



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть x, y, z - тройка чисел, удовлетворяющая системе и

где $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$. Тогда:

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-2) \cdot y(y-2) \cdot z(z-2).$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2).$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2).$$

$$xy = z(z-2).$$

$$\downarrow^z$$
$$z^2 = (x-2)(y-2).$$

Аналогично подставив yz и zx получаем:

$$z^2 = (x-2)(y-2); \quad x^2 = (y-2)(z-2); \quad y^2 = (x-2)(z-2).$$

$$\Downarrow$$
$$z^2(z-2) = x^2(x-2) = y^2(y-2).$$

Среди чисел x, y, z есть 2 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Перенесем все правые части уравнений друг на друга и все левые. Получим:

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2) \cdot X \cdot Y \cdot Z$$

$$X, Y, Z \neq 0 \Rightarrow XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$(X-2)^2 + (Y-2)^2 + (Z-2)^2 =$$

$$= X^2 - 4X + 4 + Y^2 - 4Y + 4 + Z^2 - 4Z + 4$$

$$-2X = YZ - X^2$$

$$2(YZ + XY + ZX) - X^2 - Y^2 - Z^2 + 12$$

$$XY + YZ + ZX + YZ - X^2$$

$$\frac{(XY)^2}{\left(\frac{XY}{Z}\right)^2 + \left(\frac{XZ}{Y}\right)^2 +}$$

$$a(a-2) \pm \sqrt{(a^2-a)^2 - 4(a^2-a-7)}$$

$$\frac{a^3 - 2a^2}{3} = \frac{2}{a^2 - 2a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Дано, что $n = 10^{30001} - 1$.

Тогда $n^3 = (10^{30001} - 1)^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$.

$$10^{30001} - 1 = \underbrace{999 \dots 99}_{30001}$$

$$3 \cdot 10^{60002} = \underbrace{3000 \dots 00}_{60002}; \quad 3 \cdot 10^{30001} = \underbrace{3000 \dots 00}_{30001}$$

$$\text{Получим, что } 999 \dots 9 - 3000 \dots 0 = \underbrace{999 \dots 99}_{30001} \underbrace{69999 \dots 9}_{60002}$$

Для прибавления $3 \cdot 10^{30001}$ воспользуемся сложением в столбик:

~~$$\begin{array}{r} 999 \dots 99699999 \dots 999 \\ - 3000 \dots 000 \\ \hline \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 1 1 1 \\ + \dots 99699 \dots 9999 \dots 99 \\ 300 \dots 00 \\ \hline 99 \dots 9970 \dots 00299 \dots 99 \\ \hline \underbrace{99 \dots 99}_{30001} \quad \underbrace{70 \dots 002}_{30001} \quad \underbrace{99 \dots 99}_{30001} \end{array}$$

Получим число $\underbrace{999 \dots 99}_{30001} \underbrace{7000 \dots 02}_{30001} \underbrace{9999 \dots 9}_{30001}$
в нем 60001¹ девяток

Ответ: 60001



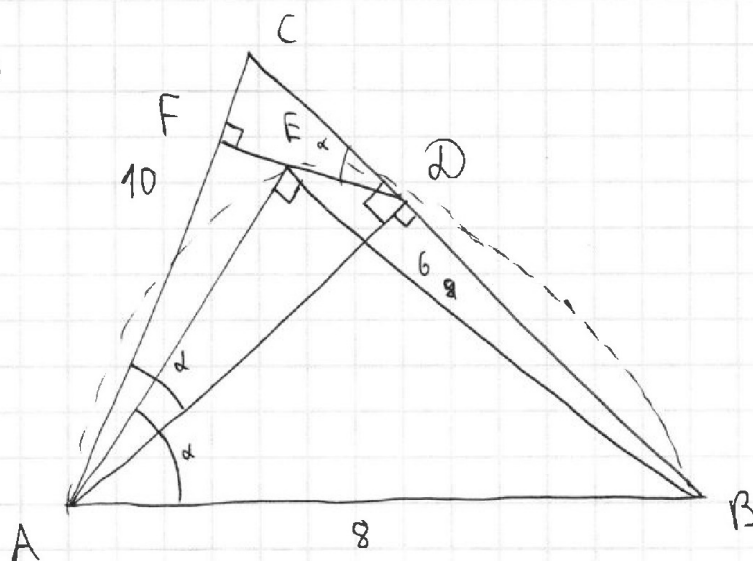
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Так как AB -диаметр, то $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$.
Пусть также $\angle DAB = \alpha$. Тогда $\angle AEDB = 180^\circ - \alpha$ ($AEDB$ -вписанный) $\Rightarrow \angle FDC = \alpha$. Так как DF -высота в прямоугольном треугольнике ADC , то $\angle CAD = \alpha$.

