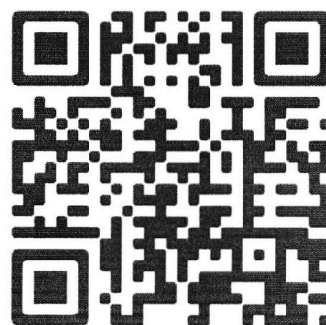




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{делим первое на второе} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{x(x+3)} \Rightarrow \\ z^2(z+3) = x^2(x+3) \\ \text{делим первое на третье} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{y(y+3)} \Rightarrow \\ z^2(z+3) = y^2(y+3) \end{array}$$

$$\Rightarrow y^2(y+3) = z^2(z+3) \Rightarrow z^2(z+3) = y^2(y+3) - x^2(x+3)$$

$$z^3 + 3z^2 = y^3 + 3y^2 = x^3 + 3x^2$$

$$z^3 - y^3 + 3(z^2 - y^2) = 0$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2) + 3(z-y)(z+y) = 0$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$$\text{аналогично } (z-x)(z^2 + xz + x^2 + 3z + 3x) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y) = 0$$

(три левые скобки = 0)

рассмотрим все варианты если  $x=y=z$ ,

если \* одна левая скобка равна 0, и две правые

и если 0 левых скобок равно 0, и три правые

скобки равны 0 (если две левые скобки равны

то это первый случай т.к. третья равна

автоматически)

$$\text{I } x=y=z \Rightarrow x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$$

$$(x+3)^2 + (x+3)^2 + (x+3)^2 = 3 \cdot (x+3)^2 = 3 \cdot 3^2 = 3^3 = 27$$

II Без ограничения общности т.к. наши уравнения симметричны пусть  $x=y$ , тогда

$$\text{ум. } \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \end{cases} \Rightarrow z = 3+x \text{ т.к. } x \neq 0 \text{ так}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} z = x + 3 \\ x^2 = 3z + z^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 3(x+3) + (x+3)^2$$

$$x^2 = 3x + 9 + x^2 + 6x + 9$$

$$9x = -18 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow z = 1$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 1^2 + 4^2 = 16 + 2 = 18$$

III  $\begin{cases} z^2 + y^2 + yz + 3y + 3z = 0 \\ z^2 + x^2 + xz + 3x + 3z = 0 \\ x^2 + y^2 + xy + 3x + 3y = 0 \end{cases}$   $x \neq y \neq z$

$x^2 - y^2 + z(x-y) + 3(x-y) = 0$

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

~~иногда если больше комбинаций~~

теперь сложим все вместе

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz + 6(x+y+z) = 0$$

$$2(9 - 2xy - 2xz - 2yz) + xy + xz + yz = 18$$

$$18 - 3xy - 3xz - 3yz = 18$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$x+y+z = -3$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 =$$

$$(x+y+z)^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 + 27 - 18 = 18$$

Ответ: 18; 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99 \dots 9}_{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

теперь из числа  $10^{120000}$  вычтем один  
будет  $\underbrace{999 \dots 9}_{120000}$  и вычтем  $3 \cdot 10^{80000}$

это будет  $\underbrace{999 \dots 9}_{39999} \underbrace{699 \dots 9}_{80000}$  и при-

бавим  $3 \cdot 10^{40000}$  это будет

$$\begin{array}{r} + 999 \dots 9 \ 699 \dots 9 \ 99999 \ 9 \dots 9 \\ \hline 999 \dots 9 \ 700 \dots 0 \ 0002 \ 99 \ 99 \dots 99 \\ \hline \end{array}$$

39999 40000

получи всего девятинок 79999

Ответ: 79999



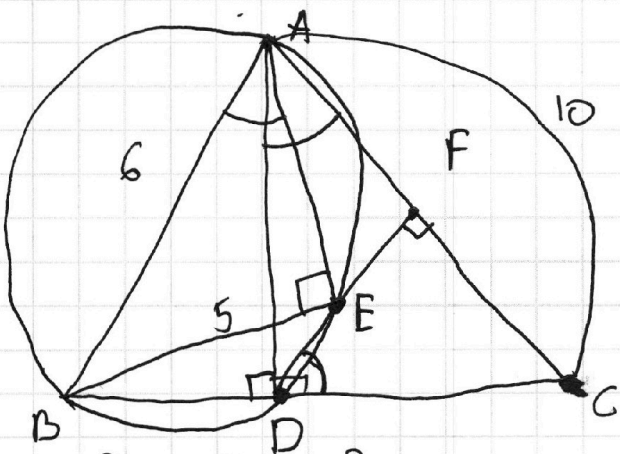


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1)  $AB$ -диаметр  $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$  (опир. на диаметр),  $\angle AEB = 90^\circ$  (аналогично опир. на диаметр).

