



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xg = 4z + z^2 & (1) \\ yg = 4x + x^2 & (2) \\ zk = 4y + y^2 & (3) \end{cases}$$

Перемножим ур-я (1), (2), (3):

$$xg \cdot yg \cdot zk = z(z+4) \cdot x(x+4) \cdot y(y+4)$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(z+4)(x+4)(y+4)$$

П.и. $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, то делим обе части ур-я на xyz :

$$xyz = (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$xyz = (xz + 4z + 4x + 16)(y+4)$$

$$xyz = \cancel{xyz} + 4xz + 4zy + 16z + 4xy + 16x + 16y + 64$$

$$4(xz + zy + xy) + 16(x + y + z) = -64 \quad | :4$$

$$xz + zy + xy + 4(x + y + z) = -16 \quad (4)$$

Теперь упростим выражение $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$:

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + \\ &+ z^2 + 8z + 16 = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x + y + z) + 48 \end{aligned}$$

$$\text{из (1), (2), (3): } \begin{cases} z^2 = xy - 4z \\ x^2 = yz - 4x \\ y^2 = zx - 4y \end{cases}, \text{ тогда } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$\begin{aligned} &= x^2 + y^2 + z^2 + 8(x + y + z) + 48 = xy - 4z + yz - 4x + zx - 4y + \\ &+ 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4(x + y + z) + 48 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{by } y^p \rightarrow \text{M1: } xz + zy + y + 4(x+y+z) = -16, \text{ значит,}$$
$$\text{вы } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = xz + zy + y + 4(x+y+z) + 48 =$$
$$= -16 + 48 = 32$$

$$\text{Итого, } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 32$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999\dots 9}_{25000} = (\underbrace{100\dots 0}_{25001} - 1) = 10^{25000} - 1$$

$$n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 =$$

$$= \underbrace{10\dots 0}_{75001} - \underbrace{30\dots 0}_{50001} + \underbrace{300\dots 0}_{25001} - 1$$

$$10^6 - 10^3 = 999000 = 10^3 (10^3 - 1) =$$

$$10^5 - 10^1 = 99990 = 10 (10^4 - 1) =$$

$$10^4 - 10^3 = 9000, \text{ можно заметить, что число } 9$$

в разности двух чисел десятичного разряда равна разности показателей степени этих десятичных:

$$10^n - 10^m = 10^m (10^{n-m} - 1) = \underbrace{99\dots 9000\dots 0}_{n-m} \text{, где } n > m$$

$$10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} = \underbrace{99\dots 970\dots 0}_{25000} \text{, где } 24999$$

$$\underbrace{30000\dots 0}_{25001} - 1 = \underbrace{299\dots 9}_{25001}$$

$$\underbrace{99\dots 970\dots 0}_{50000} + \underbrace{299\dots 9}_{25001} = 99\dots 970\dots 0299\dots 9$$

так как $50000 > 25001$, то, следовательно, не повлияет на "9" и "7" после числа

$$\text{Итого, } n^3 = \underbrace{99\dots 970\dots 0299\dots 9}_{24999} \text{, где } 25000$$

$$\text{Значит, всего в числе } n^3 \text{ } 25000 + 24999 = 49999 \text{ девяток}$$

Ответ: 49999 девяток



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

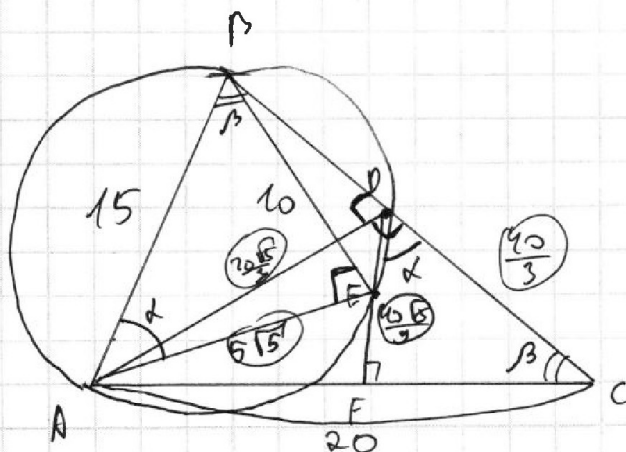
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

опт
 $\omega(O; \frac{AB}{2})$
 $\omega \cap BC = D$
 $FC = AC$
 $DF \perp AC$
 $DF \cap \omega = E$
 $AC = 20$
 $AB = 15$
 $BE = 16$

AE - ?