Мы знаем, что $\sin \alpha = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{4}$.

Значит $CD = \sin \alpha \cdot AC = \frac{15}{2}$.

$CF = \sin \alpha \cdot CD = \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{8}$; $AF = AC - CF = 10 - \frac{45}{8} = \boxed{\frac{35}{8}}$

Ответ: $\boxed{AF = \frac{35}{8}}$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

n-кол-во коробок

Посчитаем кол-во выигрышающих наборов коробок. Среди них должны быть 3 конкретные, и еще 2 могут быть любыми.

Поэтому всего выигрышающих наборов из 5 коробок C_{n-3}^2 .

Всего возможных наборов из 5-ти коробок C_n^5 . Тогда:

$$P = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2 \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{120 \cdot (n-5)!}} = \frac{60(n-3)!}{n!} = \frac{60}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}.$$

P-вероятность победы

Аналогично для второго случая:

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{4! \cdot 24 \cdot (n-7)!}}{\frac{n!}{7! \cdot (n-7)!}} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)} = \frac{210}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$7! = 5! \cdot 6 \cdot 7 = 120 \cdot 42 = 5040$$

$$P_2 / P_1 = \frac{210}{60} = \frac{7}{2}.$$

Ответ: вероятность увеличивается в $\frac{7}{2}$ раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$p_1 < p_2$$

$$q_1 < q_2$$

Пусть корни 1-ого уравнения равны p_1 и p_2 , а 2-ого — q_1 и q_2 .

Тогда:

$$p_1 = q_1 + d(2-1) = q_1 + 2d$$

$$p_2 = p_1 + d = q_1 + 3d$$

d — разность прогрессии

$$q_2 = q_1 + d(3-1) = q_1 + 5d$$

Заменим, то получается $p_1 + p_2 = q_1 + q_2$.

По т. Виета:

$$p_1 + p_2 = \frac{a^2 - 2a}{1} = a^2 - 2a$$

$$q_1 + q_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a(a-2) = \frac{a^2(a-2)}{3}$$

Либо $a=0$; либо $a=2$; либо $1 = \frac{a}{3} \Rightarrow a=3$. Т.е. теоретически могут подходить только 3 корня. Проверим их

Ⓘ $a=0$: $x^2 - 7 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{7}$; $3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow q_{1,2}$ не существуют.

значит $a=0$ не подходит ⊗

Ⓜ $a=2$: $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow q_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$

Выполнено $p_1 < q_1 < p_2 < q_2$, а должно быть $p_2 < q_1 < q_2 < p_1$ либо $q_1 > p_1 > p_2 > q_2 \Rightarrow a=2$ не подходит

Ⓢ $a=3$: $x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$; $3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0$; $x^2 - 3x - 79 = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 79}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{325}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Получаем: } q_1 = \frac{3-5\sqrt{13}}{2}; p_1 = \frac{3-\sqrt{13}}{2}; p_2 = \frac{3+\sqrt{13}}{2}; q_2 = \frac{3+5\sqrt{13}}{2}$$

Если взять $d = \sqrt{13}$, то получим:

$$p_1 = q_1 + 2d; p_2 = p_1 + d; q_2 = p_2 + 2d, \text{ т.е. все выполнено } \Rightarrow$$

$a = 3$ подходит (✓)

Ответ: $a = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что

при $y_1 = 4\sqrt{3}$ и $f_1 = 0$ $x = 8$;

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_1 = 0$ $x = 12$

при $y = 4\sqrt{3}$ и $f_2 = 0$ $x = 12$

при $y = -4\sqrt{3}$ и $f_2 = 0$ $x = 8$.

Получаем, что наша

фигура Φ это прямоугольник.

Аналог.

