



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \begin{cases} xy = -6z + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

и.м.реш. Найти $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$

$$xy = -6z + z^2$$

$$xy = z(z-6). \text{ аналогично из (2) и (3): } yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

Перемножаем:

$$(xyz)^2 = (xyz)(x-6)(y-6)(z-6) \quad /: xyz \neq 0$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

Введем обознач: $p = x+y+z$

$$q = xy + yz + zx$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6) = xyz - 6(xy + yz + zx) + 36(x+y+z) - 216$$

$$6(xy + yz + zx) = 36(x+y+z) - 216 \quad /: 6 \leftarrow$$

$$q = 6p - 36 \quad (4)$$

Рассм $(1) + (2) + (3)$:

$$xy + yz + zx = z^2 + y^2 + x^2 - 6x - 6y - 6z$$

$$(x+y+z)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) \Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2) = p^2 - 2q$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 - 6(x + y + z)$$

$$q = (p^2 - 2q) - 6p$$

$$q = p^2 - 6p \quad (5)$$

приравнявая (4) и (5):

$$q = 6p - 36$$
$$q = p^2 - 6p$$

~~$$p^2 - 12p + 36 = 0$$~~

$$p = 6$$

$$\Rightarrow q = 0$$

Теперь найдём $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x + y + z) + 3 \cdot 36 =$$

$$= (p^2 - 2q) - 12p + 108 = 36 - 72 + 108 = 72$$

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999 \dots 99}_{20001 \text{ девяток}} = 10^{20001} - 1$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a-1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$$

$$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$10^{60003} = \underbrace{1000 \dots 00}_{60003}$$

$$3 \cdot 10^{40002} = \underbrace{30000 \dots 0}_{40002}$$

$$10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} = \underbrace{09999 \dots 99}_{20000} \underbrace{70000 \dots 0}_{40002}$$

$$3 \cdot 10^{20001} - 1 = \underbrace{299 \dots 999}_{20001}$$

Итого

$$\begin{aligned} & 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 = \\ & = \underbrace{99 \dots 99}_{20000} \underbrace{70000 \dots 00}_{20001} \underbrace{299 \dots 99}_{20001} \end{aligned}$$

$$20000 + 20001 = 40001$$

Ответ: 40001.



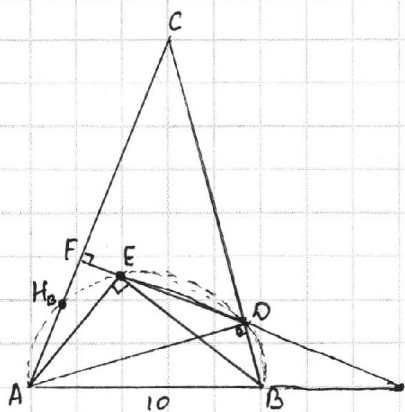
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: ω с грав. AB, $\triangle ABC$,

$D = BC \cap \omega$, $F \in AC$: $DF \perp AC$, $E = DF \cap \omega \setminus D$

$AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

Найти: $AF = ?$

AB -грав $\Rightarrow$ радиус ω есть $\frac{AB}{2} = 5$

Тл. синусов $\triangle AEB$ (впис. в ω):

$$9 = BE = 2R \cdot \sin \angle EAB = 10 \sin \angle EAB$$

$$\Rightarrow \sin \angle EAB = 0,9 \quad (= \cos \angle ABE, \text{ т.к. } \angle AEB = 90^\circ)$$

$\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$, т.к. ω - опис. на AB как на грав $\Rightarrow$ D - осн. выс. $\triangle ACB$ из в. A

$$\Rightarrow \cancel{BE} = AB \cos \angle ABE = 9 \quad BE = 9$$

$$AE = AB \cos \angle EAB = AB \sqrt{0,81} \quad \leftarrow \text{т.к. } \sin^2 \angle EAB = 0,81, \text{ угол ост. } \angle EAB$$

$$\triangle ACD - \triangle \Rightarrow DF - \text{выс. к гипот.} \Rightarrow DF^2 = AF \cdot CF = AF(AC - AF) = AF(20 - AF)$$

$$\text{по } \omega F = FE \cdot FD$$

$$= AF \cdot FK_B, \text{ где } K_B - \text{основ. выс. из м. B в } \triangle ABC (K_B \in \omega)$$

FE вып. через AF:

$$FE^2 = AE^2 - AF^2 \quad (\text{тл. Пифагора}), \text{ AE известен}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Вероятность} = \frac{\text{\# "благоприятных" исходов}}{\text{\# "всех возможных" исходов}}$$

