



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой неустойчивой арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

[N1]

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad \text{н.к. } x, y, z \neq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-2z + z^2}{x} \\ yz = -2x + x^2 \\ xz = -2y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &(-2z + z^2)z = -2x^2 + x^3 \\ &\Rightarrow x^3 - 2z^3 - 2(x^2 - z^2) = 0 \\ &\Rightarrow (x - z)(x^2 + zx + z^2 - 2x - 2z) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x - z)(x^2 + zx + z^2 - 2x - 2z) = 0$$

Пусть $x = z \Rightarrow y = -2 + x = x - 2 \Rightarrow x^2 = -2(x - 2) + (x - 2)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = -2x + 4 + x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 6x = 8 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 2y^2 + (y - 2)^2 = 2 \cdot \frac{4}{9} + \left(-\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} + \frac{64}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

По сути н.к. уравнение симметрично относительно $x, y, z \Rightarrow$ если какие-то 2 числа равны $\rightarrow$ решение единственно! и равно 8.

Пусть $x = y = z \Rightarrow x^2 = -2x + x^2 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0 = y = z \rightarrow \mathbb{W}$,
н.к. числа ненулевые

Значит, если все числа равны $\rightarrow x = 0$ н.к. где равенство каких-то двух решение нашли $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Пусть $x \neq y \neq z \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Придем ко второй части уравнения $x^2 + 2x + z^2 - 2x - 2z = 0$

$$xz = -2y + y^2 = -2\left(\frac{-2z + z^2}{x}\right) + \left(\frac{-2z + z^2}{x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} &x^2 + z^2 - 2x - 2z + xz = 0 \\ &xz = -2(z^2 - 2z)x + (z^2 - 2z)^2 \Rightarrow x^3 = -2(z - 2)x + z^3 - 4z^2 + 4z \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^3 = -2z + 4x + z^3 - 4z^2 + 4z \Rightarrow \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 \Rightarrow (x - 2)^2 = 4x + 2z + z^3 - 4z^2$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = (x - 2)^2 + \left(\frac{-2z + z^2 - 2x}{x}\right)^2 + (z - 2)^2 =$$

$$= (x - 2)^2 + \left(\frac{-2z + z^2 - 2x}{x}\right)^2 + (z - 2)^2 = (x - 2)^2 + (z - 2)^2 + \left(\frac{-x^2 - 2x}{x}\right)^2 =$$

$\Rightarrow$ Заменим, что $x^2 + 2x + z^2 - 2x - 2z = 0 \Rightarrow z^2 - 2x - 2z = -x^2 - 2x$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$= (x-2)^2 + (z-2)^2 + (x+z)^2 = x^2 - 4x + 4 + z^2 - 4z + 4 + x^2 + 2xz + z^2 =$$

$$= \underbrace{2x^2 + 2z^2 - 4x - 4z + 2xz + 8}_{\text{«}} = \textcircled{8}.$$

$$2(x^2 + z^2 - 2x - 2z + xz) = 0$$

Значит при $\forall$ значениях x, y, z (ненулевых), которые удовлетворяют системе уравнений $\rightarrow$

$$\rightarrow (x-2)^2 + (z-2)^2 + (y-2)^2 = \textcircled{8},$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

~~Будем доказывать по индукции, что для числа, составленного из l девяток ($l \in \mathbb{N}$) найдется $2l-1$ девяток у числа l^3 .~~

Будем доказывать по индукции, что для числа, составленного из l девяток ($l \in \mathbb{N}$) найдется $(2l-1)$ девяток у числа l^3 .

База: $n=1$. $9 \rightarrow 9^3 = 729 \rightarrow 2 \cdot 1 - 1 = 1 \rightarrow \textcircled{V}$.

$n=2$: $99 \rightarrow 99^3 = 121 \cdot 11 \cdot 729 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 11 \\ \hline + 121 \\ 1331 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} \times 729 \\ 1331 \\ \hline + 729 \\ 2187 \\ + 2187 \\ 729 \\ \hline 972 \cdot 299 \end{array}$$

$\textcircled{972} \cdot \textcircled{299} \rightarrow 2 \cdot 2 - 1 = 3 \rightarrow \textcircled{V}$.

