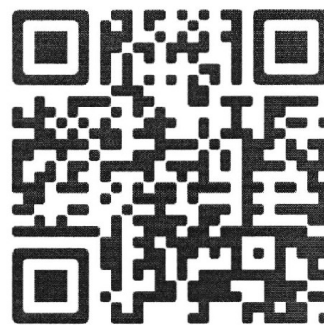




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$x = z \quad \text{или} \quad -y = 3 + z + x \quad z + x + y = -3$$

$$z(y-x) = 3(x-y) + (x-y)(x+y)$$

$$y = x \quad \text{или} \quad z + x + y = -3$$

$$x(y-z) = 3(z-y) + (z-y)(z+y)$$

$$y = z \quad \text{или} \quad x + y + z = -3$$

$$x = y = z$$

$$x^2 = 3x + x^2 \quad x=0 \quad y=0 \quad z=0 - \text{не подходит}$$

$$x = z \quad z + x + y = -3 \quad 2x + y = -3$$

$$x^2 = (-3-2x)^2 + 3(-3-2x)$$

$$x^2 = 9 + 4x^2 + 12x - 9 - 6x \quad 3x^2 + 6x = 0$$

$$x = 0 \rightarrow \cancel{x=0} \quad x = -2 \quad (0; 0; -3)$$

$$z = 0 \quad z = -2 \quad (0; -3; 0)$$

$$y = -3 \quad y = 1 \quad (-3; 0; 0)$$

- не подходит т.к. есть 0
- не подходит т.к. числа не различны

Аналогично другие случаи
не содержат 0

Итоговые решения: $(-2; -2; 1) \quad (-2; 1; -2)$

$(1; -2; -2)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значение выражения

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (-2+3)^2 + (-2+3)^2 + (1+3)^2 \\ = 2 + 16 = 18$$

Ответ: 18

$$x = z$$

$$xy = 3x + x^2 \quad x \neq 0 \quad \cancel{(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2}$$

$$y = 3 + x$$

$$x^2 = 3(3+x) + (3+x)^2$$

$$x^2 = 9 + 3x + 9 + x^2 + 6x$$

$$9x = -18 \quad x = -2$$

$$y = 1 \quad z = -2$$

$$x + y + z = -3$$

$$z = -3 - x - y$$

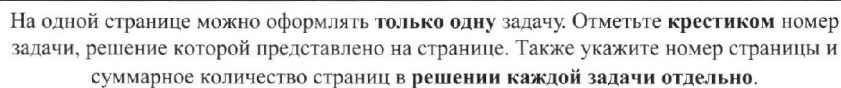
$$y(-3 - x - y) = 3x + x^2$$

$$x^2 + y^2 + 3x + xy + 3y = 0$$

$$y^2 + (x+3)y + 3x + x^2 = 0$$

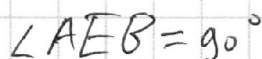
$$\cancel{(x+3)(y+3) = x^2 + y^2 + 3x + 3y + 9}$$

Если $x \neq z \neq y$ - третье уравнение выражается через два предыдущих
⇒ решений нет.

7
□

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



м.к. АВ-диаметр

$$\angle ADB = 90^\circ$$

м.к АВ-фрагмент

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{11}$$

$$\triangle AFE \sim \triangle ADO \text{ m.k.}, \angle ADO = 90^\circ$$

$\angle AOB = \angle AED$ т.к. $OA \parallel ED$ и $OB \parallel ED$ $\angle AFE = 90^\circ$
 $\angle CAE = \angle DAO$ по сумме углов т.к. $\angle AOB = \angle AEC$

$$\Rightarrow \angle FAD = \angle EAO \Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle AEO$$

$$m \cdot K \quad \angle AFB = \angle AEO = 90^\circ \quad \angle FAD = \angle EAO$$

$$\frac{FD}{BE} = \frac{AF}{AE} = \frac{AD}{AP} \quad \begin{array}{l} FD = 5x \\ AD = 6x \end{array}$$