2)  $\angle AEB = 90^\circ \Rightarrow$  по теореме Пифагора в  $\triangle AEB$ ,

$$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow AE = \sqrt{11}; \Rightarrow$$

$$\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6}$$

3)  $(AEDB)$  - вписан.  $\Rightarrow \angle BAE = \angle CDE \Rightarrow \sin \angle BAE = \sin \angle CDE = \frac{5}{6}$

4) ~~кумб  $FC = x$~~   $\angle FDC = \angle DAE$   $\angle FCD = 90^\circ = \angle CAD \Rightarrow \angle FDC = \angle CAD \Rightarrow$  ~~теорема синусов~~

~~кумб  $FD =$~~   $\left. \begin{array}{l} \angle ADC = 90^\circ = \angle AEB \\ \angle BAE = \angle DAC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle ADC$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{DC} \Rightarrow DC = \frac{EB \cdot AC}{AB} = \frac{5 \cdot 10}{6} = \frac{50}{6}$$

$$6) \sin \angle FDC = \frac{FC}{DC} = \frac{5}{6} \Rightarrow FC = \frac{5 \cdot DC}{6} = \frac{5 \cdot 50}{6 \cdot 6} = \frac{250}{36}$$

$$AF = AC - FC = 10 - \frac{250}{36} = \frac{360 - 250}{36} = \frac{110}{36} = \frac{55}{18}$$

Ответ:  $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть есть  $n$ -коробок  $\Rightarrow$  ~~шары в коробке шар~~

выигрыш 3 шар + 2 шара  $\Rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$   
 все исходы 3 шар + 2 шара  $\Rightarrow \left(\frac{1}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$   
 2 шар + 3 шара  $\left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3$   
 1 шар + 4 шара  $\left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^4$   
 0 шар + 5 шара  $\left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^5$

шарик в коробке с шансом  $\frac{1}{n}$  и шаром с шансом

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$$

могда шанс на победу составил

$$P(B_1) = \frac{\text{выигрыш}}{\text{все исходы}} = \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^4 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^5}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}$$

во второй же раз шанс на победу составил

3 шар + 3 шара - выигрыш.

3 шар + 3 шара  
2 шар + 4 шара  
1 шар + 5 шара  
0 шар + 6 шара

всего

$$P(B_2) = \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^4 + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^5 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^6}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{n-1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^3}$$

$$\frac{P(B_1)}{P(B_2)} = 1$$

ответ: в 1 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 15 \leq 3 \\ 2x \leq 18 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$x - \frac{15}{2} \geq \frac{y}{6\sqrt{3}} \Rightarrow 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \geq y \quad \rightarrow 12\sqrt{3}x \geq 90\sqrt{3}$$

$$x \geq \frac{90}{12} = \frac{15}{2}$$

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{2y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ \frac{2y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{y}{3\sqrt{3}} \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9\sqrt{3} \geq y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ 9\sqrt{3} \geq y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 \geq 45 - 6x \\ 6x \geq 36 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 9\sqrt{3} \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \\ 9 \geq 6x - 45 \\ 3 \geq 2x - 15 \\ 18 \geq 2x \Rightarrow x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ -x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{2y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ -2x + 15 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y \leq 0 \\ -2x \geq -15 \\ x \leq \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ -9\sqrt{3} \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9 \leq 45 - 6x \\ 6x \leq 54 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9\sqrt{3} \leq y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \\ -9 \leq 6x - 45 \\ 36 \leq 6x \Rightarrow x \geq 6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0$$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$12 \leq 2x$$