1 шар из n коробок выбирает k . Тогда всевозможных исходов C_n^k , а благоприятных только C_{n-3}^{k-3} (мы как бы фиксируем коробки с шариками и выбираем из оставшихся)

$$\text{т.е. вероятность} = \frac{C_{n-3}^{k-3}}{C_n^k} \quad \text{воспольз.} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{(n-3)!}{n!} \cdot \frac{k!(n-k)!}{(k-3)!(n-k)!} = \frac{k(k-1)(k-2)}{n(n-1)(n-2)}$$

Тогда для изменения $k: k_1 \rightarrow k_2$

$$\text{вероятн. измен. в} \quad \frac{k_2(k_2-1)(k_2-2)}{k_1(k_1-1)(k_1-2)}$$

$$\text{при } k_1=5 \quad k_2=9: \quad \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} (= 8,4)$$

Ответ: в 8,4 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a :

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad \text{им. корни } 6\text{-ой и } 7\text{-ой члены прогр.}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad \text{им. корнями } 5\text{-ой и } 6\text{-ой члены прогр.}$$

но сумма 6-ой и 7-ой = сумме 5-ой и 8-ой

(Каждый член выражая прогр. как $b_0 + dk = b_k$)

$$b_6 + b_7 = 2b_0 + 13d = b_5 + b_8$$

но по Т. Виета известны суммы корней в исх. уравнениях:

$$a^2 - 4a \quad \text{и} \quad \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad \text{соотв}$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a}{5}(a^2 - 4a)$$

$$(a^2 - 4a)\left(\frac{a}{5} - 1\right) = 0 \quad | :5$$

$$(a^2 - 4a)(a - 5) = 0$$

$$a \in \{0, 4, 5\}$$

Подставляем

$$a=0: x^2 - 4 = 0 \quad \text{не имеет корней в } \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{не подходит } a=0$$

$$a=4: x^2 - 4 = 0 \quad \text{им. корни } -2 \text{ и } 2 \Rightarrow b_6 = -2, b_7 = 2 \Rightarrow |d| = 4$$

$$5x^2 - 167 = 0 \quad \text{им. корни } b_5 \text{ и } b_8 \Rightarrow b_5 \cdot b_8 = -\frac{167}{5}$$

$$b_6 = -2, b_7 = 2 \Rightarrow b_5 = -6, b_8 = 6, \text{ но } -36 \neq -\frac{167}{5} \Rightarrow a=4$$

$$b_6, b_7 \in \{-2, 2\} \Rightarrow b_5, b_8 \in \{-6, 6\} \quad \left(\begin{array}{l} \text{прогр. либо } -6, -2, 2, 6 \\ \text{либо } 6, 2, -2, -6 \end{array} \right) \quad \text{не подходит}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

последний случай: $a=5$

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \text{ и. корни } b_6 \text{ и } b_7$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0 \text{ и. корни } b_5 \text{ и } b_8$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$b_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{29} \quad (= \sqrt{D_1})$$

$$D_2 = 25 + 59 \cdot 4 = 25 + 236 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$\Rightarrow 3d = \sqrt{261}$$

$$b_8 - b_5 = \sqrt{D_2}$$

$$b_5 = \frac{5 - \sqrt{141}}{2}$$

$$b_6 = \frac{5 + \sqrt{141}}{2}$$

$$\text{но } 3\sqrt{29} \neq \sqrt{141}$$

$$\text{но } 3\sqrt{29} \neq 3\sqrt{269} \Rightarrow \times$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 261 = 3^2 \cdot 29$$

$$b_5 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}$$

$$b_8 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

Ответ: $a \in \emptyset$

Итого правда получ. прогр., шаг у нее $\sqrt{29}$

($b_k = \frac{5}{2} - \frac{13}{2}\sqrt{29} + \sqrt{29}k$) легко проверить, что

все корни правда занимают там верные места

$$(b_6 = \frac{5}{2} - \frac{13}{2}\sqrt{29} + 6\sqrt{29} \checkmark \quad b_7 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2} \checkmark$$

$$b_5 = \frac{5}{2} - \frac{13-10}{2}\sqrt{29} \quad b_8 = \frac{5}{2} - \frac{13-16}{2}\sqrt{29})$$

Ответ: при $a=5$.

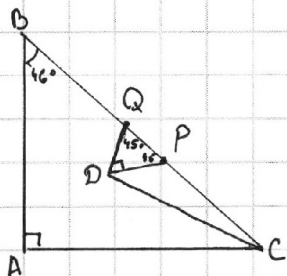


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$ (или BC):

$P, Q \in BC$: $BQ = AB$, $CP = AC$.