Решение:



1) $\angle ADB$ и $\angle AEB$ - вписанные $\Rightarrow$
2. AB - диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

2) πO и π и формула: $AE = \sqrt{225 - 16} = 5\sqrt{5}$

3) π у нас $\angle BAD = \alpha$, $\angle ABE = \beta$, $\angle B = 2\alpha$

4) $\triangle ABE$ - вписан в окружность $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ = \alpha + \angle BDE$
 $\angle BDE = 180^\circ - \alpha$

5) $\angle FDC$ - смежные с $\angle BDE \Rightarrow \angle FDC = 180^\circ - 180^\circ + \alpha = \alpha$

6) $\angle DEC = 90^\circ$ (то же у нас) $\Rightarrow \angle DCE = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - \alpha = \beta$

7) $\angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$ (п.п. $\angle ADB$ - прямой) $\Rightarrow$
 $\angle ADC$ - смежный

$\Rightarrow \triangle ADC$ - н/г

8) $\text{в } \triangle ABE: \cos \beta = \frac{16}{15} = \frac{2}{3}$

9) $\triangle FDC:$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порука QR-кода недопустима!

$$\cos \beta = \frac{CD}{AC} = \frac{CD}{20} = \frac{2}{3}$$

$$CD = \frac{40}{3}$$

$$10) \text{ в } \triangle ADE: \sin \beta = \frac{DE}{AE} = \frac{DE}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$11) \text{ в } \triangle FDC: \sin \beta = \frac{FD}{FC} = \frac{FD}{20} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$FD = \frac{20\sqrt{5}}{3}$$

$$12) S_{\triangle FDC} = \frac{1}{2} FD \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{20\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{40}{3} = \frac{400\sqrt{5}}{9}$$

$$S_{\triangle FDC} = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AC = \frac{DF \cdot 20}{2} = 10 DF$$

$$\Rightarrow 10 DF = \frac{400\sqrt{5}}{9}$$

$$DF = \frac{40\sqrt{5}}{9}$$

$$13) \triangle ADF (\text{н.у.}):$$

$$\text{по п. Пифагора: } AF = \sqrt{\frac{400 \cdot 5}{9} - \frac{1600 \cdot 5}{81}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3600 \cdot 5 - 1600 \cdot 5}{81}} = \sqrt{\frac{2000 \cdot 5}{81}} =$$

$$= \frac{100}{9}$$

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n городов
 Всего способов ~~выбора~~ у телеведущего выбрать 3 города
 в которых надо положить шары: C_n^3

Теперь посмотрим на все события, благоприятные
 для победы игрока:

пусть X - в городе шаров, O - в городе пусто:

X X O O	X X O O X	} 10 игр
O X X O	X X O X O	
O O X X	O X O X X	
X O X X O	O X X O X	
X O O X X	X O X O X	
O X O X X		
X O O X X		

Можно заметить, что кол-во благоприятных
 событий условию события равно C_5^3 , и в итоге,
 всего будет событий n и мы, тогда получим среди
 5 городов 3 с шариками, т.е. $p_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3}$ $p_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3}$

Аналогично, во второй случай, число благоприятных
 событий победы, событий будет равно C_8^3 , всего
 будет городов 8 городов с шариками у 8 игроков, т.е. $p_2 = \frac{C_8^3}{C_n^3}$

$$\text{Итого, } \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{C_8^3}{C_n^3}}{\frac{C_5^3}{C_n^3}} = \frac{C_8^3 \cdot C_n^3}{C_5^3 \cdot C_n^3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{3! \cdot 5! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} = 4,6$$

Итого, вероятность выигрыша игрока увеличится
 в 4,6 раз

Ответ: в 4,6 раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $P(x) = x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3}$
 $Q(x) = 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4$

Пусть $P(x) = 0$ имеет корни a_4 и a_5
 Пусть $Q(x) = 0$ имеет корни a_2 и a_7

П.и. a_n - арифметическая прогрессия, то

$$\begin{aligned} a_2 + a_7 &= a_1 + d + a_1 + 6d = 2a_1 + 7d \\ a_4 + a_5 &= a_1 + 3d + a_1 + 4d = 2a_1 + 7d \end{aligned} \quad \Rightarrow a_2 + a_7 = a_4 + a_5 \quad (*)$$