$$x \geq 6$$

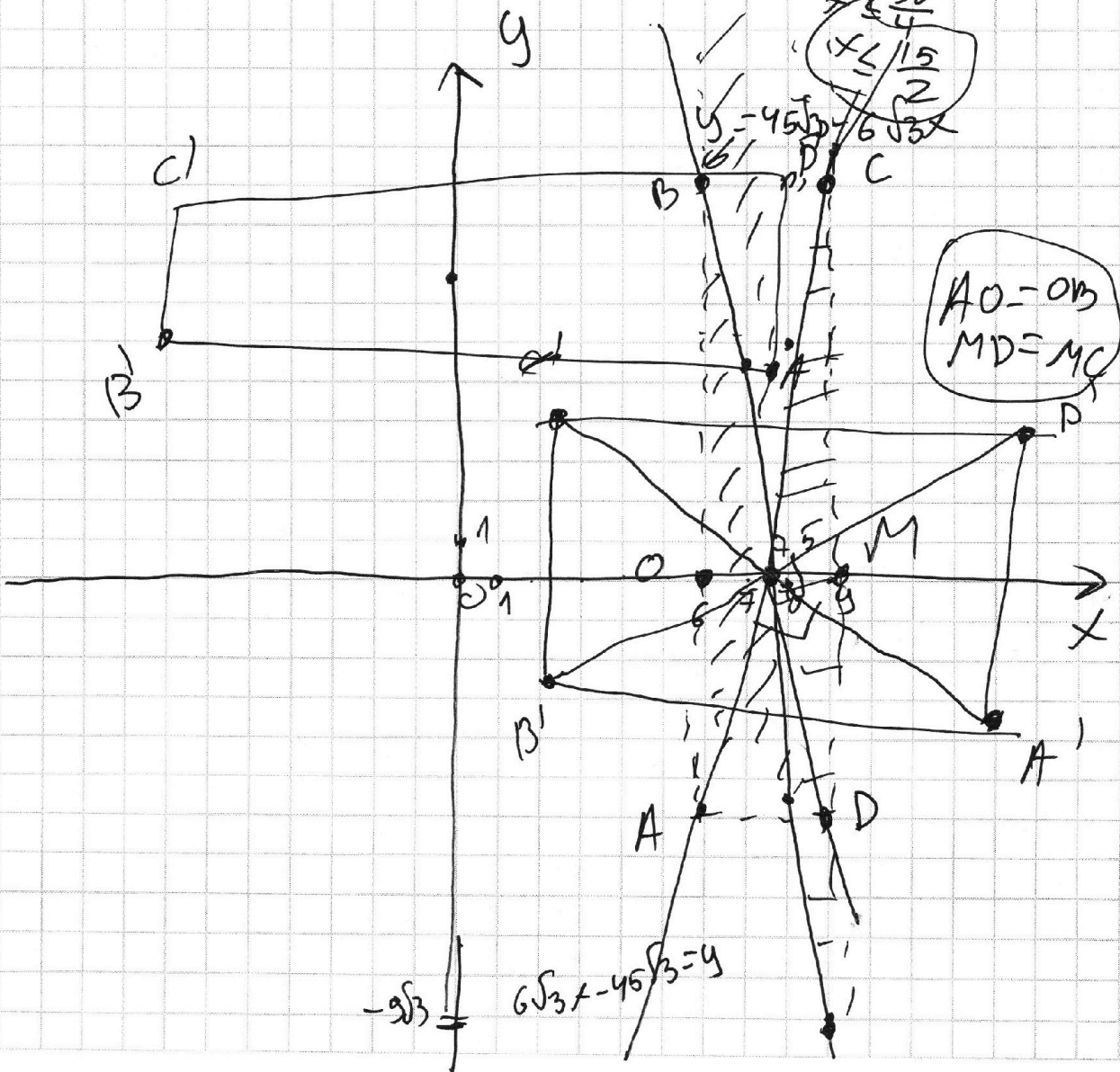
$$\begin{cases} y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ 12\sqrt{3}x \leq 90\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x \leq \frac{90}{12}$$

$$x \leq \frac{30}{4}$$

$$x \leq \frac{15}{2}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

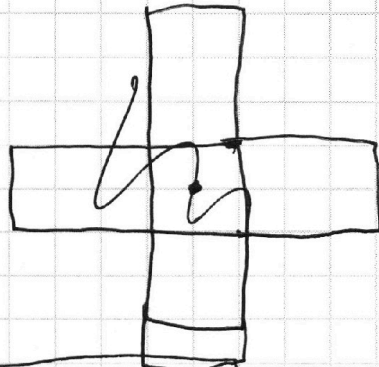
СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

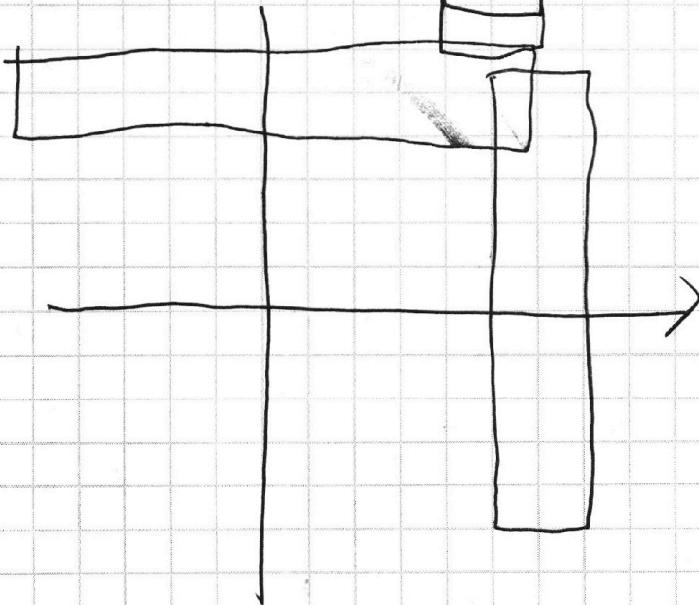
фигура из четырех прямоугольников,  
его поворачивают на  $90^\circ$

