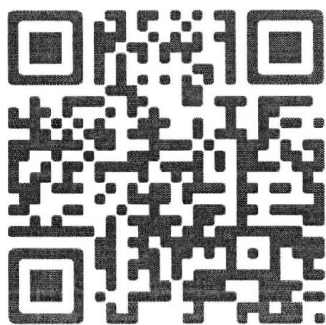




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вычтем из первого ур-я второе, получим $y(x-z) = 3(x^2 + (z-x)^2 - x^2) \Leftrightarrow (x+y+z-3)(x+y+z-3) = 0$. Значит либо $x=z$, либо

$x+y+z=3$. В первом случае рассмотрим первое и третье уравнения (оставим только x): $\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x+3 \\ x^2 = (x+3)^2 + 3(x+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+3 \\ x^2 = x^2 + 9x + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Тогда все возможные тройки, полученные из тройки $(-2; 1; -2)$ перестановкой, будут решениями системы.

В выражении $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ ~~отсутствуют~~ ^{переменные} симметричны, поэтому его значение при любой перестановке равно $(3-2)^2 + (3-2)^2 + (3+1)^2 = 1+1+16=18$

Рассмотрим случай $x+y+z=3$. Сложим все 3 ур-я исходной системы: $xy + yz + xz = 3(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$. Добавим к обеим частям $2(xy + yz + xz)$ и получим, что $3(xy + yz + xz) = 3(x+y+z) + (x+y+z)^2 = 9+9=18$, т.е. $xy + yz + xz = 6$. $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(xy + yz + xz) - 2(xy + yz + xz) + 6(x+y+z) + 27 = (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz) + 6(x+y+z) + 27 = 3^2 - 2 \cdot 6 + 6 \cdot 3 + 27 = 42$.

Ответ: 18 или 42



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $n = 10^k - 1$, где $k = 40000$, тогда

$$n^3 = (10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1.$$

На рисунке 1 показано число 10^{3k} ,

на рисунке 2 показано число $10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k}$

(или прибавить к нему $3 \cdot 10^{2k}$, то

получим 10^{3k} , показанное выше),

далее на рисунке 3 число $10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k$, а наконец

на рисунке 4 представлено число $10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$.

Как видно, оно содержит $2k - 1$ девяток или $2 \cdot 40000 - 1 =$

$= 79999$. Ответ: 79999 девяток

рис 1 $\overbrace{100 \dots 000}^k \overbrace{000 \dots 000}^k \overbrace{000 \dots 000}^k$

рис 2 $\overbrace{99 \dots 9}^{k-1} \overbrace{700 \dots 000}^k \overbrace{000 \dots 000}^k$

рис 3 $\overbrace{99 \dots 9}^{k-1} \overbrace{700 \dots 000}^{k-1} \overbrace{300 \dots 000}^k$

рис 4 $\overbrace{99 \dots 9}^{k-1} \overbrace{700 \dots 000}^{k-1} \overbrace{299 \dots 9}^k$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~ABD~~
П.к. AB - диаметр ω , то $\angle ADB = 90^\circ$,

т.е. D - основание высоты из A на BC .

Также по условию $EE \omega$ т.е. $\angle AEB = 90^\circ$.

$$(AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11})$$

E лежит на отрезке DF .

$AEDB$ -

тогда $\angle ABD = \angle AEF$ (~~равен~~ вписанный), тогда $\triangle APB$ и

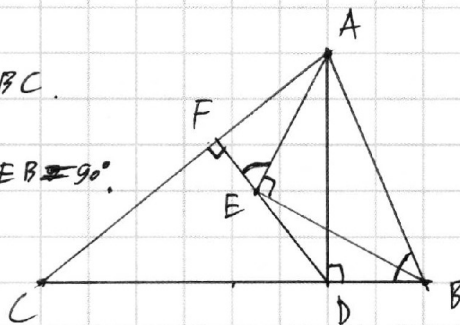
$$\triangle AFE \text{ подобны, } \frac{AD}{AF} = \frac{AB}{AE} \Leftrightarrow AF = \frac{AD \cdot AE}{AB}.$$