$P(x) = 0: x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$
 (*) По т. Виета:

$$a_4 + a_5 = \frac{-(a^2 - a)}{1} = a^2 - a$$

$Q(x) = 0: 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$
 (**)

По т. Виета: $a_2 + a_7 = \frac{a^3 - a^2}{2}$

Подставим полученные значения сумм в уравнение (*):

$$\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a \quad | \cdot 2$$

$$a^3 - a^2 = 2a^2 - 2a$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 0 \text{ или } a = 1 \text{ или } a = 2$$

Если $a = 0$, то (*): $x^2 - 0x + \frac{2-0}{3} = 0$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$\emptyset$, значит, $a = 0$ не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $a=1$, то (*): $x^2 - 0x + \frac{2-1}{3} = 0$
 $x^2 + \frac{1}{3} = 0$
 $\emptyset$, значит, $a=1$ не подходит

Если $a=2$, то (*): $x^2 - 2x + 2 = 0$
 $D = 4 + 8 = 12$
 $a_{4(5)} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$ $a_{5(4)} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2}$
 $a_{4(5)} = 1 - \sqrt{3}$ $a_{5(4)} = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$
 (**): $2x^2 - 4x - 2 \cdot 64 - 8 \cdot 2 - 4 = 0 : 2$
 $x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$
 $x^2 - 2x - 74 = 0$
 $D = 4 + D_1 = 1 + 74 = (\sqrt{75})^2$
 $a_{2(7)} = 1 - \sqrt{75}$ $a_{7(2)} = 1 + \sqrt{75}$
 $a_{2(7)} = 1 - 5\sqrt{3}$ $a_{7(2)} = 1 + 5\sqrt{3}$

Приведу пример А.П. с данными членами:

$a_1 = 1 - 2\sqrt{3}$
 $a_2 = 1 - 5\sqrt{3}$
 $a_3 = 1 - 3\sqrt{3}$
 $a_4 = 1 - \sqrt{3}$
 $a_5 = 1 + \sqrt{3}$
 $a_6 = 1 + 3\sqrt{3}$
 $a_7 = 1 + 5\sqrt{3}$

Итак, при $a=2$, корни ур-ия $P(x)=0$ и $Q(x)=0$ составят 200-ую арифм. прогрессию.

Отметим при $a=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{8\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{8\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

фигуру повернули на 90° , т.е. симметрично относительно оси Oy .

справ. $y_1 = 15 - \frac{x}{8\sqrt{3}}$

$y_2 = 15 + \frac{x}{8\sqrt{3}}$

Общаясь с этими графиками, мы получим $y_1 + y_2 \leq 6$, с учетом площади фигуры.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$\frac{x^2 + \frac{2}{3}}{3} = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$a_1 = 1 - \sqrt{25} = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$a_1 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_5 = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$a_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

$$- \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{2}$$

$$a_1 + a_5 = a_1 + 3d + a_1 + 4d = 2a_1 + 7d$$

$$a_2 + a_4 = a_1 + d + a_1 + 3d = 2a_1 + 4d$$

$$a_1 + a_7 = -\frac{b}{a} = a^2 - a, \quad a_4 + a_5 = \frac{b}{a} = a^3 - a^2$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 2a^2 + a = 0$$

$$a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$a(0 - 1)^2 = 0$$

$$a = 0 \quad a = 1$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^1}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^1$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$2x^2 = 4x$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 0 \quad a = 1 \quad a = 2$$

$$a_1 = 1 - 2\sqrt{3}$$

$$a_2 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_4 = 1 - \sqrt{3}$$

$$a_5 = 1 + \sqrt{3} \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$a_6 = 1 + \sqrt{3}$$

$$a_7 = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Если } a = 0, \text{ то}$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$\text{Если } a \neq 1, \text{ то } x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$\text{Если } a \neq 1, \text{ то } a \text{ не существует}$$

$$x_1 = 1 - \sqrt{25}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{25}$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = xy + yz + zx$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D_1 = 1 + 94 = 95$$

