



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телесигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1 $x, y, z \neq 0$

(1) $\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$

(2)

(3)

$$(2)-(3): x^2 + 4x - (y^2 + 4y) = yz - zx \Rightarrow (x-y)(x+y) + 4(x-y) + z(x-y) = 0$$

$$(x-y)(x+y+z+4) = 0$$

аналогично можно получить

$$(x-z)(x+y+z+4) = 0 \quad y=0$$

$$(y-z)(x+y+z+4) = 0$$

1) если хотя бы 2 числа не равны, то $x+y+z+4=0 \Rightarrow$
 (из x, y, z)

$$\begin{aligned} 1. \quad & \begin{cases} x+4 = -y-z \\ y+4 = -x-z \\ z+4 = -x-y \end{cases} \Rightarrow (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = \\ & = 2(y^2 + x^2 + z^2 + xy + yz + xz) \end{aligned}$$

$$2. \text{ заменим только } x+4 = -y-z \Rightarrow (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$= y^2 + z^2 + 2yz + y^2 + z^2 + 2y + 2z + 32 =$$

$$= 2(y^2 + z^2 + 4y + 4z) + 2yz + 32 = 2xy + 2zx + 2yz + 32 \Rightarrow$$

$$(1)+(2) \rightarrow \parallel$$

$$2xy + 2zx + 2yz + 32 = 2(y^2 + x^2 + z^2) + 2(xy + yz + xz) \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16, \text{ но } (x+y+z)^2 = 16 \quad (\text{т.к. } x+y+z+4=0 \Rightarrow)$$

$$2xy + 2yz + 2xz = 0 \Rightarrow \boxed{(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 2xy + 2zx + 2yz + 32}$$

$$+ 32 = \boxed{32}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

2) Пусть $x=y=z$, тогда неотвратительно выполняется $x+y+z+4=0$

↓ теперь все числа $=x$

$$(1): x^2 = 4x + x^2 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ и т.к. числа не нулевые}$$

(противоречие)

$\Rightarrow$ подходит только 32, при этом нам не нужно для этого искать

числа x, y, z (для утверждения, что там нет 0), т.к. по условию

известно, что система имеет хотя бы 1 решение в ненулевых числах

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{25.000} = 10^{25.000} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{25.000} - 1)^3 = (10^{25.000})^3 - 3(10^{25.000})^2 + 3 \cdot 10^{25.000} - 1 = 10^{75.000} - 3 \cdot 10^{50.000} + 3 \cdot 10^{25.000} - 1 =$$

$$= \begin{array}{r} 1000 \dots 000 \\ - 300 \dots 000 \\ + 300 \dots 00 \\ - 1 \end{array}$$

~~это не ответ~~

~~это не ответ~~

~~это не ответ~~

~~это не ответ~~

$$= \begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ - 3000 \dots 000 \\ + 3000 \dots 000 \\ - 1 \end{array}$$

$$= \begin{array}{r} 999 \dots 999 \\ - 3000 \dots 000 \\ + 3000 \dots 000 \\ - 1 \end{array}$$

$$\text{всего девятки: } 75.000 - 50.000 - 1 + 25.000 = 50.000 - 1 = 49.000$$

Ответ: 49.000



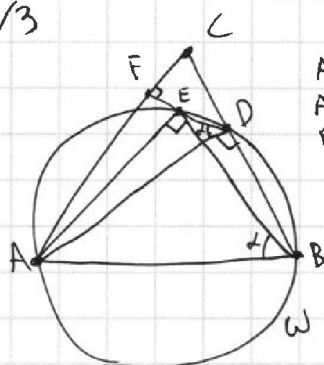
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



$$\begin{aligned} AC &= 20 \\ AB &= 15 \\ BE &= 10 \end{aligned}$$

1. заметим, что $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$, т.к. они опираются на диаметр $AB \Rightarrow$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}$$