В $\triangle ADC$ из подобия $\triangle AFD$ и $\triangle ADC$ получаем

$$AD^2 = AF \cdot AC, \text{ откуда } AF = \frac{AD^2}{AC}. \text{ Следовательно: } \frac{AD^2}{AC} = \frac{AD \cdot AE}{AB}.$$

$$\text{тогда } AD = \frac{AC \cdot AE}{AB}, \quad AF = \frac{AC \cdot AE^2}{AB^2} = \frac{10 \cdot 11}{36} = \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{18}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поделим вероятность выигрыша в первом случае, это кол-во благоприятных наборов делить на общее кол-во наборов. Пусть корабль x , тогда ~~вероятность~~ число x равно $\frac{(x-3) \cdot (x-4)}{2}$ (т.е. надо выбрать 2 корабля из $x-3$, в которых игра нет), а всего $\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$. Их отношение есть $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)}$. В случае, если можно достать 6 кораблей, число благоприятных есть $\frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{3 \cdot 2}$, а всего $\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$, вероятность выигрыша ~~есть~~ есть $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{x(x-1)(x-2)}$ — в 2 раза больше, чем

в первом случае. Стоит отметить, что если изначально кораблей меньше 5, то вероятность как была 1, так и осталась, иначе увеличилась в 2 раза.

Ответ: если кораблей меньше 5, то не увеличилась, иначе возросла в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что сумма 5 и 6 членов некой арифметической прогрессии равна сумме 3 и 8. Пусть x_3, x_5, x_6 и x_8 — 3-й, 5-й, 6-й и 8-й члены счсч. Тогда $x_5 + x_6 = x_3 + x_8$.

По т. теореме Виета: т.к. x_5 и x_6 — корни кв. ур-я,

то $x_5 + x_6 = a^2 - a$; а $x_3 + x_8 = \frac{a^2 - a^2}{4}$. Итого имеем:

$$\frac{a^2 - a^2}{4} = a^2 - a \Leftrightarrow a^2 - 5a^2 + 4a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 5a + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$$

~~Относим лишь для каждого из этих случаев проверить,~~

~~что корни ур-я. условия: Если $a = 0$: $x^2 - 5 = 0$ — первое~~

~~ур-е, $4x^2 - 4 = 0$ — второе ур-е, корни $\pm \sqrt{5}$, $4x^2 - 4 = 0$ — второе ур-е,~~

~~корни ± 1 .~~ Заметим также, что $x_6 - x_5 = 5(x_8 - x_3)$

(поскольку они являются в одной арифм. прогрессии).

Теперь это условие надо проверить и для всех a :

1) при $a = 0$: $x^2 - 5 = 0$ — первое ур-е, корни $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$;
 $4x^2 - 4 = 0$ — второе ур-е, корни 1 и -1.

— не удовл. условию $x_6 - x_5 = 5(x_8 - x_3)$ ($2\sqrt{5} \neq 5 \cdot 2$)

2) при $a = 1$: $x^2 - 4 = 0$ — первое ур-е, корни 2 и -2;

$4x^2 - 7 = 0$, корни $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$. — не удовл. условию ($4 \neq 5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$)

3) при $a = 4$: $x^2 - 12x - 7 = 0$ — первое ур-е, корни $\frac{12 \pm \sqrt{148}}{2}$ $\Rightarrow 6 \pm \sqrt{37}$;
 $4x^2 - 48x - 3812 = 0$ — второе ур-е, корни: $\frac{12 \pm \sqrt{3956}}{2}$ $\Rightarrow 6 \pm \sqrt{999}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Видно, что корни не удовл. условию.
Иногда так же а, чтобы условие задачи выполнялось,
параметров
не существует. Ответ: ~~а~~ таких ~~задач~~ нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для начала построим график $|x+y| + |x-y| \leq 3$.