$$D_2 = 4 + 8 = 12$$

$$D_1 = 1 + 2 = 3 = (\sqrt{3})^2, \quad x_1 = 1 + \sqrt{3} \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}$$

$$2x^2 - 4x - 113 = 16 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4x =$$

$$x^2 - 2x - 64 - 7 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

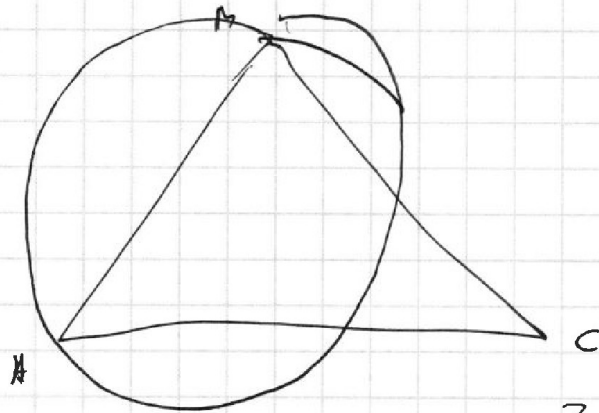


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
9 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

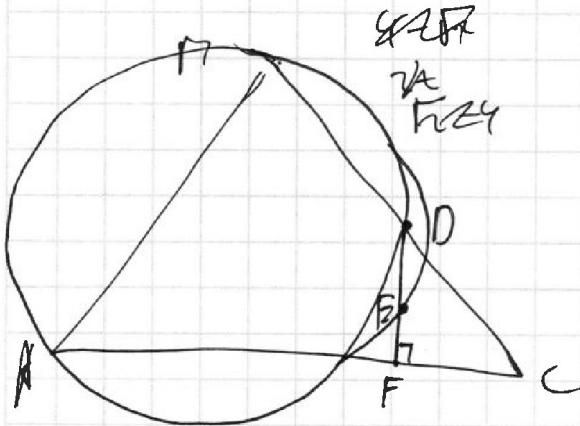


$$a_8 - a_2 = a_1 + d - a_1 - d = 2d$$

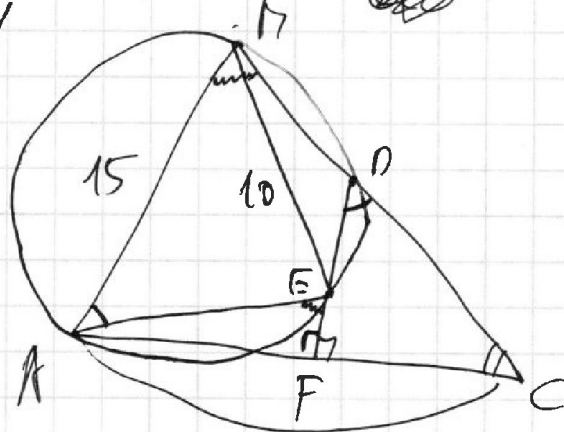
$$a_7 + a_2 = 2a_1 + 7d$$

$$a_2 + a_7 = 2a_1 + 8d$$

$$a_5 + a_2 = 2a_1 + 7d$$



~~254~~ 99 11 10 0



(1; -2; 13-4)

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2a^2 - 3a}{3} = 0$$

$$D = (a^2 - a)^2 - \frac{4}{9} (2a^2 - 3a) = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{4}{9} (2a^2 - 3a) = 3a^4 - 8a^3 + 3a^2 - 8a + 4a^3 = 3a^4 - 10a^3 + 3a^2 + 4a$$

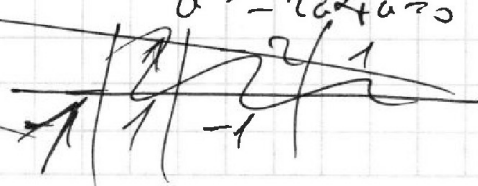
$$K_1 K_2 K_3 = K_3 K_1 K_2, \quad a^2 - a = a^2 - a^2$$