Внутри $\triangle ABC$: $DP = DQ$, $\angle PDQ = 90^\circ$

$\angle CBA = 46^\circ$

Найти: $\angle DCB = ?$

Решение:

1. Сделаем для удобства масштабную всей картинке в $\frac{1}{BC}$, на углы это никак не повлияет, но теперь будем считать, что $BC = 1$.

2. $\angle B = 46^\circ \Rightarrow \angle ACB = 44^\circ$

$AB = BQ = \cos 46^\circ$, $AC = CQ = \cos 44^\circ$ (здесь используем то $BC = 1$)

3. $\triangle DPQ - \triangle$ и $p/d \Rightarrow \angle Q = \angle P = 45^\circ$, $DQ = DP = \frac{PQ}{\sqrt{2}}$

4. $PQ = |BQ + CQ - BC| = |\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1|$
(на самом деле штука внутри > 0)

5. DQ по п. 3 $= \frac{PQ}{\sqrt{2}} = \frac{|\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1|}{\sqrt{2}}$

6. По формуле косинусов для $\triangle DCQ$: $\cos \angle DCB$:

$\frac{DQ}{\sin \angle DCB} =$

$$DC^2 = DQ^2 + CQ^2 - 2 \cdot DQ \cdot CQ \cos 45^\circ$$

$$DC^2 - DQ^2 = CQ^2 - 2 \cdot DQ \cdot CQ \cos 45^\circ$$

$$DQ^2 = DC^2 + CQ^2 - 2 \cdot DC \cdot CQ \cos \angle DCB$$

$$\cos \angle DCB = \frac{DC^2 + CQ^2 - DQ^2}{2 \cdot DC \cdot CQ} = \frac{2CQ^2 - 2DQ \cdot CQ \cos 45^\circ}{2 \cdot DC \cdot CQ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle DCB = \frac{2CQ^2 - 2DQ \cdot CQ \cdot \cos 45^\circ}{2 \cdot DC \cdot CQ} = \frac{CQ - DQ \cos 45^\circ}{DC}$$

Вспомогательная

$$CQ = \cos 44^\circ, \quad DQ = \frac{|\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1|}{\sqrt{2}}$$

$$DC^2 = DQ^2 + CQ^2 - 2 \cdot DQ \cdot CQ \cdot \cos 45^\circ$$

Работаем с модулем: $\cos$ убывает на $[0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \cos 44^\circ > \cos 46^\circ > \cos 60^\circ$
 $\Rightarrow \cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1 > 0$

$$\text{таким образом } \cos \angle DCB = \frac{\cos 44^\circ - \frac{\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1}{\sqrt{2}}}{\frac{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2}{2} + \cos^2 44^\circ - 2 \cdot \cos 44^\circ \cos 45^\circ \cdot \frac{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{2 \cos 44^\circ - \sqrt{2} (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2 + 2 \cos^2 44^\circ - 2 \sqrt{2} \cos 44^\circ \cos 45^\circ (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 44^\circ + \cos 46^\circ = 2 \cos 45^\circ \cos 1^\circ$$

$$\text{значит } \cos 44^\circ \approx \cos 46^\circ \approx \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(= \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\cos \angle DCB \approx \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - (2 - \sqrt{2})}{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} + \frac{1}{2} - \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{т.е. } \angle DCB \approx 45^\circ$$

$$\angle DCB < \angle ACB = 44^\circ \Rightarrow \angle DCB \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Итак: } \arccos \left(\frac{2 \cos 44^\circ - \sqrt{2} (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)}{(\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)^2 + 2 \cos^2 44^\circ - 2 \sqrt{2} \cos 44^\circ \cos 45^\circ (\cos 44^\circ + \cos 46^\circ - 1)} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

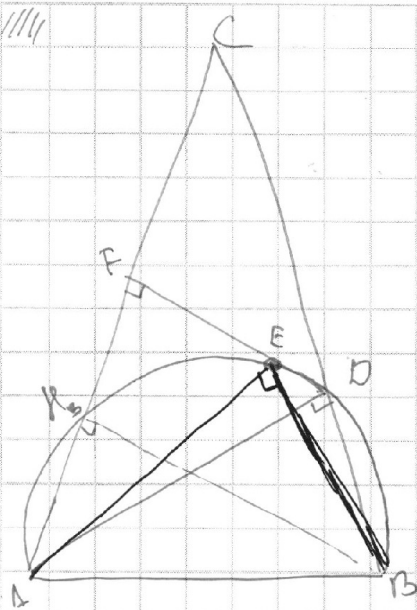
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AE, BE уфб
AC уфб

Черновик

AE = ?