У.п. Пусть для числа l^3 найдется $2l-1$ девяток. Тогда для $(l+1)^3$ найдется $2(l+1)-1 = 2l+1$ девяток.

$\Rightarrow$ докажем, что для числа l^3 найдется $2l-1$ девяток.

~~акт~~ $(9 \cdot 10^k + l)$ $a_{k+1} = (9 \cdot 10^k + l)^3 =$

$$\hookrightarrow a_{k+1}^3 = 729 \cdot 10^{3k} + 243 \cdot 10^{2k} \cdot l + 27 \cdot 10^k \cdot l^2 + l^3 =$$

$\Rightarrow$ Окончено

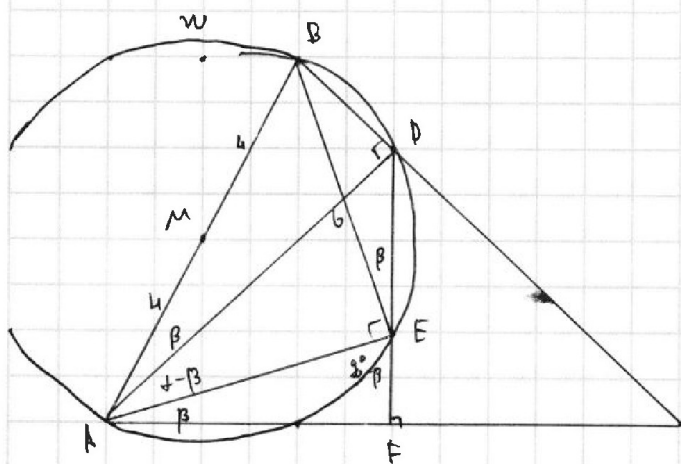


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: w , окруж. ΔABC ,
 $\Delta ABC \sim \Delta D$;
 $w \cap BC = D$; $DF \perp AC$,
 $F \in AC$
 $DF \cap w = E$; $AC = 10$,
 $AB = 8$, $BE = 6$

Найти: AF

Решение:

~~Заметим, что так как w — диаметр AB — $\angle AEB = 90^\circ$ (опирается на диаметр) $\Rightarrow$ центр O — середина AB — $AO = BO = 4$.~~

1) ~~Т.к. AB — диаметр окруж. $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$ (опирается на диаметр)
 Аналогично $\angle AOB = 90^\circ$ (опирается на диаметр)~~

2) Пусть $\angle BAE = \alpha$; $\angle BAD = \beta \Rightarrow \angle DAE = \alpha - \beta$.

3) Т.к. ч-г $ABDE$ — вписанный в окр. $\Rightarrow \angle BED = \angle BAD = \beta$ (опирается на BD) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AEF = 180^\circ - \angle AEB - \angle BED = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle AEF = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle EAF = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \beta = \beta \Rightarrow$

~~$\Rightarrow AF = AE \cdot \cos \beta$ ($\angle AEF = 90^\circ - \beta$ — тригонометрия)
 Тогда по теореме Пифагора в ΔAEB $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AF = \sqrt{28} \cdot \cos \beta$.~~

Заметим, что $\angle DAF = \angle BAE + \angle EAF = \alpha - \beta + \beta = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в прямоугольном ΔADF , ΔABC — углы α .

$\Rightarrow$ ~~Заметим, что~~ $\Delta AEB \sim \Delta ADF$ — по двум углам α и 90° .