из подобия $\triangle AFE$ и $\triangle ADB$

$$\frac{6}{\sqrt{11}} = \frac{AD}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{6}{\sqrt{11}}$$

~~$\angle AKO = 90^\circ$ по окружности на диаметре~~
 ~~$\triangle OAS \sim \triangle OAS$~~

$$\triangle ACD \sim \triangle AEO \text{ m.k. } \angle CAD = \angle EAO$$

$$\angle CNA = \angle AEO = 90^\circ \quad \frac{AC}{AO} = \frac{5}{3} = \frac{CN}{EO} \quad CN = \frac{25}{3}$$

$$FC = \sqrt{CA^2 - FA^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2 - (5x)^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AF = \sqrt{11}x$$

$$AF + FC = AC$$

$$10 = \sqrt{11}x + \sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2 - (5x)^2}$$

$$(10 - \sqrt{11}x)^2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 - (5x)^2$$

$$100 + 11x^2 - 20\sqrt{11}x = \left(\frac{25}{3}\right)^2 - 25x^2$$

$$36x^2 - 20\sqrt{11}x + 100 \cdot 9 - 625 = 0$$

$$36x^2 - 20\sqrt{11}x + \frac{275}{9} = 0$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 275 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\Delta = 20^2 \cdot 11 - 4 \cdot \frac{275}{9} \cdot 36 = 400 \cdot 11 - 4 \cdot 275 \cdot 4$$
$$= 4400 - 4400 = 0$$

$$\left(6x - \frac{10\sqrt{11}}{6}\right)^2 = 0$$

$$x = \frac{10\sqrt{11}}{36}$$

$$AF = \sqrt{11} \cdot x = \frac{10 \cdot 11}{36} = \frac{5 \cdot 11}{18}$$
$$= \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$
 V - был в коробке X - не был в коробке.
 n - коробка $n-3$ - пустое 3 - с шариком

~~вероятность, что при первом открытии
 1 открытие V Будет шарик: $\frac{3}{n}$
 X не будет шарик: $\frac{n-3}{n}$
 2 открытие был шарик в первом открытии, но нет во втором: $\frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1}$ VX
 был шарик в первом и во втором: $\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1}$ VV
 не был в первом, но есть во втором: $\frac{n-3}{n} \cdot \frac{2}{n-1}$ XV
 не был и в первом, и во втором: $\frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1}$ XX
 3 открытие V - был X - не был
 VVV : $\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2}$
 VVX : $\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2}$
 VXV : $\frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{2}{n-2}$
 VXX : $\frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2}$~~

5 пустых коробок: $\frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} \cdot \frac{n-6}{n-3} \cdot \frac{n-7}{n-4}$

и пустой в 1 шарик: $\frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} \cdot \frac{n-6}{n-3} \cdot \frac{3}{n-4}$
 $+ \frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} \cdot \frac{3}{n-3} \cdot \frac{n-6}{n-4} + \frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2}$
 $+ \frac{n-5}{n-3} \cdot \frac{n-6}{n-4} + \frac{n-3}{n} \cdot \frac{3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-3} \cdot \frac{n-6}{n-4}$
 $+ \frac{3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} \cdot \frac{n-6}{n-3} = \frac{5(n-3)(n-5)(n-6)^3}{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 3 \text{ пустых и 2 шарика: } \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{n-4}{n-3} \cdot \frac{n-5}{n-4} + \\
 & \frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-3} \cdot \frac{2}{n-4} + \frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{2}{n-2} \cdot \frac{n-4}{n-3} \cdot \frac{n-5}{n-4} \\
 & + \frac{3}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{2}{n-3} \cdot \frac{n-5}{n-4} + \dots = \frac{6(n-5)}{n(n-1)(n-2)} \cdot 4!
 \end{aligned}$$

$$\dots = \frac{6(n-5)}{n(n-1)(n-2)} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$2 \text{ пустых и 3 шарика: } \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot \frac{n-3}{n-3} \cdot \frac{n-4}{n-4} \cdot k$$

k - кол-во расстановок 3 шариков в 5 клетках

$$k = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10 \quad \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot 10 = \frac{60}{n(n-1)(n-2)} = p_1$$

- вероятность для 5

$$3 \text{ пустых и 3 шарика: } \frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot k'$$

k' - кол-во расстановок 3 одинаковых шариков в 6 клетках.