1 - 2

$$a^3 - 2a^2 + a = 0$$

$$a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$a = 0 \quad a = 1$$



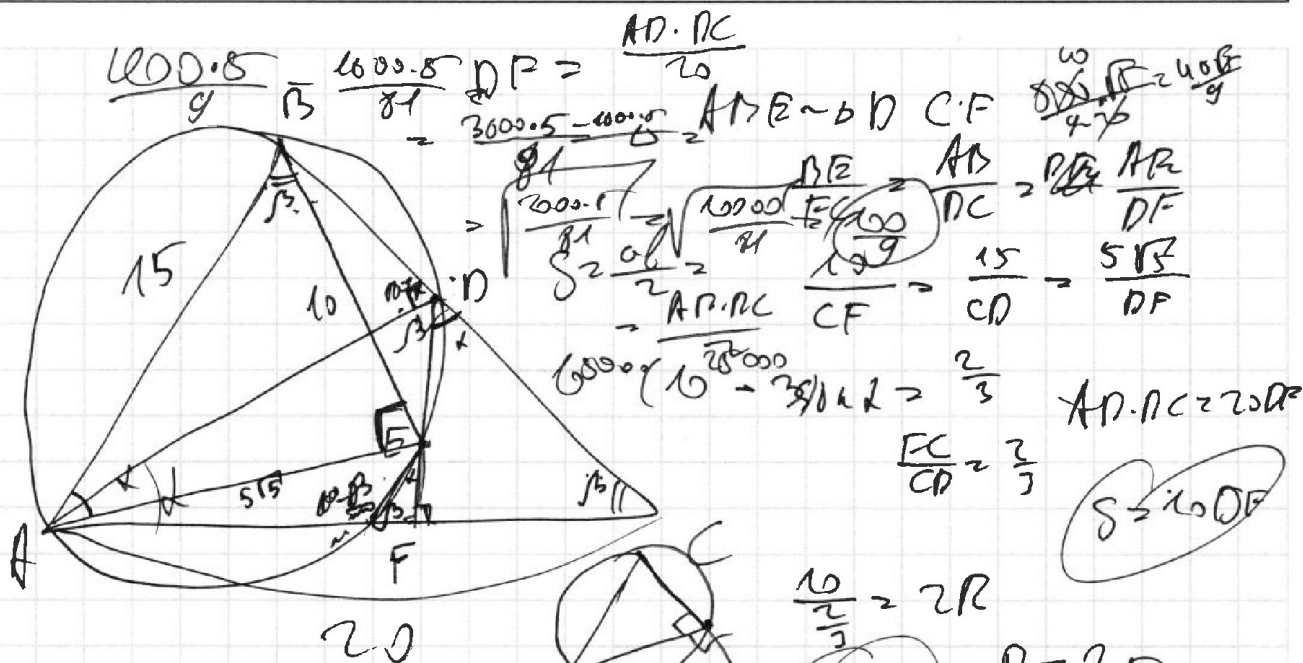


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
8 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & z(2x+y)(x+y)(y+y) = x^2y^2z^2 \\ & (2x+y)(x+y)(y+y) = x^2y^2z^2 \\ & (2x+y)(x+y)(y+y) = x^2y^2z^2 \\ & \Delta NEF \sim \Delta BAE \end{aligned}$$

RE

$$\begin{aligned} & \Delta NEF \sim \Delta CDF: \\ & \frac{NE}{CD} = \frac{EF}{DP} = \frac{NF}{CF} \end{aligned}$$

CD =

$$\begin{aligned} & xy \geq 4z + z^2 \\ & yz \geq 4x + x^2 \\ & zx \geq 4y + y^2 \end{aligned}$$

$$\sin \beta = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{AD}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad AD = \frac{20\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{10}{2} = 2R \\ & \frac{15}{2} = 2R \end{aligned}$$

$$R = 2.5$$

$$S = 10 \cdot R$$

$$\frac{EF}{NE} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2x + 2y + x + y =$$

$$\begin{aligned} & 4yz + 4x + 4(2x + 2y + y) + \\ & + 16(2x + y) = 4x^2 \end{aligned}$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$$

$$\begin{aligned} & xy - 4z + yz - 4x + zx - 4y + 16(2x + y) \\ & + 16(2x + y) = 4x^2 \\ & y(x+y) + z(y+z) + x(z+x) = 4y \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☒4
☒5
☐6
☒7
☒СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \\ = x^2 + y^2 + z^2 + 2(x+y+z) + 48 \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{aligned}$$