( $AO=OB$  от симметричен отрезок. оси)  
 $MC=MD$  общие

после поворота он перейдет в  $A'B'C'D'$   
прямоугольник перейдет в  $A'B'C'D'$



, то что замечла  
эти фигуры при  
повороте это  
гипербола.







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \angle B A Q = 45^\circ + \angle - 45^\circ = \angle \quad (\triangle B A P)$$

$\angle B P A \quad \angle P A Q$

$$\angle P A C = \angle C A A - 45^\circ = 45^\circ - \angle \quad (\triangle A A C)$$

$90^\circ - \angle \quad \angle P A Q$

10) Заметим что,  $\angle D A C = \angle + 45^\circ - \angle = 45^\circ = \angle Q P D$

$\angle P A D \quad \angle P A C$

$\Rightarrow (\triangle D P C) - \text{впис.}$

аналогично  $\angle B A D = \angle + 45^\circ - \angle = 45^\circ = \angle C A D$

$(\triangle A D Q B) - \text{впис.}$

11)  $(\triangle D P C) - \text{впис.} \Rightarrow \angle P C D = 20^\circ = \angle P A P$  (один из  
одной дуги) ~~не~~  $45^\circ - \angle = 20^\circ \Rightarrow \angle = 25^\circ$

$(\triangle A D Q B) - \text{впис.} \Rightarrow \angle P B D = \angle Q A D = \angle = 25^\circ =$   
 $= \angle D B C$

Ответ:  $25^\circ$

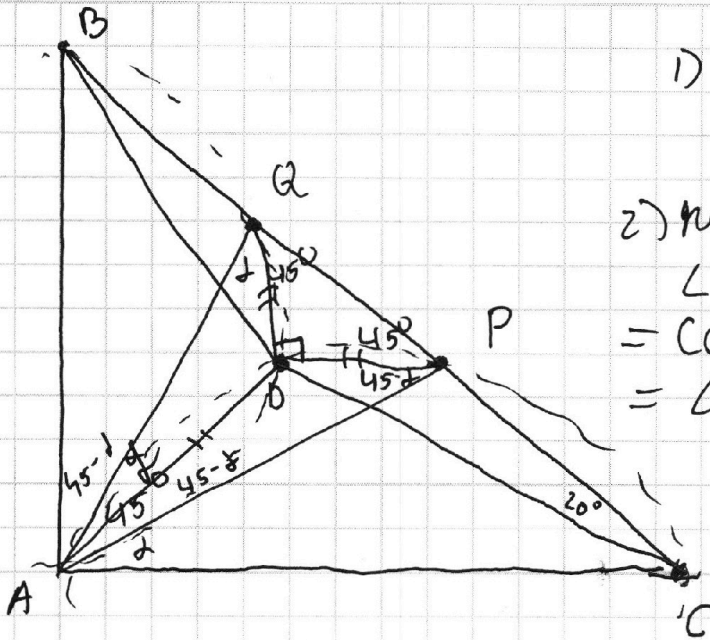


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) DP = DQ \Rightarrow \begin{cases} \angle DPA = \angle DQA \\ \angle PDQ = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle DPA = \angle DQA \\ \angle DAP = 45^\circ \end{cases}$$

$$2) \text{поскольку } \angle AAD = \alpha \Rightarrow \begin{cases} \angle AQC = 45 + \alpha, \text{ м.к. } AC = CQ \\ \Rightarrow \angle QAC = 45 + \alpha = \angle AQC \end{cases}$$

$$3) \angle ACQ = 180^\circ - 45 - \alpha - 45 - \alpha = 90 - 2\alpha \text{ в } \triangle AQC \Rightarrow$$

$$4) \angle ABC = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 90 + 2\alpha = 2\alpha \text{ в } \triangle ABC$$

$$5) \angle BAP = \angle BPA \text{ (м.к. } AB = BP \text{ в } \triangle ABP) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABP = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90 - \alpha = \angle APQ$$

$$\angle DPA = \angle APQ - \angle DPQ = 90 - \alpha - 45 = 45 - \alpha$$

$$6) \angle QAP = 180^\circ - \angle AQC - \angle APQ = 180^\circ - 45 - \alpha - 45 - 45 - \alpha = 45^\circ \text{ в } \triangle APQ$$