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$$

$$p_2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 20}{n(n-1)(n-2)} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)} - \text{вероятность для 6}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 2$$

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{a^3 - a^2}{4}\right)x + \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = 0$$

$$a_3 = a_0 + 3d \quad a_5 = a_0 + 5d$$

$$a_3 = a_0 + 3d \quad a_6 = a_0 + 6d$$

$$a_3 + a_3 = a_5 + a_6$$

М. Виета: $x^2 + ax + b = 0 \quad -a = x_1 + x_2$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$(a^2 - a) = \frac{(a^2 - a)a}{4} \quad a^2 - a = 0 \quad \frac{a}{4} = 1$$

$$a = 0 \quad a = 1 \quad a = 4$$

$$x^2 - 5 = 0 \quad x = \pm\sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 1$$

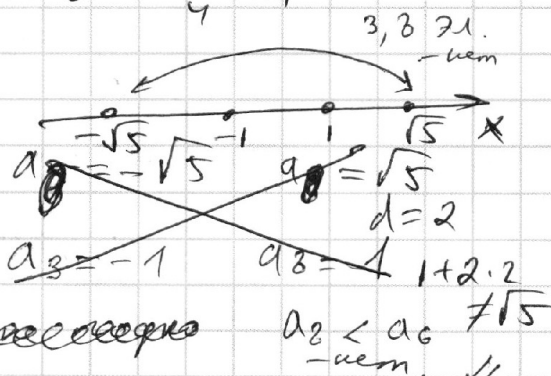
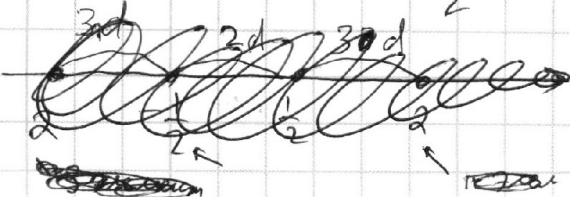
$$d = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

- не подходит т.к. не арифм. прогрессия

$$a = 0 - \text{нет}$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad 4x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 2 \quad x = \pm \frac{1}{2}$$



$$a_2 = -2 \quad a_3 = -1 \quad a_4 = 0 \quad a_5 = 1 \quad a_6 = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3,8 м.

$$d=1$$

$$\frac{1}{2} + 2 \cdot 1 \neq 2$$

$\Rightarrow$ не описывает прогрессию

- не подходит тк 2, -2 - 5,6 элемент, а не 3 4 8 элемент. $a=1$ - не подходит

$$a=4$$

$$X^2 - 12X + 1 = 0 \quad X = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4}}{2} = 6 \pm \sqrt{36 - 1} = 6 \pm \sqrt{35}$$

$$4X^2 - 48X + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0$$

$$X^2 - 12X + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 - 4^5 - 1 = 0$$

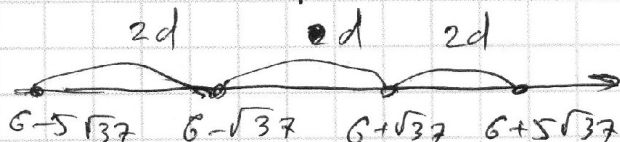
$$X^2 - 12X + 2 \cdot 4^3 - 4^2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 - 1 = 0$$