Тогда не сложно найти заштрихованную

Она равна площади "арки" на рис.

Так как все углы прямоугольника

движутся по своим окружностям каждая, то каждая точка находится в каждой точке своей полуокружности, поэтому

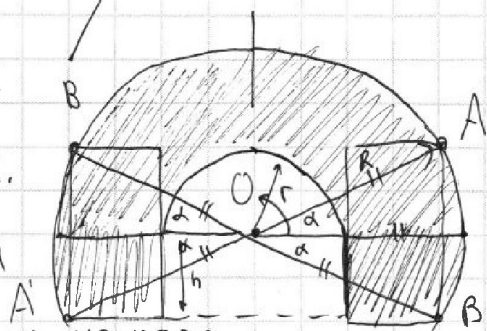
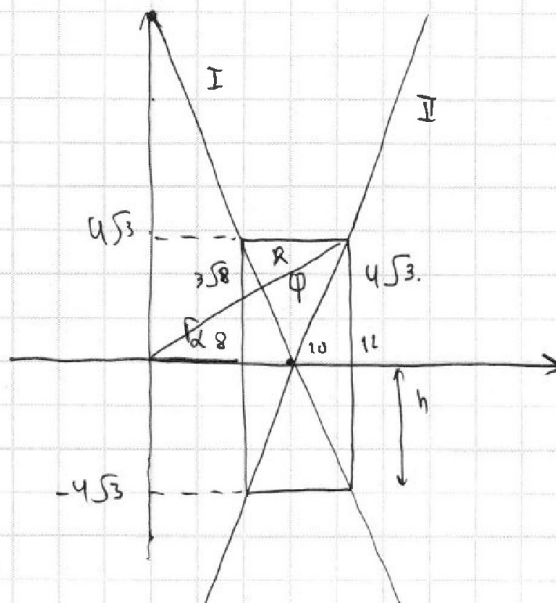
замечена будет вся арка. Тогда получаем:

$$S = \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2r \cdot h; \quad R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + 48} = 8\sqrt{5} \cdot 8.$$

$$\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$S = \frac{7}{12} \cdot \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2} - 2rh = \frac{7}{12} \cdot \pi \cdot 192 - \frac{\pi \cdot 64}{2} - 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = (112 - 32) \cdot \pi - 64\sqrt{3} = 80\pi - 64\sqrt{3}$$

Ответ: $S = 80\pi - 64\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Построим прямые F_1 I и F_2 II

Прямая I проходит через точки $(10; 0)$ и $(0; 20\sqrt{3})$

Прямая II проходит через точки $(10; 0)$ и $(0; -20\sqrt{3})$

Эти 2 прямые делят плоскость на 4 части. Проверим какой знак принимают функции в каждой из них:

- ① $F_1 < 0; F_2 < 0$ * $F_1(0, 0) < 0; F_2(0, 0) < 0$
- ② $F_1 > 0; F_2 < 0$ * $F_1(10, 100) > 0; F_2(10, 100) < 0$
- ③ $F_1 > 0; F_2 > 0$ * $F_1(100, 0) > 0; F_2(100, 0) > 0$
- ④ $F_1 < 0; F_2 > 0$ * $F_1(-100, 10) < 0; F_2(-100, 10) > 0$

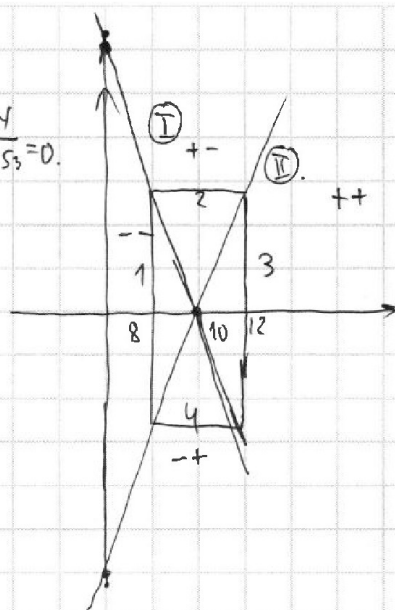
Неравенство можно решить отдельно для каждой части:

$$① -X + 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow X > 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}}$$

$$② X - 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow X < 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}}$$

$$③ X - 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow X > 10 + \frac{Y}{2\sqrt{3}}$$

$$④ -X + 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow X < 10 - \frac{Y}{2\sqrt{3}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