2. $\angle EBA = \alpha \Rightarrow \angle EDA = \alpha$, т.к. $\angle EDA$ и $\angle EDB$ опираются на $\overset{\frown}{EA} \Rightarrow \angle FDC = 180^\circ - \angle EDA - \angle ADB = 90^\circ - \alpha$

$$3. \triangle EBA: \sin \alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$4. \triangle FDA: \tan \alpha = \frac{AF}{FD}$$

$$\triangle FDC: \tan \angle FDC = \frac{FC}{FD}$$

$\parallel$
 $90^\circ - \alpha$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha}{\tan(90^\circ - \alpha)} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \tan^2 \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{AF}{AC - AF} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4AF = 5AC - 5AF \Rightarrow AF = \frac{5}{9} AC = \frac{100}{9}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{100}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть всего n коробок, тогда количество всех возможных расстановок шаров: C_3^n

количество ~~вариантов~~ ^{вариантов}, что шаров в 5 (8) ^{определённых выбранных} коробках будет

3 : ~~вариантов~~ $C_3^{5(8)} =$

$$P_{365} = \frac{C_3^5}{C_3^n} \quad P_{368} = \frac{C_3^8}{C_3^n} =$$

$$\frac{P_{368}}{P_{365}} = \frac{C_3^8}{C_3^5} = \frac{\frac{8!}{5!3!}}{\frac{5!}{2!3!}} = \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 8^2}{8 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5,6$$

Ответ: в 5,6 раз

Замечание: может и перепутан C_n^k и C_k^n , но C_k^n у меня = $\frac{n!}{(n-k)!k!}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$X = \frac{2 \pm 10\sqrt{3}}{2} = 1 \pm 5\sqrt{3} \Rightarrow x_2 = 1 - 5\sqrt{3}, x_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

проверим существует ли такая прогрессия

да: $d = 2\sqrt{3}$ $x_1 = 1 - 7\sqrt{3}$ $\Rightarrow x_2 = x_1 + d = 1 - 5\sqrt{3}$ ✓

$$x_7 = x_1 + 6d = 1 + 5\sqrt{3}$$
 ✓

$$x_4 = x_1 + 3d = 1 - \sqrt{3}$$
 ✓

$$x_5 = x_1 + 4d = 1 + \sqrt{3}$$
 ✓

других a нет, т.к. все подходящие a должны удовлетворять $x_4 + x_5 = x_2 + x_7$, а таких всего 3 из которых подходит только одно

Ответ: $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

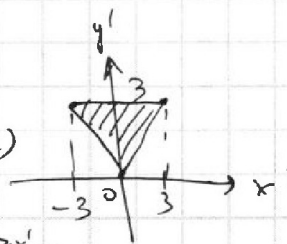
$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6 \quad \text{построим график этой функции}$$

в координатах $(x'; y')$, где $y' = y - 15$, $x' = \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$$|y' + x'| + |y' - x'| \leq 6$$

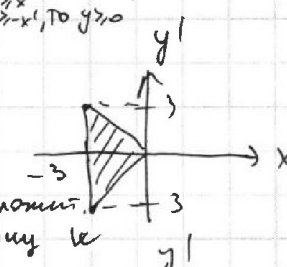
$$1) \begin{cases} y' \geq x' \\ y' \geq -x' \end{cases} \Rightarrow y' + x' + y' - x' \leq 6 \Rightarrow \begin{cases} y' \leq 3 \\ y' \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = 3: x' \in [-3; 3] \\ y' = 2: x' \in [-2; 2] \\ y' = 0: x' \in [0; 0] \end{cases}$$

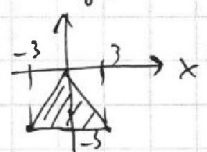
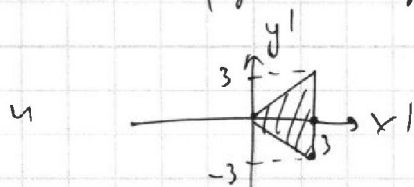


$$2) \begin{cases} y' \geq x' \\ y' \leq -x' \end{cases} \Rightarrow y' + x' - y' - x' \leq 6 \Rightarrow \begin{cases} x' \leq -3 \\ x' \leq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = -3: y' \in [-3; 3] \\ x' = -2: y' \in [-2; 2] \\ x' = 0: y' \in [0; 0] \end{cases}$$