7) проведем ~~окр.~~ опис. окр. APQ м.к.  $\angle QAP = 45^\circ \Rightarrow$  дуга AP =  $90^\circ \Rightarrow$  центр. угол  $\angle AQP = 90^\circ$ , а угол  $\angle QAP = 45^\circ \Rightarrow D$  - центр. окр. (APQ)  $\Rightarrow DQ = DP = DA$   
(и лежит на сеп. перпен. к PQ м.к.  $DA = DP$ )

$$8) \begin{cases} \angle DAP = 45 - \alpha = \angle DPA \\ \angle DQA = \alpha = \angle DAQ \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left( x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \right) +$$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left( x - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \right) +$$

Пусть  $x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2}$

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3 \Rightarrow 2x \leq 18 \Rightarrow x \leq 9$$

$$6\sqrt{3}x + y \geq 45\sqrt{3}$$

$$y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$\begin{cases} x + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq \frac{15}{2} \Rightarrow 6\sqrt{3}x + y \leq 45\sqrt{3} \Rightarrow y \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \\ x - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} \Rightarrow 6\sqrt{3}x - y \geq 45\sqrt{3} \Rightarrow -9\sqrt{3} \leq y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$$

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-y \leq 9\sqrt{3} \Rightarrow -9\sqrt{3} \leq y$$

$$-9\sqrt{3} \leq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$-3 \leq 15 - 2x \Rightarrow 2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$

$$-9\sqrt{3} \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$-3 \leq 2x - 15$$

$$12 \leq 2x$$

$$x \geq 6$$

$$-9 \leq 45 - 6x$$

$$-3 \leq 15 - 2x$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно  $x - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq \frac{15}{2}$

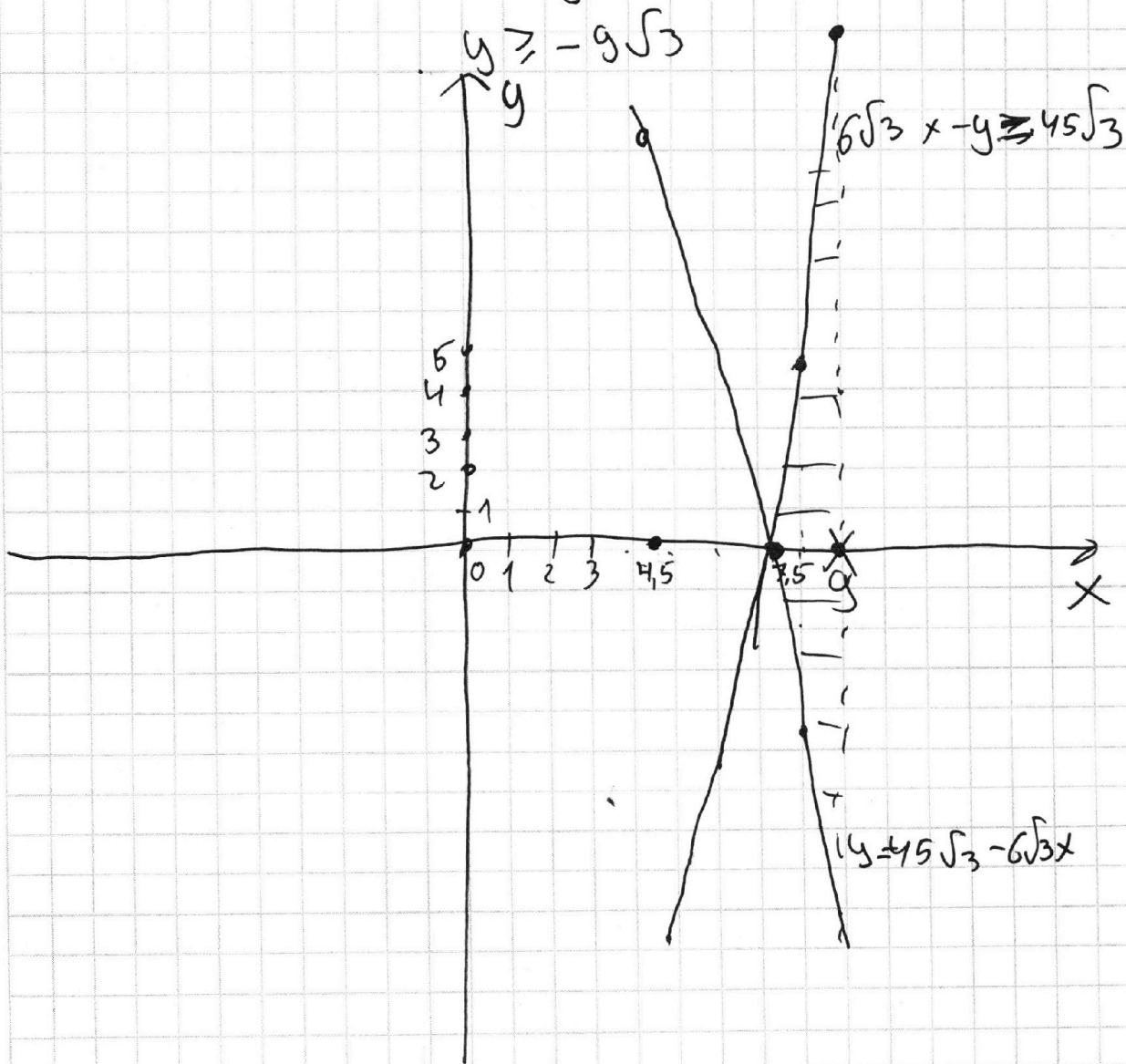
$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$