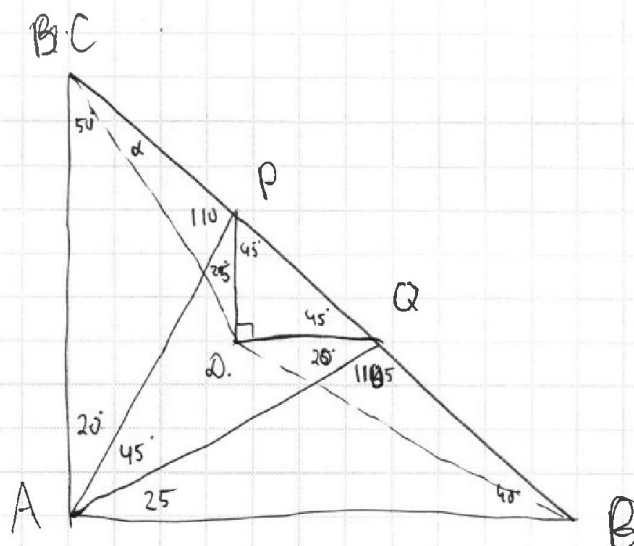
$$\angle AQC = \angle CAQ = 65^\circ$$

$$\angle CPA = \angle CAP = 70^\circ$$

Далее легко считать

все отрезанные углы.

$$\text{Пусть } BC = 1.$$



$$\text{Далее: } AC = \sin 40^\circ; \quad PC = AC \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}; \quad BQ = \frac{\sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}$$

$$BQ = AB \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} = \frac{\sin 50^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}$$

$$CD = \sqrt{PD^2 + PC^2 - 2 \cdot PD \cdot PC \cdot \cos(135^\circ)} = \sqrt{\frac{PQ^2}{2} + PC^2 - 2 \cdot PQ \cdot PC \cdot \cos(135^\circ)}$$

$$= \sqrt{PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + 2 \cdot PQ \cdot PC} = \sqrt{PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot PC}$$

$$\text{Аналогично } BD = \sqrt{PBQ^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot BQ} \quad (\angle BQD = \angle QPC = 135^\circ)$$

Из Того:

$$\angle DBC = \cos \alpha = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot CD \cdot CB} = \frac{BC^2 + PC^2 + \frac{PQ^2}{2} + PQ \cdot PC - BQ^2 - \frac{PQ^2}{2} - PQ \cdot BQ}{2 \cdot CD \cdot CB}$$

$$= \frac{1 + PC^2 - BQ^2 + PQ(PC - BQ)}{2 \cdot CD \cdot BC \cdot 1} = \frac{1 + \frac{\sin^2 40^\circ \sin^2 20^\circ}{\sin^2 110^\circ} - \frac{\sin^2 50^\circ \sin^2 25^\circ}{\sin^2 115^\circ}}{2 \cdot CD}$$

$$+ \left(1 - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} - \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ}\right) \left(\frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ}\right) = 1 + \frac{\sin 40^\circ \sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} - \frac{\sin 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 115^\circ} \quad A$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \arccos(A)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4X - 4Y - 4Z + 12$$

$$XYZ = (Z-2)(Y-2)(X-2).$$

$$\begin{aligned} X &= 2 - \frac{2}{Y} \\ Y &= 2 - \frac{2}{X} \\ Z &= 2 - \frac{2}{X} \end{aligned}$$

$$Z(Z-2) \cdot Z = (X-2)(Z-2)(Y-2).$$

$$Z^2 = (X-2)(Y-2)$$

$$XZ = (Z-2)(X-2).$$

$$Y^2 = (X-2)(Z-2)$$

$$YX = \dots$$

$$YZ = (Z-2)(Y-2).$$

$$X^2 = (Y-2)(Z-2).$$

$$XZ = -2Y \dots$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{X-2}{Y-2}.$$