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{AF}{AD} = \frac{AF}{8} = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{28}}{8} = \frac{\sqrt{64-36}}{8} = \frac{\sqrt{28}}{8} \Rightarrow AF = AD \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \frac{\sqrt{28}}{8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

В ΔADC $AC = 10 \Rightarrow AD = AC \cdot \cos \alpha = \frac{5\sqrt{28}}{4} \Rightarrow AF = AD \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{28}}{8} \cdot \frac{5\sqrt{28}}{4} = \frac{5 \cdot 28}{32} = \frac{35}{8}$

$\Rightarrow$ Ответ: $AF = 4,375$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Заметим, что арифметическая прогрессия неслучайная $\Rightarrow d$ (разности чл.) $\neq 0$

$\Rightarrow a_6, a_7, a_8 \rightarrow$ различные числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta > 0 \rightarrow$ в обеих уравнениях (чтобы было по 2 разл. корня)

Тогда 1 ур: $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$

$$\Delta = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 7) = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28 =$$

$$= a^4 - 4a^3 + 4a + 28 > 0$$

Рассмотрим функцию $f(x) = a^4 - 4a^3 + 4a + 28$
 $\rightarrow$ найдем ее мин. значение $\Rightarrow f'(x) = 4a^3 - 12a^2 + 4 = 0$

$\Rightarrow 4a^2(a - 3) = 0$

2 ур: $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

$$\Delta = (a^3 - 2a^2)^2 - 12(6 - a^5) = a^6 - 4a^5 + 4a^4 - 72 + 12a^5 =$$

$$= a^6 + 8a^5 + 4a^4 - 72 > 0$$

Заметим, что $a_6 = a_1 + 5d$, $a_7 = a_1 + 6d$; $a_8 = a_1 + 7d$

$$\Rightarrow \text{По теор. Виета } 2a_1 + 11d = \frac{a^2 - 2a}{2} = \frac{a^3 - 2a^2}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a(a - 2) = a^2(a - 2) \Rightarrow (a - 2)(a^2 - 3a) = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 2)(a - 3) = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a=0 & a=2 & a=3 \end{matrix}$$

$\Rightarrow$ Пусть $a=0 \Rightarrow \Delta_1 = 28 > 0 \rightarrow \text{н.в.}$

$$\Delta_2 = -72 < 0 \rightarrow \text{н.в.}$$

$$a=2 \Rightarrow \Delta_1 = 16 - 32 + 8 + 28 = 20 > 0 \rightarrow \text{н.в.}$$

$$\Delta_2 = 64 + 8 \cdot 32 + 4 \cdot 16 - 72 > 0 \rightarrow \text{н.в.}$$

$$a=3 \Rightarrow \Delta_1 = 81 - 4 \cdot 27 + 12 + 28 > 0 \rightarrow \text{н.в.}$$

$$\Delta_2 = 729 + 72 > 0 \rightarrow \text{н.в.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь проверим $a=2$, $a=3$ в уравнении:

$\Rightarrow a=2$: $x^2 - (4-4)x + 4-4-7 = 0 \Rightarrow x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \Rightarrow d = a_7 - a_6 = \pm 2\sqrt{5}$

$3x^2 - (8-8)x + 6-32 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ проверим, что $5d = \pm \frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{3}} = \pm 10\sqrt{5} \Rightarrow$

$\frac{4 \cdot 26}{3} \neq 100 \cdot 5 \Rightarrow \underline{a \neq 2}$

$a=3$: $x^2 - (3x) + 9-3-7 = x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow D = 9+4=13 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow d = \pm \sqrt{13}$

$3x^2 - (27-2 \cdot 9)x + 6-9 \cdot 27 =$

$= 3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0 \quad | :3$

$x^2 - 3x + 2 - 81 = 0$

$x^2 - 3x - 79 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 79 = 325 = 25 \cdot 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 5d = \pm 5\sqrt{13} \Rightarrow d = \pm\sqrt{13} \Rightarrow \underline{\text{совп}}$

$\Rightarrow$ Можно подобрать арифм. прогрессию, тогда данное задание выполняется $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Ответ: $a=3$

$$= \frac{(1 + \tan(50^\circ) - \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)})^2}{1 - (\tan(50^\circ) - \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)})^2} = \frac{(1 + \tan(50^\circ) - \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)})^2}{1 - \tan^2(50^\circ) - 1 - \tan^2(50^\circ) + 2 \tan(50^\circ) \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)}} = \frac{(1 + \tan(50^\circ) - \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)})^2}{2 \tan(50^\circ) (\sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)} - 1)} = \frac{(1 + \tan(50^\circ) - \sqrt{1 + \tan^2(50^\circ)})^2}{2 \tan^3(50^\circ)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(1 + \operatorname{tg}(50^\circ))^2 + 1 + \operatorname{tg}^2(50^\circ) - 2(1 + \operatorname{tg}(50^\circ))\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(50^\circ)}}{2\operatorname{tg}^3(50^\circ)} (1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(50^\circ)})$$