Это граница и внутренняя область

квадрата, вершинами которого

являются точки $(1,5; 1,5)$; $(1,5; -1,5)$;

$(-1,5; -1,5)$ и $(-1,5; 1,5)$. (просто

говорю, все точки, координаты которых

удовл. условию $|x| \leq 1,5$ и $|y| \leq 1,5$ — подходят). Покажем,

что другие не подходят. Пусть $x-y=k$, тогда $x=y+k$,

$|2y+k| + |k| \leq 3$. Я.к. $|k| \geq 0$, то $|2y| \leq 3$ т.е. $|y| \leq 1,5$,

аналогично $|x| \leq 1,5$. Теперь построим график

$|x + \frac{y}{\sqrt{3}}| + |x - \frac{y}{\sqrt{3}}| \leq 3$. Его можно получить из первого

графика, ~~как~~ "растягивая" по оси y , т.е. мы получили

прямоугольник с вершинами $(1,5; 3\sqrt{3})$; $(1,5; -3\sqrt{3})$; $(-1,5; -3\sqrt{3})$

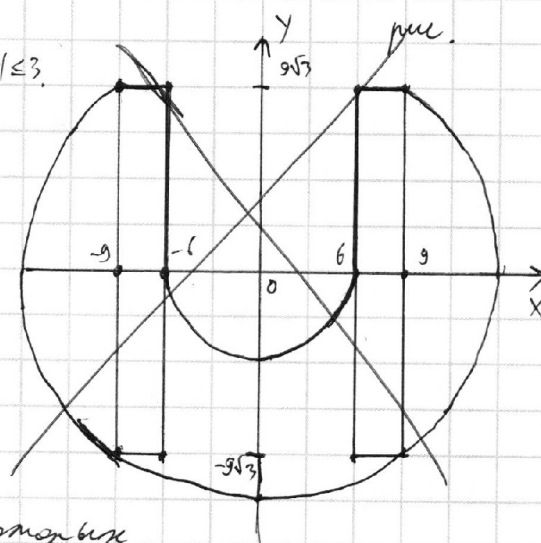
и $(-1,5; 3\sqrt{3})$ (з.к. — справедливости это утверждение

аналогично вынесем аналогично для первого графика с

одним слагаемым: вместо $|y| \leq 1,5$ будет $|\frac{y}{\sqrt{3}}| \leq 1,5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |y| \leq 3\sqrt{3}$, откуда и можно ~~по~~ координаты по оси

ординат y вершин прямоугольника). Чтобы получить





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

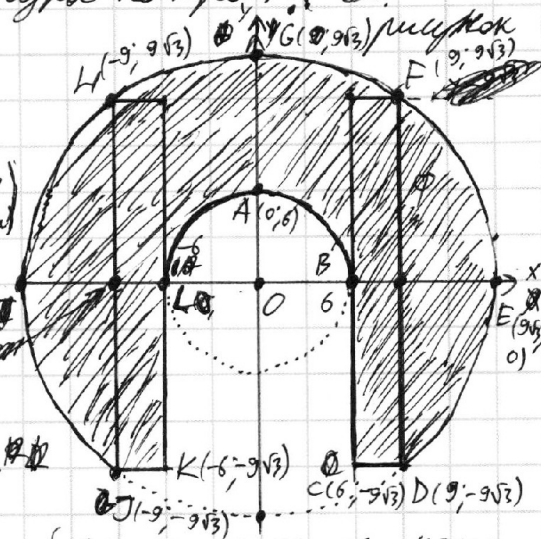
график из условия, криво лишь "сместить" предыдущий график на $\frac{7.5}{2}$ вправо. Получится новый трапециевидник, вершинами которого будут точки $(9; 9\sqrt{3})$; $(9; -9\sqrt{3})$; $(6; -9\sqrt{3})$ и $(6; 9\sqrt{3})$. Доказательство справедливости того утверждения аналогично предыдущему, за исключением знака: вместо $|x| \leq 7.5$ будет $|x - \frac{7.5}{2}| \leq 7.5 \Leftrightarrow 6 \leq x \leq 9$. Итак, график функции Φ показан на рисунке.