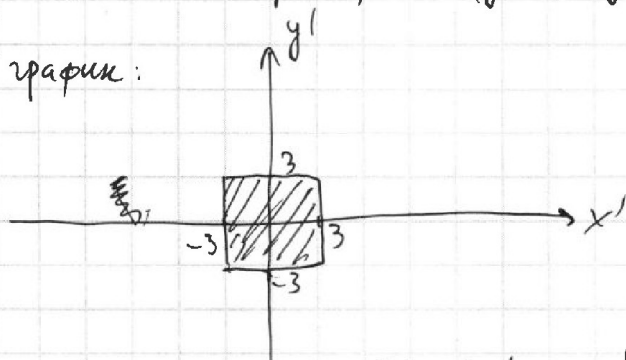


аналогично проделывая ещё 2 варианта получим:



объединив все получим, что $|y' + x'| + |y' - x'| \leq 6$ создаёт

такой график:



теперь сделаем график в $(x; y)$: т.к. $y' = y - 15$, то $y = y' + 15 \Rightarrow$

нужно поднять график наверх на 15:



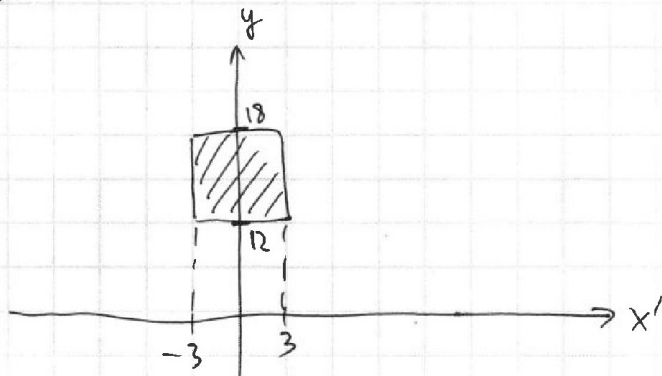
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

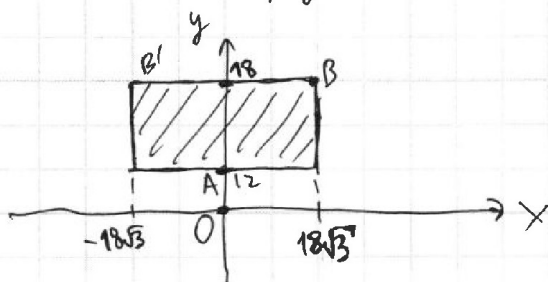
СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6



2. т.к. $x' = \frac{x}{6\sqrt{3}}$, то $x = 6\sqrt{3}x' \Rightarrow$ нужно ~~увеличить~~ значение x в $6\sqrt{3}$ раз:



теперь найдём как выглядит М: при повороте отн. точки О
все точки движутся по окружности, ~~нужно~~ $\Rightarrow$ нужно найти точку

с минимальным расстоянием до О — это будет $\min R$ и с максималь-

ным расстоянием — $\max R$, очевидно, что $R_{\min} = |OA| = 12$

$$R_{\max} = |OB| = \sqrt{(18\sqrt{3})^2 + 18^2} = \sqrt{18^2 \cdot 3 + 18^2} = 18 \cdot 2 = 36$$

(или $|OB'|$)

теперь изобразим М на графике:

(на след. странице)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

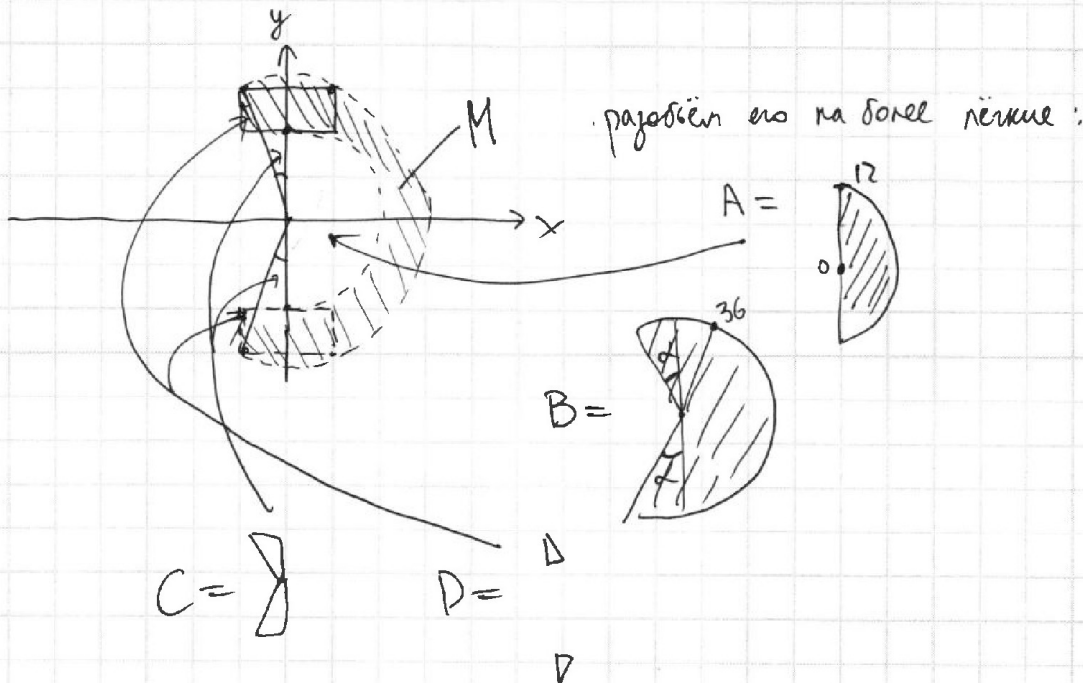
6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