$$\text{Ответ: } \angle = \arctg \left(\frac{1 + \operatorname{tg}(50^\circ) - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(50^\circ)}}{1 - \operatorname{tg}(50^\circ) + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(50^\circ)}} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$k(k+1)$

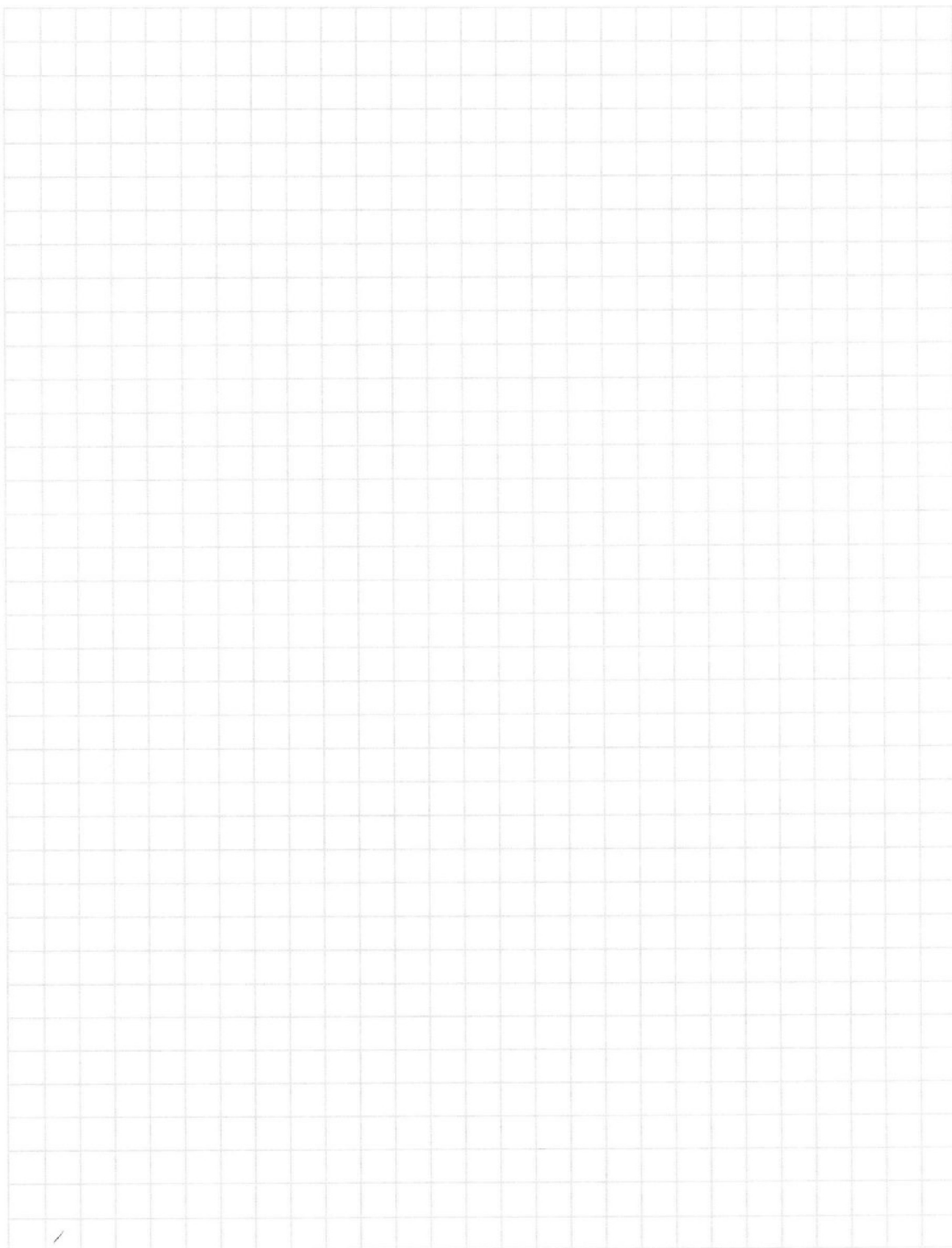


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





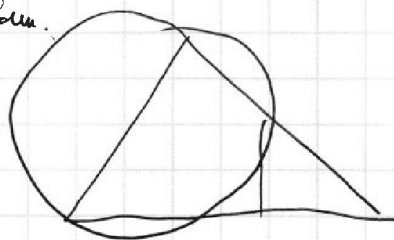
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

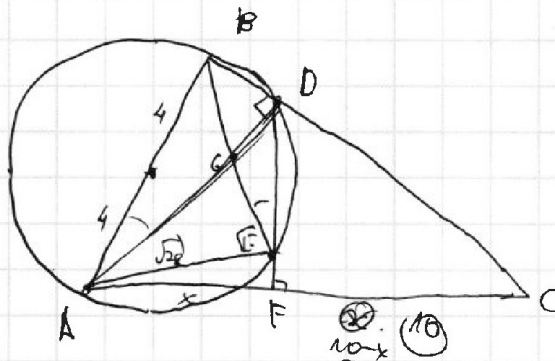
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.



$$\sqrt{8^2 - 64 - 36} = 28$$



$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 =$$

6x

$$x^2 + z^2 - 2x - 2z + 2x = 0.$$

$$(x-y)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4x + 4y + 4z \geq 0.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - (x-y)^2 - (y-1)^2 - (z-1)^2 + 12 =$$

$$\begin{array}{l} xy + 1 \geq 0 \\ xyz - 1 \\ yz \geq -1 \\ 2xz - 1 \end{array}$$

2 <

$$\leq 12 + 12 + x^2 + y^2 + z^2.$$

$$y = \frac{-2z + z^2}{x}$$

$$z = \frac{-2x + x^2}{y}$$

$$(-2z + z^2)z = -2x^2 + x^3$$

$$-2z^2 + z^3 = -2x^2 + x^3$$