$$DF^2 = FA \cdot (20 - FA)$$

$$DF^2 = FE^2 = FA \cdot (20 - FA)$$

$$FE^2 = AE^2 - AF^2$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$D_2 = 25 + 59 \cdot 4 \approx 240$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$D_2 = 25 + 59 \cdot 4 \approx 240$$

$$BP = \cos 46^\circ$$

$$CQ = \cos 44^\circ$$

$$PQ = \frac{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1}{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1}$$

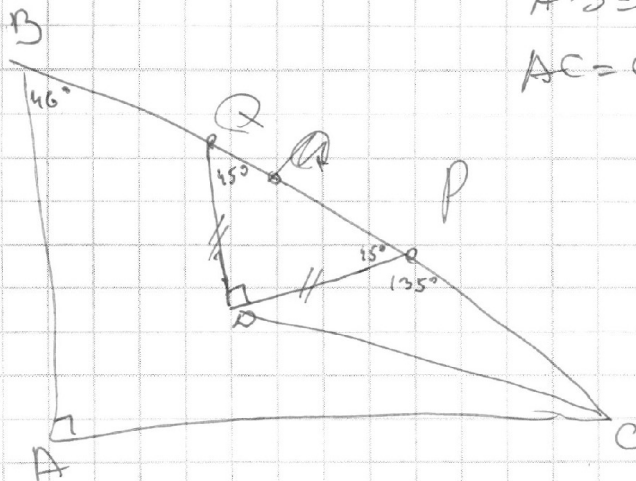
$$DQ = \frac{\cos 46^\circ + \cos 44^\circ - 1}{\sqrt{2}}$$

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$BP =$$

$$CQ =$$



$$CD^2 = DQ^2 + \cos^2 44^\circ - 2 \cdot DQ \cdot \cos 44^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= 5 - \left(\frac{25}{2}\right) - 5 = 59$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$a^2 - 4a = 5$$

$$a = 5$$

$$59 \cdot 4 = 236$$

$$+ 25$$

$$261 = 3 \cdot 29$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : \begin{cases} xy = 6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 3 \cdot 36 =$$

$$x^2 - 6x = yz$$

$$= xy + yz + xz - 6(x+y+z) + 3 \cdot 36$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) + xy + yz + xz - 6(x+y+z) = 0$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$$

$$(6_1^2 - 26_2) + 6_2 - 66_1 = 0$$

$$6_1^2 - 66_1 = 6_2$$

$$6_2 - 66_1 + 3 \cdot 36 = ?$$

$$6_1^2 - 126_1 + 3 \cdot 36 = ?$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + \frac{108}{3 \cdot 36}$$

$$(6_1^2 - 26_2) - 126_1 + 108 = 6_1^2 - 26_2 - 126_1 + 108$$

$$6_2 - 66_1 + 108$$

$$6_1^2 - 26_2 - 126_1 = 6_2 - 66_1$$

$$6_1^2 \geq 46_2$$

$$6_1^2 - 66_1 = 6_2$$

$$\frac{-x}{2\sqrt{3}} (y-20) \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

им. реш.

$$\left(y - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right) \left(y + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right)$$

20

$$y + kx = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 6_1^2 - 6_1 6_2 &= 6_2^2 \Rightarrow 4 6_2 - 6 6_1 \\ 3 6_2 &\leq 6 6_1 \\ 6_2 &\leq 2 6_1 \end{aligned}$$

$$T_{2,0,0} > T_{1,1,0}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xyz + xz + 6(x+y+z)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$(xyz)^2 = (xyz)(x-6)(y-6)(z-6)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6) =$$

$$= xyz - 6(xyz + xz + yz + xy) + 36(x+y+z) - 216$$

$$6 6_2 = 36 6_1 - 216$$

$$6_2 = 6 6_1 - 36$$

$$6_2 = 6_1^2 - 6 6_1$$

$$6_1^2 - 12 6_1 + 36 = 0$$

$$C_{n-3}^{k-3} = \frac{(n-3)(n-4)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$$\frac{(n-3)!}{(k-3)!(n-k)!}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{k(k-1)(k-2)}{k!}$$

n^2 ед. из 20001 г. светки

$$\square \square \square^n$$

$$\frac{3}{n}$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\rightarrow \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$$

$$(n-3) - \frac{0}{k-4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

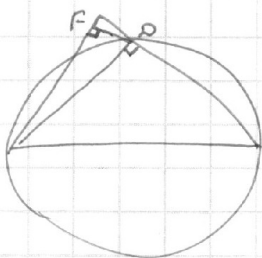
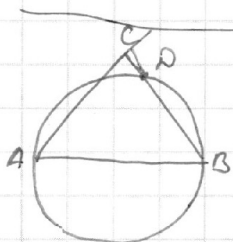
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