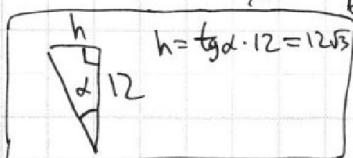
N6



$$M = B - A - C + D$$

$$A = \frac{1}{2} \pi \cdot 12^2; B = \frac{1}{2} \pi \cdot 36^2 + \frac{2\alpha}{2\pi} \cdot \pi \cdot 36^2$$

$$C = 2S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{12 \cdot h}{2} = 12^2 \sqrt{3}$$



$$D = 2S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{6 \cdot h}{2} = 6^2 \sqrt{3}$$

$$18 - 12 = 6 \frac{h}{h'} \quad h' = \operatorname{tg} \alpha \cdot 6 = 6\sqrt{3}$$

Найдём α : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{18\sqrt{3}}{18} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ (= \frac{\pi}{3})$

$$\Rightarrow B = 36^2 \pi (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = \frac{5}{6} \pi \cdot 36^2$$

$$\Rightarrow M = \frac{5}{6} \pi \cdot 36^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 12^2 - 12^2 \sqrt{3} + 6^2 \sqrt{3} =$$

$$= \pi (1080 - 72) - \sqrt{3} (144 - 36) =$$

$$= \pi \cdot 1008 - \sqrt{3} \cdot 108$$

$$\text{Ответ: } M = \pi \cdot 1008 - \sqrt{3} \cdot 108$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

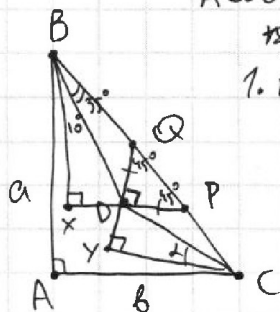
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



$$AB = BP = a$$

$$AC = CQ = b$$

~~1. проведем перпендикуляр из B на AC, X = перпендикуляр на DP =>~~

1. проведем перпендикуляр из B на AC, X = перпендикуляр на DP =>

$BX \perp XP$, т.к. $DQ \perp DP$, аналогично появится точка Y

2. $\triangle DQR$ - равнобедренный и прямоугольный =>
 $\angle DQR = 45^\circ$ $\angle XBP = \angle DQR$ (т.к. $BX \parallel DQ$) =>

$$\angle DBX = 45^\circ - \angle PBC = 10^\circ$$

3. заметим, что $\triangle BXP$ тоже равнобедренный и прямоугольный =>

$$XP = BP \cdot \cos 45^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$DP = QR \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2})$$

$$y) XD = XP - DP =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - b)$$

вычисление QR:

$$BP + QC - PQ = BC$$

$$a + b - PQ = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$PQ = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$PQ = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$BX = BP \cdot \cos 45^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$b > BXD \quad \tan 10^\circ = \frac{XD}{BX} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - b)}{\frac{\sqrt{2}}{2} a}$$

(и $\triangle DQR$)