$$x^3 - z^3 - 2(x^2 - z^2) = 0$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2) - 2(x-z)(x+z) = 0$$

$$(x-z)(x^2 + z^2 + xz - 2x - 2z) = 0.$$

поскольку $x \neq z \Rightarrow y = \frac{-2x + x^2}{x} = \frac{-2 + x}{1}$

$$-2 = -\frac{8}{3} + \frac{16}{3} = \frac{16-24}{3}$$

$$\begin{array}{l} 1 + xy = (z-1)^2 \\ 1 + yz = (x-1)^2 \\ 1 + xz = (y-1)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = x-1 \\ b = y-1 \\ c = z-1 \end{array}$$

$$\Rightarrow 1 + (a+1)(b+1) = c^2$$

$$1 + (b+1)(c+1) = a^2$$

$$1 + (a+1)(c+1) = b^2$$

$$ab + a + b + 2 = c^2$$

$$bc + b + c + 2 = a^2$$

$$(a+1)^2 + (b+1)^2 + (c+1)^2$$

$$(x-1)^2 + (z-1)^2 = 2-2x$$

$$x^2 = -2(x-1) + (x-1)^2 =$$

$$x^2 = -2x + 4 + x^2 + 4 - 4x = 8 - 6x$$

$$8 - 6x = 0$$

$$x = \frac{4}{3} = 2; y = -\frac{2}{3}$$

$$= x^2 + y^2 - z^2 \rightarrow xy - 2x + 2y. \quad -2x - 2y - 2z + xy + yz + zx$$

$$\frac{1 + \sqrt{1 + 4g^2 s_0^2}}{1 + 4g^2 s_0^2 + \sqrt{1 + 4g^2 s_0^2}} = \frac{1 + (1 + 4g^2 s_0^2)^{1/2}}{1 + 4g^2 s_0^2 + (1 + 4g^2 s_0^2)^{1/2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$xz = -2 \left(\frac{z^2 - 1z}{x} \right) + \left(\frac{z^2 - 1z}{x} \right)^2$$