$-2x + 15 \leq 3$

$12 \leq 2x \Rightarrow x \geq 6$

$6\sqrt{3}x - y \leq 45\sqrt{3}$

$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \leq y$





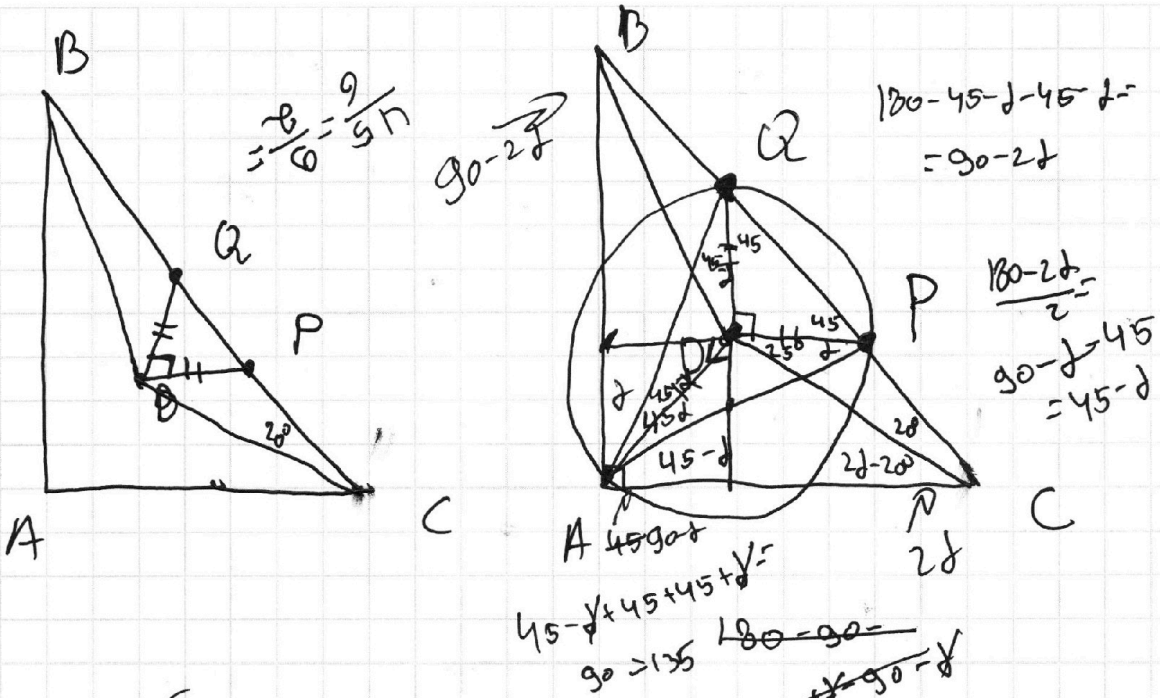


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



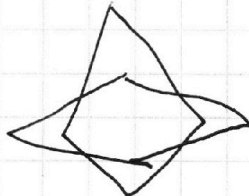
n коробок

$\frac{1}{n}$  - часть мячик в коробке  $90-d-45$

$1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$  - часть мячик.

Блокнот. 3 шар, 2 мячика  
всего 3 шар, 2 шар, 1 шар, 0 шар.