$$z^2 + x^2 + y^2 + 4(z+x+y) = x^2 + y^2 + z^2 + 48 \quad C_3 = 3$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 - 4(z+x+y) - 48 = 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 4(z+x+y) + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\begin{cases} z(2x+y) = 4y \\ x(2+y) = 4z \\ y(4+y) = 2x \end{cases}$$

$$4(z+x+y) + z^2 + y^2 + x^2 = (2+y)^2 + (x+y)^2 + y^2 = 48$$

$$\begin{aligned} z^2(2x+y)^2 &= 4y^2 \\ x^2(2+y)^2 &= 4z^2 \\ y^2(4+y)^2 &= 2x^2 \end{aligned}$$

$$(z+y)^2 = z^2 + 8z + 16, \quad (2+y)^2 = 4z - 16 \geq 4y$$

$$\begin{cases} (2+y)^2 = xy + 4z + 16 \\ (y+4)^2 = xz + 4y + 16 \\ (x+y)^2 = yz + 4x + 16 \end{cases}$$

$$(2+y)^2 + (x+y)^2 + (y+4)^2 = xy + 2x + yz + 4(y+x+z) + 48$$

$$\frac{C_8^3}{C_n^3} = \frac{C_8^3}{C_8^3} = \frac{0!}{\frac{3! \cdot 5!}{5!}} = \frac{8! \cdot 5! - 2!}{\frac{3! \cdot 5! \cdot 5!}{3!}} \quad (8! \sim p_3)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 &= \\ = xy - 4z + yz - 4x + xz - 4y + 8(x+y+z) + 48 &= \\ = xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 48 &= 32 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99 \dots 9}_{25002}, m^3 = \underbrace{99 \dots 9}_{25002} \cdot \underbrace{99 \dots 9}_{25002} \cdot \underbrace{99 \dots 9}_{25002} = \underbrace{(100 \dots 0 - 1)}_{25002} \underbrace{(100 \dots 0 - 1)}_{25002} \underbrace{(10 \dots 0 - 1)}_{25002}$$

$$= \underbrace{(100 \dots 0 - 2 \cdot 10^{25001} + 1)}_{50002} (10^{25002} - 1) = (10^{50002} - 2 \cdot 10^{25001} + 1)(10^{25002} - 1)$$

$$= 10^{75003} - 10^{50002} - 2 \cdot 10^{50002} + 2 \cdot 10^{25001} - 1 =$$

$$= 10^{75003} - 3 \cdot 10^{50002} + 2 \cdot 10^{25001} - 1 =$$

$$= \underbrace{100 \dots 0}_{75003} - \underbrace{300 \dots 0}_{50002} + \underbrace{200 \dots 0}_{25001} - 1 =$$

$$10^{25000} - 1)(10^{25000} - 1)(10^{25000} - 1) =$$

$$= (10^{50000} - 2 \cdot 10^{25000} + 1)(10^{25000} - 1) =$$

$$= 10^{75000} - 10^{50000} - 2 \cdot 10^{50000} + 2 \cdot 10^{25000} - 1 =$$

$$= \underbrace{100 \dots 0}_{75001} - \underbrace{3000 \dots 0}_{50001} + \underbrace{2000 \dots 0}_{25001} - 1 =$$

$$= \underbrace{999 \dots 9700 \dots 0}_{25001} \underbrace{1999 \dots 9}_{25000} - 1 =$$

$$= \underline{999 \dots 9700 \dots 01999 \dots 9} - 1 =$$

② $\underbrace{99 \dots 9700 \dots 0}_{25002} \underbrace{1999 \dots 9}_{25000}$ (50002)

$$10000 + 10000 =$$

$$= 11000 =$$

$$= 10999$$

$$1000 + 10^1 =$$

$$= 1010$$

$$399 \dots 9 +$$

$$100 - 3 = 97$$

$$10^6 - 10^5 =$$

$$= 1000000 - 100000 = 900000$$

$$= 10^{25000} - 10^{50000} - 2 \cdot 10^{50000} + 2 \cdot 10^{25000} - 1 =$$

$$= 100000 - 10000 = 90000$$

$$= 99000$$

$$10^5 - 10^3 =$$

$$= 100000 - 1000 = 99900$$

$$= 99000$$

$$10^6 + 10^2 =$$

$$= 101000$$

$$10^6 + 10^2 =$$

$$= 1000000 + 1000 = 1001000$$