$$x = -2 \left(\frac{z-1}{x} \right) + z \left(\frac{(z-1)^2}{x^2} \right) \rightarrow x^3 = 2x(z-1) + z(z-1)^2 =$$

$$= \cancel{\frac{2-1}{x}} \left(\cancel{\frac{(2-1)^2}{x^2}} \right) z - 2 \cancel{\frac{2-1}{x}} = x \cdot (x^2 - 2(z-1)) = 2(2-1)^2$$

$$x^2 + z^2 - 2x - 2z + xz = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + xy = 0$$

$$z^2 + x^2 - 2z - 2x + 2x = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 99 \\ 99 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 121 \\ \hline 121 \\ + 121 \\ \hline 968 \\ + 968 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$x^2 - 4x + 4 + x^2 + y^2 + z^2 + xy + 2x + xz = 0$$

$$2x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z$$

$$(x-2)^2 + \left(\frac{z^2 - 1z}{x} - 1 \right)^2 + (z-1)^2 =$$

$$= x^2 - 4x + 4 + \frac{(z^2 - 1z - 2x)^2}{x^2} + z^2 - 4z + 4 =$$

$$= \frac{(z^4 - 4z^3 + 4z^2 + 4x^2 - 4x(z^2 - 1z))}{x^2}$$

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 999 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 9801 \\ 98 \\ \hline 88209 \\ + 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$\frac{(x^2 - x^2)^2}{x^2} = (x+2)^2 + x^2 +$$

$$729$$

$$24-1$$

База

$$\begin{array}{r} \times 1367631 \\ 729 \\ \hline 12301816719 \\ + 2235262 \\ \hline 3543417 \\ \hline 997002999 \end{array}$$

$$60001$$

$$9999 \dots 9$$

$$(y \cdot 10^k + m)^3 = 729 \cdot 10^{3k} + m^3$$

$$+ 3 \cdot 9^2 \cdot 10^k m + 3 \cdot 9 \cdot 10^k m^2$$

$$\begin{array}{r} \times 111 \\ 111 \\ \hline 111 \\ + 111 \\ \hline 111 \\ + 111 \\ \hline 12321 \\ + 12321 \\ \hline 12321 \\ + 12321 \\ \hline 1367631 \end{array}$$

$$\frac{10^k + 1}{10^k + 1} = \frac{10^k + 1}{10^k + 1} = \frac{10^k + 1}{10^k + 1} = \frac{10^k + 1}{10^k + 1}$$

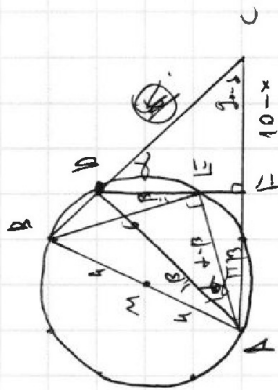


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP = \cos \beta \cdot \sqrt{AD} = \cos \alpha \cdot AD.$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{28}}{8}$$

$$AD = 8 \cos \beta$$

$$4 \frac{3}{8} \quad 125.$$

$$AD =$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$D = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 7) =$$

