{\sin 45^\circ - 1}{\sin 2}$

$$\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} = \frac{\sin 45^\circ - 1}{\sin 2} \Rightarrow \angle = 25^\circ$$

Ответ: $\angle = 25^\circ$

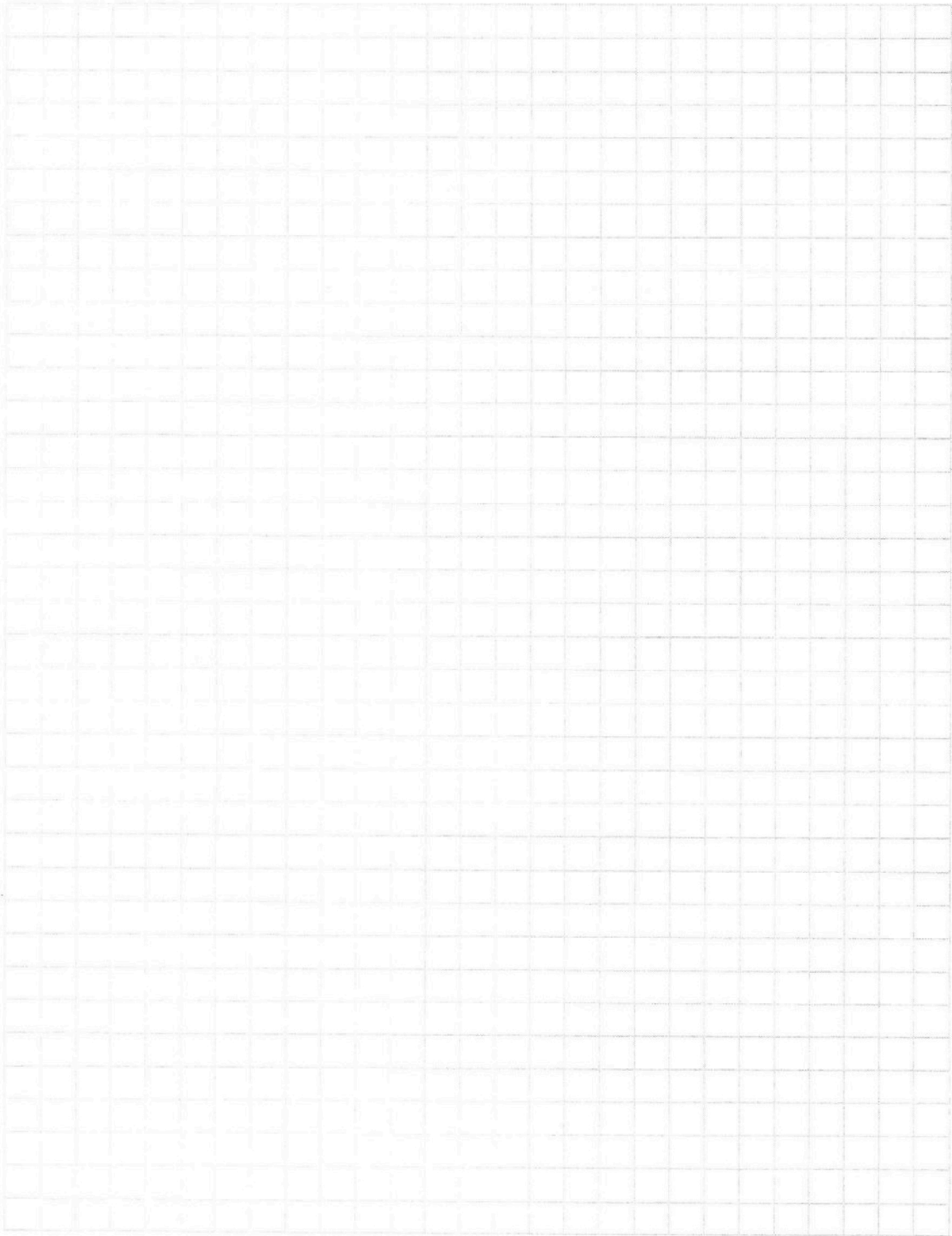


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 39999 \\
 \times 88887 \\
 \hline
 319992 \\
 3199920 \\
 31999200 \\
 319992000 \\
 \hline
 3582000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 99998 \\
 \times 99999 \\
 \hline
 9999800000 \\
 99998000000 \\
 999980000000 \\
 9999800000000 \\
 \hline
 99998000000000
 \end{array}$$

$$9 \cdot \sin(45^\circ - 2) = 9 \cdot \frac{\sin 20}{\sin 25} \cdot \sin 2 \cdot 40000$$