$(\frac{1}{n})^3$



$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$

$x - \frac{15}{2} \geq \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$

$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} > \frac{15}{2}$

$g = t$   
 $h = g$   
 $h = g$   
 $t = t$   
 $h = g$   
 $t = t$   
 $h = g$   
 $t = t$   
 $h = g$   
 $t = t$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

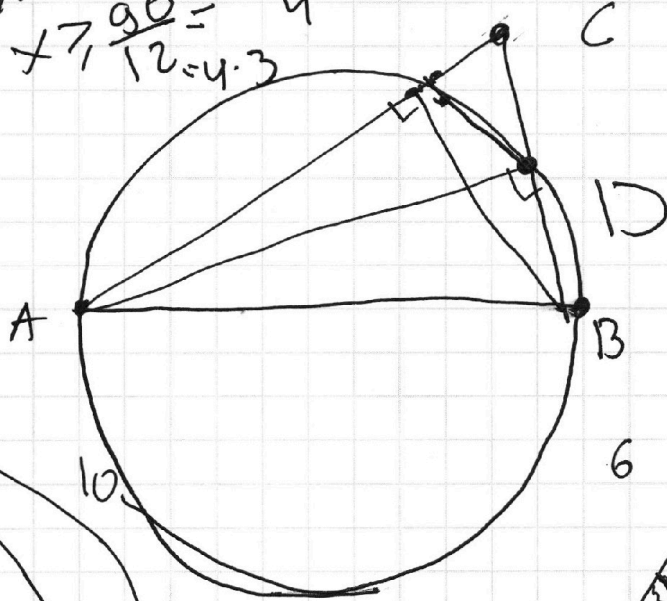
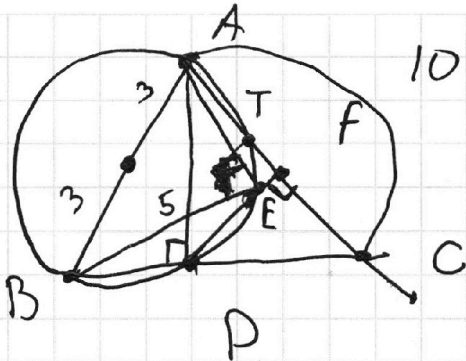
$$x^2 - (a^2 - a) + a - 5 = 0$$

$$x_1; x_2;$$

$$12 \sqrt{3} \Rightarrow 90^\circ \sqrt{3}$$

$$x \cdot 7, \frac{90}{12} = 4,3$$

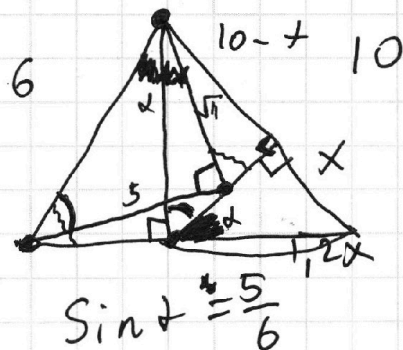
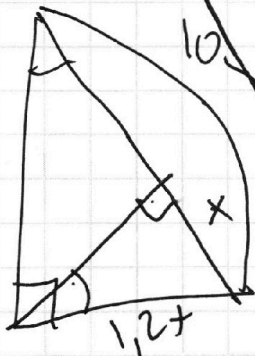
$$\frac{30}{4} = 7,5$$



$$AD = x,$$

$$BD; DC^2 =$$

$$100 - 1,44x^2 =$$



$$\frac{x}{1,2x} = \frac{1,2x}{10^2}$$

$$100x = 1,44x^2$$

$$100 = 1,44x$$

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{y} \Rightarrow$$

$$y = \frac{6x}{5} =$$

$$\frac{1,2x}{10} = 1,2x$$

$$\frac{PC}{10} = \frac{5}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = 3(x+3) + (x+3)^2 =$$

$$x^2 = 3x + 9 + x^2 + 6x + 9$$

$$9x = -18$$

$$x(-3-x) + yz = 0$$

$$-x(x+3) = -yz$$

$$x(x+3) = yz$$

$$x^2 - y^2 + z(x-y) + 3(x-y) = 0$$

$$(x-y)(x+y+z+3) = 0$$

$$(x-z)(x+y+z+3) = 0$$

$$xy = 3z + z^2$$

$$x = -3 - y - z$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$(-3 - y - z) =$$

$$xz = 3y + y^2$$

$$(-3 - y - z)y = 3z + z^2$$

$$-3y - y^2 - yz = 3z + z^2$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz = z^2 + y^2 + yz + 3y + 3z$$

$$yz + 6(x+y+z) = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2zy = 9$$

$$2(9 - 2xy - 2xz - 2zy) + xy + xz + yz - 18 = 0$$

$$-3xy - 3xz - 3zy = 0$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$x = -3 - y - z$$