$$X^2 - 12X - 14 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 - 1 = 0$$

$$X^2 - 12X + 889 = 0$$

$$X = 6 \pm \sqrt{6^2 + 889}$$

$$= 6 \pm \sqrt{925} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$



- подходит $a=4$

Ответ: $a=4$

$$\begin{aligned} & 4^2 = 64 \\ & 4^3 = 64 \\ & 4^4 = 256 \\ & 4^5 = 1024 \\ & 4^6 = 4096 \\ & 2 \cdot 4^4 - 4^6 + 2 \cdot 4^2 - 4 = 2 \cdot 256 - 4096 + 2 \cdot 64 - 4 = 512 - 4096 + 128 - 4 = -3460 \\ & 2 \cdot 4^3 - 4^5 + 2 \cdot 4^2 - 1 = 2 \cdot 64 - 1024 + 2 \cdot 64 - 1 = 128 - 1024 + 128 - 1 = -769 \\ & 128 - 1024 + 128 - 1 = -769 \\ & 1024 - 128 - 8 + 1 = 896 - 8 + 1 = 889 \end{aligned}$$



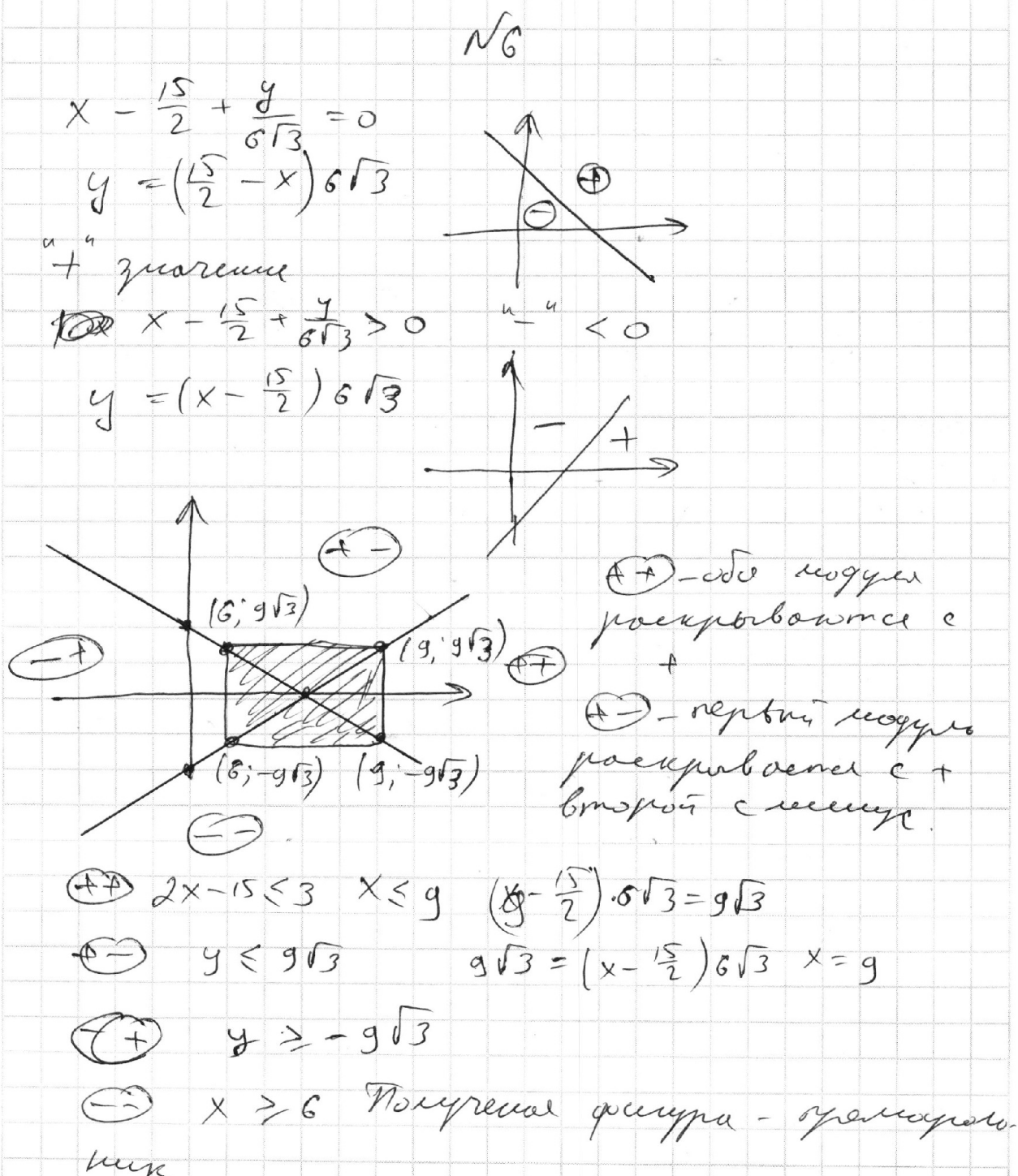
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