делаем аналогично с $\triangle CYD$ найдем, что

$$\alpha = \angle DCY$$

$$\tan \alpha = \frac{DY}{YC} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)}{\frac{\sqrt{2}}{2} b} \Rightarrow$$

$$4. (1) \tan 10^\circ = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} - \frac{b}{a}$$

$$(2) \tan \alpha = \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} - \frac{a}{b}$$

решим (1): пусть $\frac{b}{a} = z \Rightarrow$

$$\tan 10^\circ = \sqrt{1 + z^2} - z \Rightarrow$$

$$(z + \tan 10^\circ)^2 = \sqrt{1 + z^2}^2 \Rightarrow$$

$$z^2 + \tan^2 10^\circ + 2z \tan 10^\circ = 1 + z^2 \Rightarrow z = \frac{1 - \tan^2 10^\circ}{2 \tan 10^\circ} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{z} = \frac{2 \tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ}$$

подставим в (2): (на след. странице)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \sqrt{1 + \left(\frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ}\right)^2} - \frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} = \frac{\sqrt{1 - 2 \operatorname{tg}^2 10^\circ + \operatorname{tg}^2 10^\circ + 4 \operatorname{tg}^2 10^\circ}}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} - \frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{(\operatorname{tg}^2 10^\circ + 1)^2}}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} - \frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} = \frac{\operatorname{tg}^2 10^\circ + 1 - 2 \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ} = \frac{(\operatorname{tg} 10^\circ - 1)^2}{(1 - \operatorname{tg}^2 10^\circ)(1 + \operatorname{tg} 10^\circ)} = \\ &= \frac{1 - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 10^\circ} \end{aligned}$$

$$\angle DCB = 45^\circ - \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \angle DCB = \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} =$$

($\triangle QYC$ - равнобедр. и прямоуг.)

$$= \frac{1 - \frac{1 - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 10^\circ}}{1 + \frac{1 - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 10^\circ}} = \frac{(1 + \operatorname{tg} 10^\circ) - (1 - \operatorname{tg} 10^\circ)}{(1 + \operatorname{tg} 10^\circ) + (1 - \operatorname{tg} 10^\circ)} = \frac{2 \operatorname{tg} 10^\circ}{2} = \operatorname{tg} 10^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DCB = 10^\circ + 180^\circ \cdot n, n \in \mathbb{Z}, \text{ по т.к. } \angle DCB \text{ - угол в треугольнике}$$

$$\angle DCB = 10^\circ$$

Ответ: $\angle DCB = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

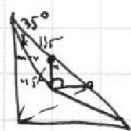
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7

$\frac{H}{\sin \gamma} = \frac{b + a \sqrt{a^2 + b^2}}{a}$
 $\frac{H}{\sin 35^\circ} = \frac{a - b + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}$
 $BC = \sqrt{a^2 + b^2} = a + b - PQ$
 $PQ = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow DQ = \frac{\sqrt{2}}{2} PQ = \frac{\sqrt{2}}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2})$
 $BQ = a - PQ = \sqrt{a^2 + b^2} - b$
 $BD = \sqrt{BQ^2 + DQ^2} = \sqrt{(a - \sqrt{a^2 + b^2})^2 + \frac{1}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2})^2}$
 $BD^2 = (\sqrt{a^2 + b^2} - b)^2 + \frac{1}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2})^2 - 2 \cos 135^\circ (\sqrt{a^2 + b^2} - b) (\frac{1}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2}))$
 $PC = b - PQ = \sqrt{a^2 + b^2} - a$
 $DC^2 = (\sqrt{a^2 + b^2} - a)^2 + \frac{1}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2})^2 - 2 \cos 135^\circ (\sqrt{a^2 + b^2} - a) (\frac{1}{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2}))$
 $BC^2 + DC^2 - 2 \cos \gamma BC \cdot DC = BD^2$
 $a^2 + b^2 - 2 \cos \gamma BC \cdot DC = BD^2 - BC^2 = (\sqrt{a^2 + b^2} - b)^2 - (\sqrt{a^2 + b^2} - a)^2 + 2 \cos 135^\circ (a + b - \sqrt{a^2 + b^2}) (\sqrt{a^2 + b^2} - a - \sqrt{a^2 + b^2} + b) =$
 $-\frac{1}{2} (a - b) (2\sqrt{a^2 + b^2} - b - a) + \sqrt{2} (a + b - \sqrt{a^2 + b^2}) (b - a)$
 $\frac{DC}{DQ} =$