$$\frac{X^2}{Z^2} = \frac{Z-2}{X-2}.$$

$$XYZ = -2X \dots$$

$$XY - 2X = XY - 2Y.$$

$$X \quad X^2$$

$$-2 \left(\frac{Z(Z-2)}{Y} \right)$$

$$X = Y = Z.$$

$$Z$$

$$XY + YZ + ZX - 8X - 8Y - 8Z + 12.$$

$$\frac{Z(Z-2)}{Y}$$

$$X^2 = (X-2)^2.$$

$$X^2 = X^2 - 4X + 4$$

$$XY$$

$$YZ = \frac{Z(Z-2)}{Y} \cdot \left(\frac{Z(Z-2)}{Y} - 2 \right)$$

$$X=1$$

$$Z^2(Z-2) = X^2(X-2).$$

$$Y^2$$

$$(X-2)^2 \cdot (Z-2)(Y-2) = Z^2 Y^2. \quad Z, X < 0.$$

$$Y, X > 0.$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4X - 4Y - 4Z + 12 = Y(Y-2).$$

$$\left(\frac{Y^2 Z^2}{X^2} \right) +$$

$$XYZ, Y$$

$$X^2(X-2)^2.$$

$$Z^2 = (X-2)^2 \quad (Z-X)$$

$$Z^2 =$$

$$X^2 = (X-2)^2$$

$$X=1$$

$$X^2 = (X-2) \cdot (Z-2).$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4 \dots = 12.$$

$$12 = (Z-Y)^2 + (X-Y)^2 + (X-Z)^2 + Z^2 + X^2 + Y^2 - 4X - 4Y - 4Z = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~

~~Рассмотрим такие x, y, z , что они не равны и являются решениями.~~

~~Тогда:~~

$$xy \cdot yz \cdot zx = x(x-2) \cdot y(y-2) \cdot z(z-2)$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xy = z(z-2) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ xz = y(y-2) \end{cases}$$

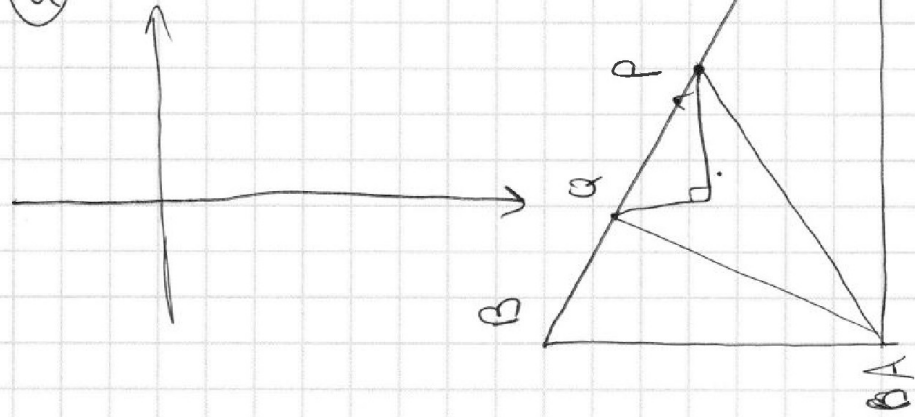
~~Задача 1~~

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2$$

~~Аналогично~~

а

$x=10$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)(y-2)(z-2) \quad x^2+y^2+z^2$$

$$k. A > (x-2)(y-2) + (x-2)(z-2) + (y-2)(z-2)$$

$$x^2+y^2+z^2$$

$$(x+y+z < 3)$$

$$PQ \sqrt{CP^2+PD^2+2CP \cdot PD}$$

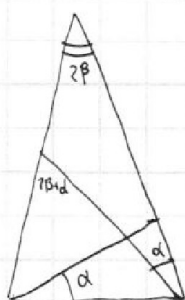
$$x^2+y^2+z^2+2z^2+2y^2+2x^2-4(x+y+z) \geq 9$$