$$39997 + 8 + 39996 \cdot 9 = 399960 + 9 \quad C_{x-3}^2$$

$$72000 - 80002 = 39998$$

$$40000 + 39998 + 1 = 79999$$

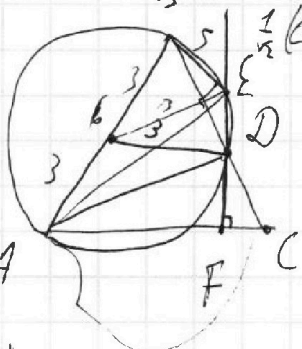
$$n = (10^0 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^3 + 10^4) \cdot 9 = 729 \cdot (11111 \dots 11)$$

$$\sin(45 + 1 - 2) = \sin 45^\circ \cdot \cos 2 - \cos 45^\circ \cdot \sin 2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2 - \sin 2) = \frac{\sin 20}{\sin 25} \cdot \sin 2 \cdot 40000$$

$$\begin{array}{r}
 77777 \dots 777 \\
 \times 11111 \dots 111 \\
 \hline
 77777 \dots 777 \\
 77777 \dots 777 \\
 77777 \dots 777 \\
 77777 \dots 777 \\
 \hline
 3209876543210987654321
 \end{array}$$

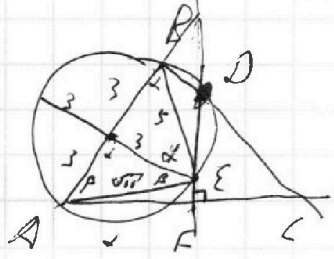
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$\sin 90^\circ = \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1$$



$$\begin{array}{c}
 U \cup L \cup L \cup L \cup L \\
 \times \\
 C_x^5 \\
 C_{x-3}^2 \\
 C_x^5 \\
 C_x^6 \\
 16 = 2^4
 \end{array}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2 - \sin 2) = \frac{\sin 20}{\sin 25} \cdot \sin 2 \cdot 40000$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = (z+3)^2 - 3z - 9$$

$$xy + yz + xz = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - 3x - 3y - 3z - 27$$

$$xy + yz + xz + 3x + 3y + 3z = x(y+3) + y(z+3) + z(x+3)$$

$$y(z+3) = z(x+3) \Rightarrow \frac{y(z+3)}{y} = \frac{z(x+3)}{y} = \frac{x^2 z}{y}$$

$$\frac{z}{y} = \frac{y(z+3)}{z(z+3)} \Rightarrow x^2(x+3) = y^2(y+3)$$

$$\frac{z}{x} = \frac{x(x+3)}{z(z+3)} \Rightarrow x^2(x+3) = z^2(z+3)$$

$$x(x+3) = yz; (x+3)^2 = \frac{y^2 z^2}{x^2}$$

$$\frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{y^2 x^2}{z^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} = \frac{z^4 y^4 + x^4 y^4 + z^4 x^4}{(xyz)^2} = \frac{(x-3)! \cdot 6! \cdot (x-6)!}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot x!} = \dots$$

$$= \frac{x^4(x+3)^4 + z^4(z+3)^4 + y^4(y+3)^4}{xyz(x+3)(y+3)(z+3)}$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3); \quad \boxed{xyz = (x+3)(y+3)(z+3)}$$

$$xyz = (x+3)(zy + 3z + 3y + 9); \quad xyz = xy z + 3xz + 3xy + 9x + 3zy + 9z + 9y + 27$$

$$0 = 3xz + 3xy + 3zy + 9x + 9y + 9z + 27; \quad 0 = xz + xy + zy + 3x + 3y + 3z + 9$$

-6, -6, -3

36 = 9 - 9

40000 - n + 1

1

9^2 = 81 - 9 = 729

n = 9999 ... 99

n^3

$$\begin{aligned} & 39997 \cdot 9 + 39998 \cdot 8 = 399979 \\ & 39999 \cdot 9 + 39999 \cdot 8 = \\ & = 399990 + 8 = 399998 \\ & 39998 \cdot 9 + 39999 \cdot 8 = 399980 + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 99 \\ \times 999 \dots 99 \\ \hline 99919 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39999 \\ \times 9999 \\ \hline 399990 \\ 3999900 \\ 39999000 \\ 399990000 \\ \hline 3999900009 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y|}{6\sqrt{3}} + \frac{|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y|}{6\sqrt{3}} \leq 3;$$

$$|6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y| + |6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y| \leq 18\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y \geq 0 & y \geq -6x\sqrt{3}+45\sqrt{3} \\ 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}-y \geq 0 & y \leq 6x\sqrt{3}-45\sqrt{3} \\ 12x\sqrt{3}-90\sqrt{3} \leq 18\sqrt{3} & 2x-7.5 \leq 3; 2x \leq 18; x \leq 9 \end{cases}$$

$$6x\sqrt{3}-45\sqrt{3}+y - 6x\sqrt{3}+45\sqrt{3}+y \leq 18\sqrt{3}$$

$$AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = a^2 \left(\sqrt{2} \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) - 1 \right) \cdot 2 \leq 9\sqrt{3}$$

$$AB = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} a \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \sqrt{2} \right) \quad -2y \leq 18\sqrt{3}; y \geq -9\sqrt{3}$$

$$AB = a \left(\frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} + \sqrt{2} \right)$$