$\frac{DQ}{\gamma} = \frac{b}{45^\circ \gamma}$
 $\frac{\gamma}{45^\circ \gamma} = \frac{DQ}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\frac{a}{b} + 1 - \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + 1})$
 нужно найти $\frac{a}{b}$!
 $\frac{a}{100^\circ} = \frac{DP}{35^\circ}$
 $\frac{DP}{a} = \frac{35^\circ}{100^\circ}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + \frac{b}{a} - \sqrt{1 + (\frac{b}{a})^2}) = \frac{\sin 35^\circ}{\sin 100^\circ}$
 если мы найдем $\frac{\sin 35^\circ}{\sin 100^\circ}$ то получим $\frac{a}{b}$
 $\frac{\sin(45^\circ - 10^\circ)}{\sin(90^\circ + 10^\circ)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 10^\circ - \sin 10^\circ)}{\cos 10^\circ} = \frac{\sin(60^\circ + 10^\circ)}{2 \cos 85^\circ \sin(90^\circ + 10^\circ)} = \frac{\sin \gamma}{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}}$
 $\frac{\sqrt{2} - 1}{2} = \frac{3 \sqrt{2} + 1}{8 (\sqrt{2} - 1) (\sqrt{2} + 1) + 1}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

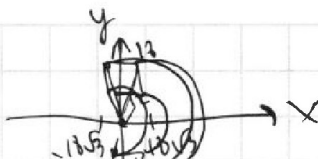
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{1 + \frac{4 \operatorname{tg}^2 10}{(1 - \operatorname{tg}^2 10)^2}} - \frac{2 \operatorname{tg} 10}{1 - \operatorname{tg}^2 10}$$



$$\frac{\sqrt{1 - 2 \operatorname{tg}^2 10 + \operatorname{tg}^2 10 + 4 \operatorname{tg}^2 10}}{(1 - \operatorname{tg}^2 10)}$$

$$\frac{\operatorname{tg}^2 10 + 1}{1 - \operatorname{tg}^2 10} - \frac{2 \operatorname{tg} 10}{1 - \operatorname{tg}^2 10} = \frac{\operatorname{tg}^2 10 - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 10}$$

$$(y - 15 + x')^2 \leq 36 - 12|y - 15 - x'| + (y - 15 - x')^2$$

$$y \leq 36$$

$$2x \leq 36 - 12|y - 15 - x'| + (y - 15 - x')^2$$

$$|y - 15 + x'| + |y - 15 - x'| \leq 6$$

$$|y - 15 + x'| \leq 6 - |y - 15 - x'|$$

кон-во

~~возможных~~ расположение шаров:

$$\frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2}{3!}$$

$$C_3^n$$

$$P_{365} = 1 - P_{0.8 \text{ в } n-5}$$

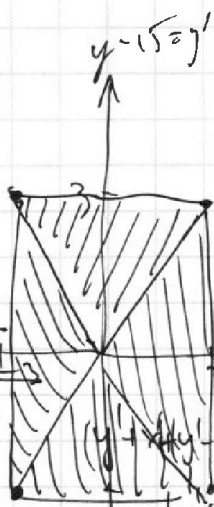
$$\frac{146}{36} = \frac{146}{108}$$

$$C_3^5$$

$$P_{365} = \frac{C_3^5}{C_3^n} = \frac{\frac{5!}{2! \cdot 3!}}{\frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!}}$$

$$P_{368} = \frac{C_3^8}{C_3^n} = \frac{\frac{8!}{5! \cdot 3!}}{\frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!}}$$

$$\frac{P_{368}}{P_{345}} = \frac{8!}{5!} \cdot \frac{5!}{2!} = \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!}$$



$$-y + x' + y' + x' \leq 1$$

$$y \leq x'$$

$$y' \leq x'$$

$$y' \leq x'$$

$$|y' + x'| + |y' - x'| \leq 6$$

$$|y' + x'| + |y' - x'| \leq 6$$

$$y' \geq x'$$

$$y' \leq x'$$

$$y' = 3 \Rightarrow x' \in [3; -3]$$

$$y' - x' - y' - x' = 6$$

$$x' = -3 \Rightarrow y' \in [-3; 3]$$