$$+1 = ZX+1 \geq (Y-1)^2$$

$$YZ+1 = (Y-1)^2$$

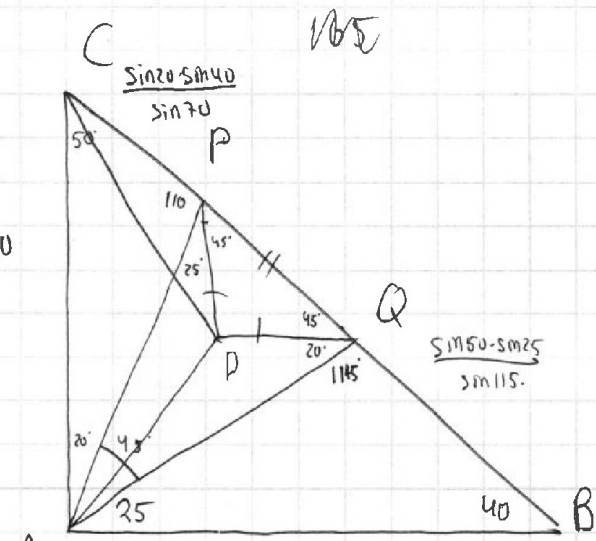
$$-2(2+x+y) < 0$$

$$\frac{\sin 40}{\sin 70} = \frac{\sin CP}{\sin 70}$$



$$BG^2$$

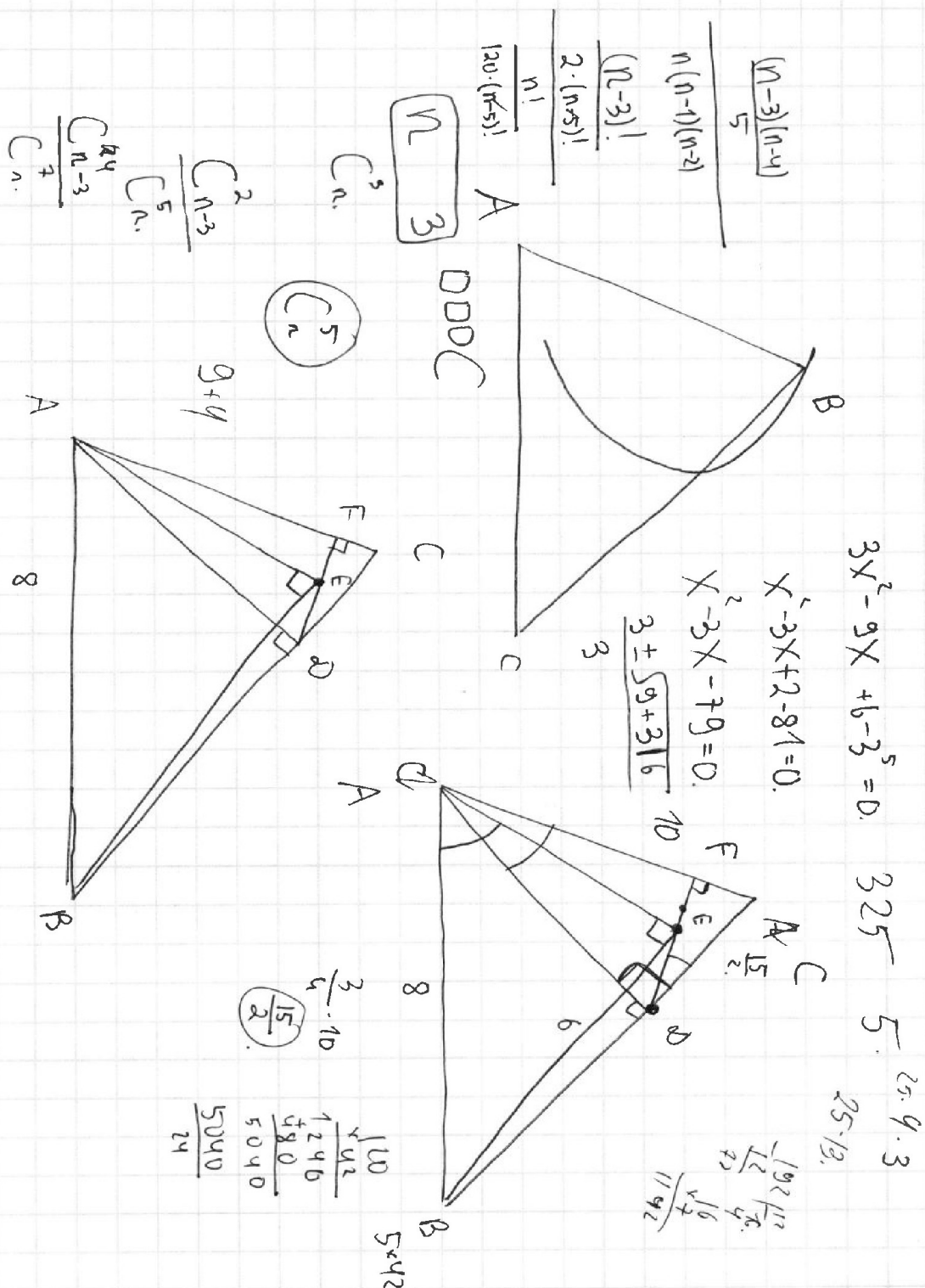
$$\frac{DC^2+DB^2-CB^2}{2 \cdot DC \cdot DB}$$