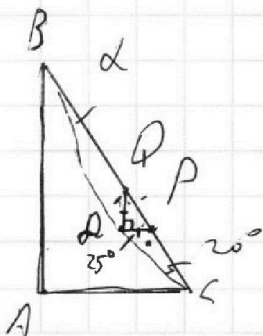
$$\sqrt{36+81 \cdot 3} = BQ = a \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ}$$

$$= 3\sqrt{4+27} = 3\sqrt{31}$$

$$\sqrt{81+81 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 81} = 18$$

$$S = \pi \cdot 18^2 - \pi \cdot 9 \cdot 31 = AB \cdot a \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = a^2$$

$$= \pi (324 - 279) = 45\pi$$



$$\frac{PQ}{\sin 25^\circ} = \frac{a}{\sin 20^\circ}$$

$$PQ = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} a$$

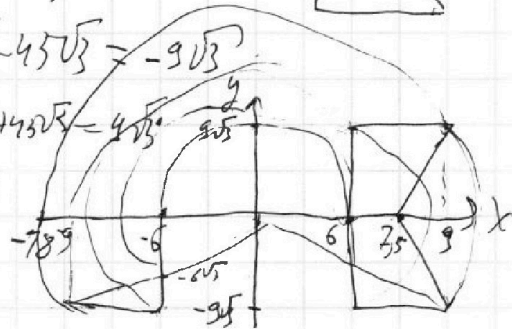
$$AC = a \left(\sqrt{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \cdot (1-6) = -6\sqrt{3}$$

$$BQ = AB - a\sqrt{2}$$

$$PQ = AC - a\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sin 20^\circ} = \frac{BQ}{\sin 45^\circ}$$

$$AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC - 2AB \cdot a\sqrt{2} - 2AC \cdot a\sqrt{2}$$



$$y = kx$$

$$-9\sqrt{3} = -9k; k = \sqrt{3}; \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{R}$$

$$BQ + PQ = BC - a\sqrt{2}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$a\sqrt{2} = AB + AC - \sqrt{AB^2 + AC^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - a(a-1)x + a-5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a(a-1)$$

$$x_1 - x_2 = a-5$$

$$x_1 = n_1 + 4d$$

$$x_2 = n_1 + 5d$$

$$x_3 = n_1 + 2d$$

$$x_4 = n_1 + 7d$$

$$x_1 \cdot x_2 = (n_1 + 4d)(n_1 + 5d)$$

$$= n_1^2 + 9nd + 20d^2$$

$$x_3 \cdot x_4 = n_1^2 + 9nd + 74d^2$$

$$x^2 = 5$$

$$x^2 = 7$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ 4x^2 = 7 \end{cases}$$

$$d = \frac{x_4 - x_2}{2} =$$

$$\frac{6 + \sqrt{925} - 6 - \sqrt{37}}{2} = \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}$$

$$6 + \sqrt{37} - \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2} = 6 + \frac{3}{2}\sqrt{37} - \frac{\sqrt{925}}{2}$$

$$4x^2 - a^2(a-1)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-a^4(a^2-2) + 2(a^2-2)}{4} = \frac{(a^2-2)(2-a^4)}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$a(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{4}; \quad a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

14

727

7

885

888+36=

= 924+35=

= 925

$$-(t^3 - 2t^2 - 2t + 4) = 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 2t + 4 = 0$$

$$8 - 8 - 4 + 4$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & -2 & -2 & 4 \\ \hline 2 & 7 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(t-2)(t^2-2)=0$$

$$6 - \sqrt{7} - 6 + \sqrt{925} = \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}$$

$$x^2 - 12x - 7 = 0 \quad x = \frac{6 + \sqrt{36+7}}{7}$$

$$4x^2 - 48x + (76-2)(2-256) = 0$$

$$4x^2 - 48x + 14 \cdot 254 = 0$$

$$x^2 - 12x - 7 \cdot 126 = 0$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{36+7 \cdot 126}}{7} = \frac{6 + \sqrt{925} - \sqrt{37}}{7}$$

$$\frac{6 + \sqrt{37} - \frac{\sqrt{925} - \sqrt{37}}{2}}{7} = \frac{12 + 2\sqrt{37} - \sqrt{925} + \sqrt{37}}{14} = \frac{13\sqrt{37} - \sqrt{925}}{14}$$