На рисунке не в масштабе показан

поворот фигуры Φ на угол π (о-начало координат)

(штриховкой обозначена область, которую

занимает фигура при повороте).



Рассчитаем для удобства точки AB...

Поскольку точки D и F фигуры - наиболее удалены от центра, с центром O и

то они займут окр-ль радиуса $R = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 18$.

B - ближайшая к началу координат, поэтому окр-ль с центром

в O и радиусом $r=6$ не будет занята. $\angle IOJ = \arctg \frac{9\sqrt{3}}{9} =$

$= 60^\circ$, и $\angle EOD = 60^\circ$,

$= 60^\circ$, тогда $\angle JOD = 60^\circ$. Рассмотрим

мощность центра JD, не входящего в занятую

мощность: $S_2 = \frac{1}{2} \pi R^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} - S_{OJOD} = 54\pi - 81\sqrt{3} (S_{OJOD} =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 9\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}). \quad S_{KLCB} = CK \cdot CB = 9\sqrt{3} \cdot 12 =$$

$$= 108\sqrt{3}; \quad S_{LAB} (\text{наукруглом}) = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 6^2 = 18\pi.$$

Площадь большой окр-ти πR^2 , из неё надо вычесть S_c ;

S_{KLCB} и S_{LAB} чтобы получить искомую площадь. Итак,

$$\text{она равна } 324\pi - (54\pi - 81\sqrt{3}) - 108\sqrt{3} - 18\pi =$$

$$= 252\pi - 18\sqrt{3}$$

$$\text{ответ: } 252\pi - 18\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle B = 2\beta$, $\angle C = 2\gamma$, тогда $\beta + \gamma = 45^\circ$. ($\angle BAP = \angle BPA = \frac{180 - \angle B}{2} = 90 - \beta$)
($\angle QAC = \angle QCA = \frac{180 - \angle C}{2} = 90 - \gamma$)

$$\angle QAP = \angle BAP + \angle QAC - \angle BAC =$$

$$= 90 - \beta + 90 - \gamma - 90 = 90 - (\beta + \gamma) = 45^\circ.$$

т.к.

Поскольку D равноудалена от

P и Q, а также $\angle QAP = \angle QDP$ (а именно 45°), то

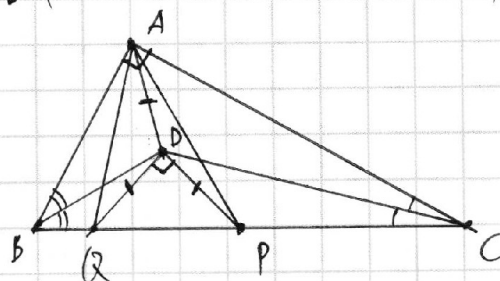
D - центр окружности, описанной около $\triangle APQ$ (также верно, $QD = PD = AD$). Тогда из равенства

$\triangle ABD$ и $\triangle PBD$ (по 3 сторонам) получаем, что BD - биссектриса $\angle B$, аналогично CD - биссектриса $\angle C$. Тогда D -

-инцентр $\triangle ABC$, $\angle BDC = 90 + \frac{\angle BAC}{2} = 90 + \frac{90^\circ}{2} = 135^\circ$,

$$\text{тогда } \angle DBC = 180^\circ - \angle BDC - \angle DCB = 180^\circ - 135^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$

Ответ: $\angle DBC = 25^\circ$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