$$(-3 - y - z)y + (-3 - y - z)z + yz = 0$$

$$x(y+z) + yz = 0$$

$$(-3 - y - z)(y+z) + yz = 0$$

$$-3y - 3z - y^2 - yz - zy - z^2 + yz = 0$$

$$y^2 + z^2 + yz + 3y + 3z = 0$$

$$0 = z(z+3) + x(x+3) + y(y+3)$$

$$0 = z(z^2 + 3z) + x(-y-z) + y^2 + 3y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \angle ABF = \frac{1}{6}$   
 $\sin \angle MBF = \frac{\sqrt{11}}{6}$   
 $AF = 1$   
 $6 = 3 \cdot 2$   
 $10 = 5 \cdot 2$   
 $2 = 1 \cdot 2$

$\frac{1}{n} \cdot (1 - \frac{1}{n})^4 + (1 - \frac{1}{n})^5 + (\frac{1}{n})^2 \cdot (1 - \frac{1}{n})^3 + (\frac{1}{n})^3 \cdot (1 - \frac{1}{n})^2$

$\frac{1}{n} \cdot (1 - \frac{1}{n})^4 + (1 - \frac{1}{n})^5 + (\frac{1}{n})^2 \cdot (1 - \frac{1}{n})^3 + (\frac{1}{n})^3 \cdot (1 - \frac{1}{n})^2$

$10 - 25 = 11$   
 $\frac{11}{4} = \frac{\sqrt{11}}{2}$   
 $AF = 1$

$5 - \frac{25}{4} = C$

$n - \text{каждый}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 - ?$$

$$\begin{aligned} xy = z(z+3) &\Rightarrow \\ yz = x(x+3) &\Rightarrow \\ zx = y(y+3) &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{z+3}{y} = \frac{y}{x+3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (z+3)(x+3) = y^2$$

$$(x+3)(y+3) = z^2$$

$$(z+3)(y+3) = x^2$$

- 120.000  
80.000

$$(z+3)^2 (x+3)(y+3) = x^2 y^2$$

$$z^2 \Rightarrow (z+3)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{z^2 y^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} =$$

$$(x+3)^2 = \frac{z^2 y^2}{x^2}$$

$$= \frac{4y^2}{x^2} + \frac{4y^2}{z^2} + \frac{4z^2}{y^2}$$

$$3 \cdot 10^2 = (y+3)^2 = \frac{x^2 z^2}{y^2}$$

100000  
3000  
997000

999...9  
+99...9  
+99...9

n

$$n = 10^3 - 1$$

$$n^3 = (10^3 - 1)^3 =$$

$$\begin{aligned} (x-1)^3 &= \\ &= (x^2 - 2x + 1)(x-1) = \\ &= x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + x - 1 = \\ &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \end{aligned}$$

10...0 - 30  
120000 80000

$$+ = 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 =$$

+ 3.000  
4000

99... 6 9999999999  
300000  
7002 99





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 = x(x+3) \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + z^2 + xz + 3z + 3x &= 0 \\ \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \\ 3z + z^2 \quad 3x \\ z &= 3+x \end{aligned}$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 3x + 3x + 9 = 3(x+3)$$

$$yz = x(x+3) + 3(x+3) =$$

$$\frac{yz}{x} = x+3$$

$$= yz + \frac{3yz}{x} = \frac{xyz + 3yz}{x} = \frac{yz(x+3)}{x}$$

$$x(x+3)y(y+3)z(z+3) =$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z(z+3)}{y(y+3)} \Rightarrow y^2(y+3) = z^2(z+3) = x^2(x+3)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z(z+3)}{x(x+3)}$$

$$x^2(x+3) = z^2(z+3)$$

$$y^3 - z^3 + 3(y^2 - z^2) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + zy + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} y^3 - z^3 & y - z \\ y - zy^2 & y^2 + zy + z^2 \\ \hline -z^3 + zy^2 & \\ -zy^2 + zy^2 & \\ \hline -z^3 + zy & \\ +z^3 + z^2y & \\ \hline z & \end{array}$$

$$y = z$$

$$\begin{aligned} y + z &= t \\ yz &= m \\ t - 2m + m + 3t & \\ t^2 - m + 3t &= 0 \\ t^2 + 3t &= m \end{aligned}$$

$$y + zy + z + 3y + 3z = 0$$

$$z = x$$

$$x = y$$

$$xz = 3x + x^2$$

$$x^2 = 3z + z^2$$

$$xz = 3x + x^2$$

$$xz = 3x + x^2$$