$$= 4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28 =$$

$$= 4 - 4a^3 + 4a + 28 \geq 0$$

$$7^4 - 4 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 7$$

$$14^4 + 4 \cdot 14^3 + 4 \cdot 14 + 4 \cdot 7$$

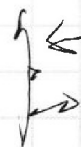
$$14^4 \cdot 7^4$$

$$(a^2 - 2a + 1)^2 =$$

$$a^3 - 4a^2 + 4$$

$$16 - 4 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 28 =$$

$$= 161$$



3

$$\frac{311}{8}$$

$$AD = 8 \cos \beta$$

$$4 \frac{3}{8} \quad 125.$$

$$6,7 \quad a_1 + a_1 d$$

$$4,9.$$

$$3x^2 - (a^2 - 2a^2) + 4a^2 - 4a + 28 =$$

$$D = (a^2 - 2a)^2 + 12(a^2 - 6) =$$

$$= a^6 - 4a^5 + 4a^4 + 12a^5 - 72a^3 =$$

$$a^6 + 8a^5 + 4a^4 - 72a^3$$

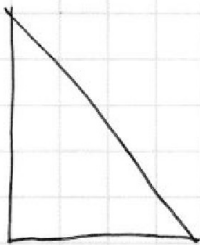
$$4^4 - 4^4 + 44 + 28$$

$$(a^2 - 2a + 1)^2 = a^2 - 4a^3 + 4a^2 + 1 + 2(a^2 - 2a)$$

$$4a^3 - 12a^2 + 4a + 28 = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 8 = 0$$

$$64 - 3 \cdot 8 + 8$$



$$30001$$

$$2m$$

$$(9 \cdot 10^k + n)^3 =$$

$$= 729 \cdot 10^{3k}$$

$$\frac{14}{20} \text{ min!}$$

$$+ 243 \cdot 10^{2k} + 27 \cdot 10^{k+2} + 10^{3k}$$



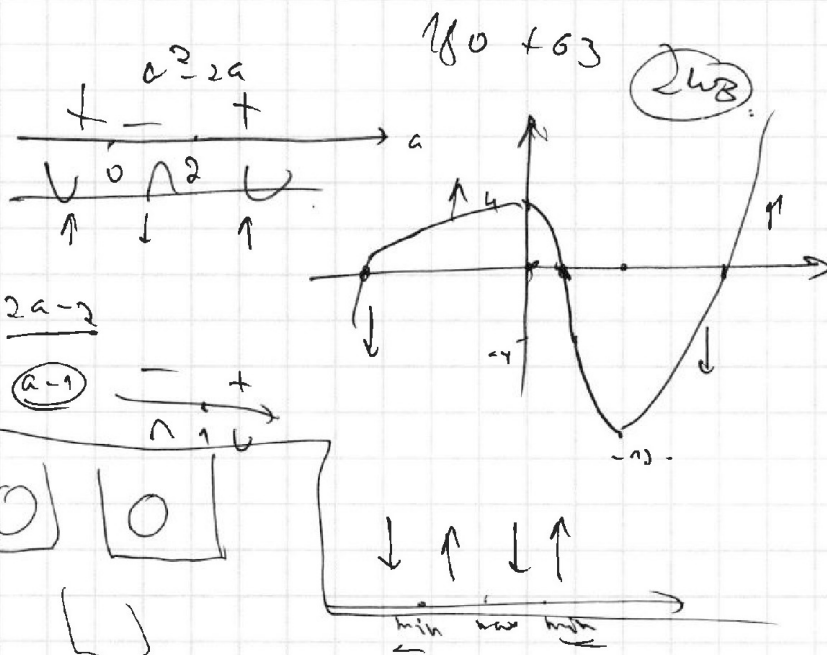
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

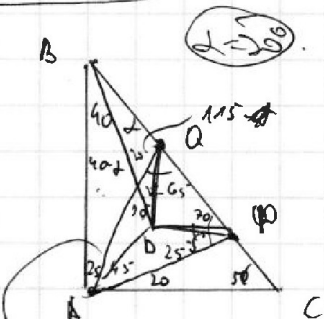
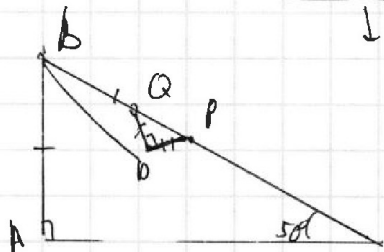
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:
Ф=



12 1 12 1 12 1 12 1



12 1

12 1 12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

12 1

$$\frac{a^2 - 2a}{2} = 2a + 116$$
$$x = 29.4 = \frac{816}{4} + 9 = 25$$

$$a - b + \frac{b+c-a}{2} = \frac{a^2 - 2a}{2}$$
$$= \frac{a - b + c}{2}$$

12 1