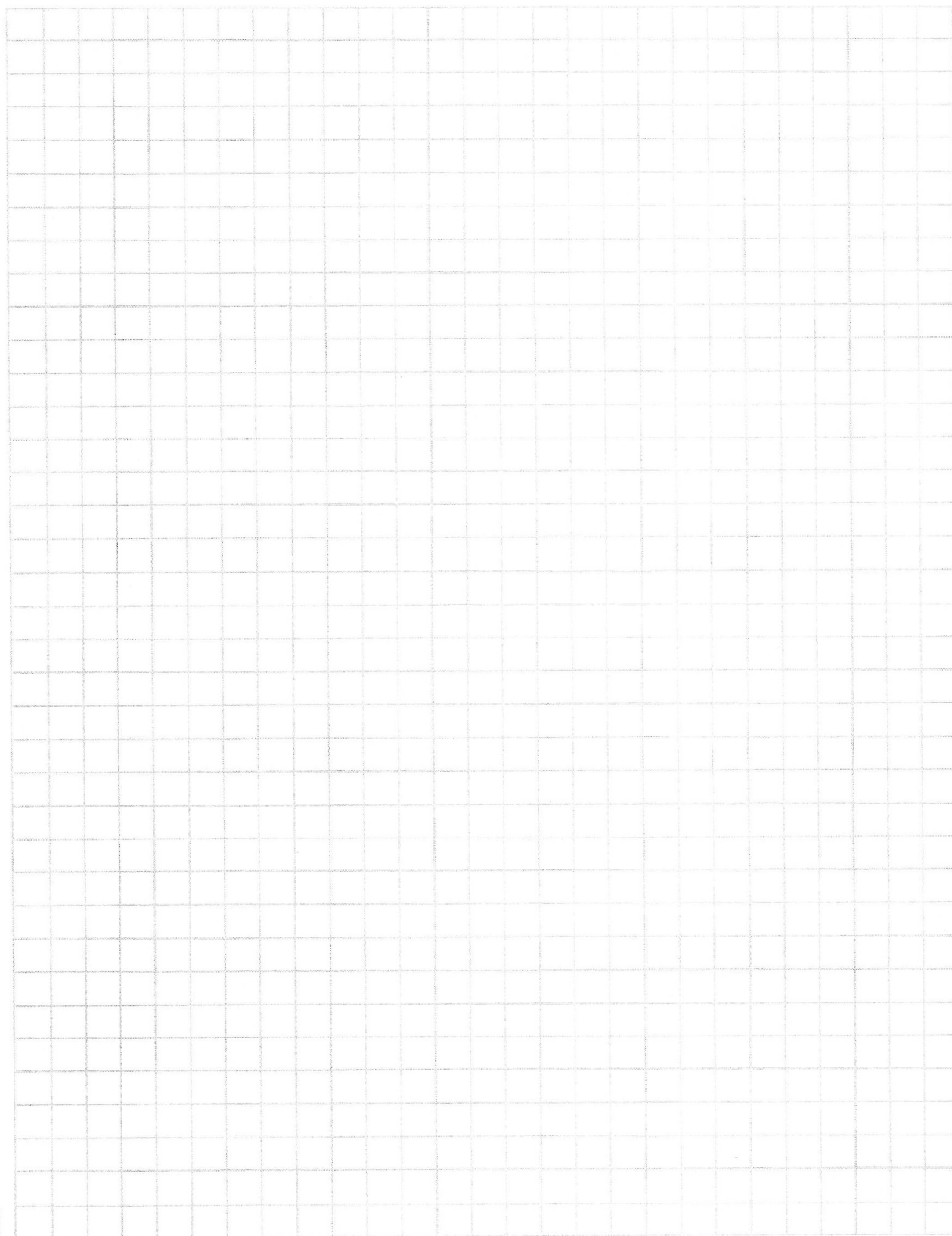
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_5^2 - (a-1) \cdot a \cdot x_5 + a-5 = 0$$
$$x_6 - (a-1) \cdot a - x_6 + a-5 = 0$$

$$4x_3^2 - a^2(a-1)x_3 + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$
$$4x_8^2 - a^2(a-1)x_8 + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x^2 + z^2 + xz + 9(x+z) + 18 = 0$$
$$x^2 + xz + 3x = z^2 + 3z$$