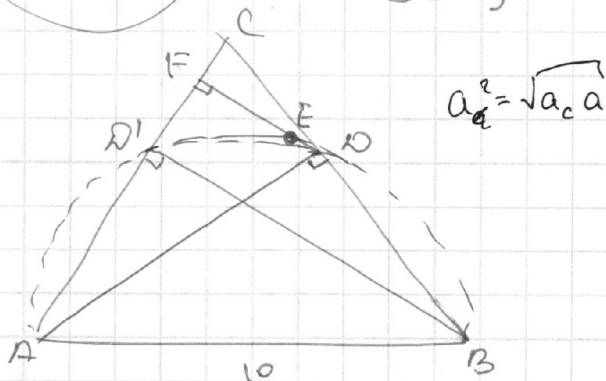
a: $x^2 - (a^2 + 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ корни $b + 5k, b + 6k$
 $(a-1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{20001} - 3 \cdot 10$$



AF = ?
 AC = 20
 AB = 10
 BE = 9

$AE^2 = 10^2 +$
 $9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \cos \alpha$
 $181 - 2 \cdot 81 = 19$



$$a^2 = \sqrt{a_c a}$$

$$AE = \sqrt{19}$$

$\triangle ACD \sim \triangle DCF \sim$

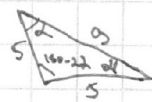
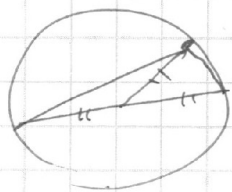
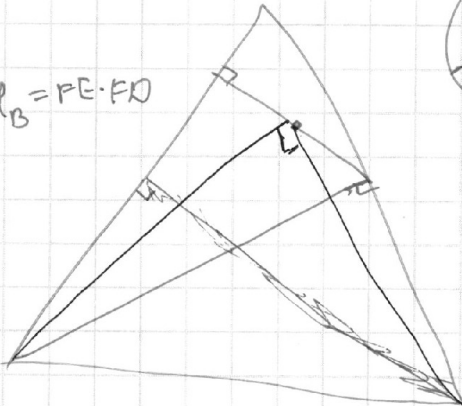
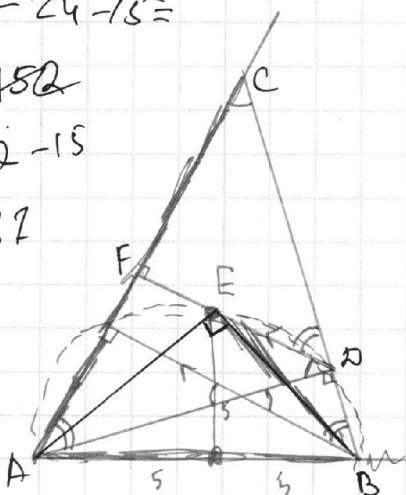
$$-128 - 24 - 15 =$$

$$\approx 152$$

$$-152 - 15$$

$$-167$$

$$FA \cdot FB = FE \cdot FD$$



$$\frac{9}{\sin \alpha} = 10 \quad (\text{Th sin})$$

$$5^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos \alpha = 9^2$$

$$\cos \alpha = 0,9 \quad \cos^2 = 0,81$$

$$\sin^2 = 0,19$$

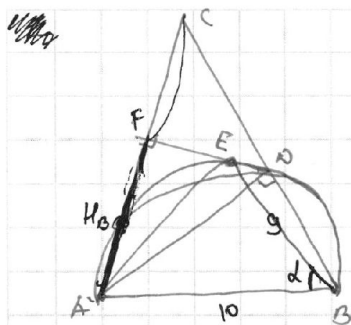


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \alpha = 0,9$$

$$AB = 10$$

$$AC = 20$$

$$BE = 9$$

$$FA = ?$$

$$FH_B \cdot FA = FE \cdot FD$$

$$FD^2 = (20 - FA) \cdot FA$$

$$5x^2 - 0x - 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15 =$$

$$= 5x^2 - 167 = 0$$

$$25 + 29 \cdot 4 = 141$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x - 2a^2 - 6 - 3 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$D_2 = 25 + 59 \cdot 4 = 2421$$

$$= 3^2 \cdot 269$$

$$1000$$

$$3$$

$$997$$

$$FD(FA)$$

$$FE(AE, FA)$$

$$\cos \alpha \cos \beta =$$

$$FA(FE, FH_B)$$

$$AF(FE, AE)$$

$$\cos(d + \beta) + \cos(d - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(d + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(d - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