$$CB \sin 50$$

$$\frac{\sin 50 \cdot \sin 25}{\sin 115}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!**





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$XY = Z(Z-2)$$

$$YZ = X(X-2)$$

$$ZX = Y(Y-2)$$

$$\frac{Z^2}{Y^2} = X -$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$Z^2(Z-2) = X^2(X-2) = Y^2(Y-2)$$

$$Z(Z-2) = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X-2}{Z-2}$$

$$Z^2 = (X-2)(Y-2)$$

$$(X-2)^2 + (Y-2)^2 + (Z-2)^2 + (X-2)(Y-2) + (X-2)(Z-2) + (Y-2)(Z-2) = 16$$

$$X^2 = (Z-2)(Y-2)$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$Y = (X-2)(Z-2)$$

$$XYZ = (X-2)(Y-2)(Z-2)$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X(X-2)}{Z(Z-2)}$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{X-2}{Z-2}$$

$$16 - X^2 - Y^2 - Z^2 =$$

$$X(X-2) = Z(Z-2) = Y(Y-2)$$

$$Z^2 - XY + 2$$

$$X^2 - 4X$$

$$XY = YZ = ZX$$

$$X = 2;$$

$$X^2 - 4X + Y^2 - 4Y + Z^2 - 4Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$XY + YZ + ZX - (2Z + 2Y + 2X)$$

$$Z^2 + Y^2 + X^2$$

$$(X+Y+Z)^2 =$$

$$= X^2 + Y^2 + Z^2 + 2XY + 2YZ + 2ZX$$

$$2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 - 4X - 4Y - 4Z = X^2 + Y^2 + Z^2 + 2X + 2Y + 2Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$Y^2 - 2Y$$

$$Z^2 - 2Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$Y^2 - 2Y$$

$$Z^2 - 2Z$$

$$X^2 - 2X$$

$$Y^2 - 2Y$$

$$Z^2 - 2Z$$

$$\sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including a large triangle ABC, various geometric diagrams, and algebraic equations.

Triangle ABC: A large triangle with vertices A, B, and C. Point Q is on side AB, and point P is on side AC. Angles are marked: $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, $\angle A = 90^\circ$. Other angles include 25° , 15° , 10° , 35° , 45° , 65° , and 110° .

Algebraic Equations and Inequalities:

- $x(x-2) = (x-2)(1/2)(2-2) = x \cdot 1/2$
- $x(x-2) > 1/2$
- $x(x-10) + \frac{1}{\sqrt{3}} > 1/2$
- $x(x-10) - \frac{1}{\sqrt{3}} > 1/2$
- $x(x-10) + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$
- $x(x-10) - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$
- $10 - x + 10 - x \leq 4$
- $x > 8$
- $2x - 20 \leq 4$
- $x \leq 12$
- $y \leq 4\sqrt{5}$
- $y^2(x-2)$
- $x(x-10) + \frac{1}{\sqrt{3}} - x(x-10) + \frac{2}{\sqrt{3}} > 1/2$
- $12 - 10 + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$
- $y = 4\sqrt{5}$

Geometric Diagrams:

- Diagram I: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram II: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram III: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram IV: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram V: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram VI: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram VII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram VIII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram IX: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram X: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XI: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XIII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XIV: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XV: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XVI: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XVII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XVIII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XIX: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XX: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXI: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXIII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXIV: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXV: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXVI: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXVII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXVIII: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXIX: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.
- Diagram XXX: A circle with a shaded region and points labeled with '+' and '-' signs.