$$2z^2 + 6x + 12z + 18 = 0$$
$$z^2 + 3x + 6z + 9 = 0$$
$$y(z-x) = 3(x-z) + (x-z)(x+z)$$
$$(x-z)(x+z+3-y) = 0$$
$$y = x+3 = z+3$$
$$x = z = -2, y = 1$$
$$x^2 = y^2 + 3y = (x+3)^2 + 3(x+3) = x^2 + 6x + 9 + 3x + 9$$
$$x_7 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8$$
$$9x + 18 = 0 \quad x = -2$$
$$x_5 + x_6 = x_7 + x_8$$
$$x_8 - x_5 = 5(x_8 - x_7) \quad 15 = 5, 5$$
$$x^2 + z^2 + 9 + 2xz + 6x + 6z + 3x + 3z + 9 = xz$$

$$x^2 + z^2 + 3(x+z) = y^2 + 3y$$
$$3y = 3x + 3z + 9 \quad -2 < x < 2$$
$$|x| \leq 1,5$$
$$|y| \leq 1,5$$
$$2(y-x) = 3(x-y) \left(x^2 - y^2 \right) \frac{1}{6\sqrt{3}}$$
$$\sqrt{3} = 1,7$$
$$6\sqrt{3} = 10,2$$
$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right| + \left| \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{15}{2} - x \right| \leq \left| \frac{y}{3\sqrt{3}} \right| \leq 3$$
$$|y| \leq 9\sqrt{3}$$
$$|2x - 15| \leq 3$$
$$9 \leq 6 \leq x \leq 9$$

$$x^2 + z^2 + 9 + 2xz + 6x + 6z + 3x + 3z + 9 = xz$$

$$x^2 + z^2 + 3(x+z) = y^2 + 3y$$
$$3y = 3x + 3z + 9 \quad -2 < x < 2$$
$$|x| \leq 1,5$$
$$|y| \leq 1,5$$
$$2(y-x) = 3(x-y) \left(x^2 - y^2 \right) \frac{1}{6\sqrt{3}}$$
$$\sqrt{3} = 1,7$$
$$6\sqrt{3} = 10,2$$
$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{x}{\sqrt{3}} \right| + \left| \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{15}{2} - x \right| \leq \left| \frac{y}{3\sqrt{3}} \right| \leq 3$$
$$|y| \leq 9\sqrt{3}$$
$$|2x - 15| \leq 3$$
$$9 \leq 6 \leq x \leq 9$$

$$x^2 + z^2 + 9 + 2xz + 6x + 6z + 3x + 3z + 9 = xz$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$99 \dots 9 \overbrace{\hspace{1cm}}^{k-1}$ $00 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^k$ $00 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^k$ $99 \dots 9 \overbrace{\hspace{1cm}}^{k-1}$ $00 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^{k-1}$ $00 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^k$

$(10^k - 1) - 0 \cdot k \text{ знаков}$

$xz = 3x + x^2$ $y = x^3 + 3x^2$

$(10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$

$y = \frac{z^2 + 3z}{x}$ $y = x^2(x+3)$

$\frac{z^3 + 3z^2}{x} = \frac{3x + x^2}{x} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$z^3 + 3z^2 = x^3 + 3x^2$

$0(10^k - 1)^3 = \begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases}$

$= 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$

$y = x^3 + 3x^2$ $x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = xy + yz + xz + 3x^2$

$x^2 + 6x + y^2 + y^2 + 6y + z^2 + 6z + x^2 = 605$

$(a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = 36$

$(x-3)(x-4) = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$

$(x-3)(x-4)(x-5)$

$x^3 + 3x^2 - z^3 - 3z^2 = \frac{C^5}{x} - \frac{C^6}{x}$

$=(x-2)(x^4 + xz + z^2) + (x-2) \cdot 0 \dots 0$

$=(x-2)(x^4 + xz + z^2 + x + z) = 0$

$999 \dots 9 \overbrace{\hspace{1cm}}^{k-1}$ $000 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^k$ $000 \dots 0 \overbrace{\hspace{1cm}}^k$