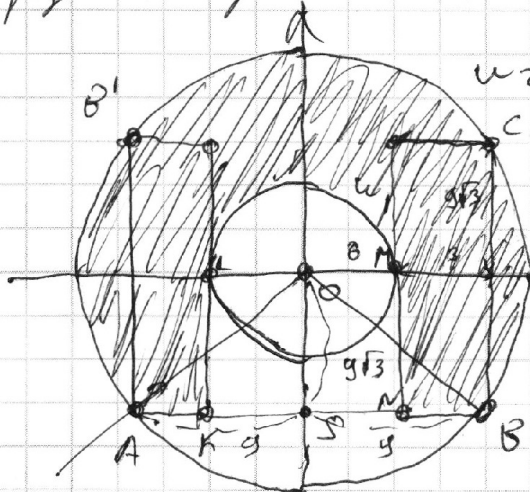
отрезок MO является между окр. все го LB' аналогично

$$R_{w1} = 6 \quad MC \text{ го } LA$$

$$R_{w2} = 18$$

Замечание: площадь

- черным цветом.



$$\angle AOB = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$S_{\text{чери}} = 18^2 \pi - 6^2 \frac{\pi}{2} - S_{\text{сегм}} - S_{\text{сегм}}$$

фигура вырезана поворотом φ к π

Найдем площадь φ ~~сегмента~~ AB ограниченного AB

$$S_{\text{сегм}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18^2 - S_{\triangle AOB} = 18 \frac{\pi}{6} - 81\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle AOB} = 9 \cdot 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}$$

$$S_{\text{чери}} = 18^2 \pi - 6^2 \frac{\pi}{2} - 9\sqrt{3} \cdot 12 - S_{\text{сегм}}$$

$$= \left(18^2 - \frac{6^2}{2}\right) \pi - 9\sqrt{3} \cdot 12 - \frac{18^2 \pi}{6} + 81\sqrt{3}$$

$$= 306\pi - \frac{324}{6} \pi + 81\sqrt{3} - 81\sqrt{3} - 27\sqrt{3}$$

$$= 252\pi - 27\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 252\pi - 27\sqrt{3} = 252\pi - 27\sqrt{3}$$

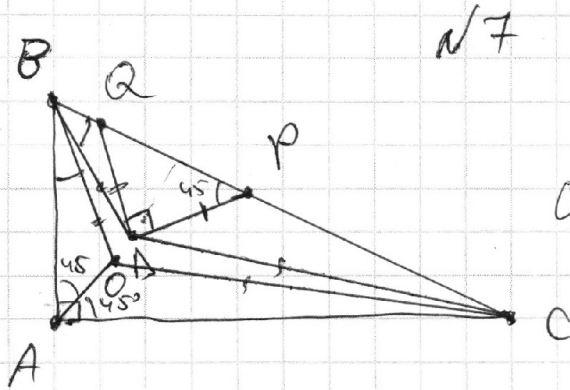


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BQP = \angle BPQ = 45^\circ$$

Отразим $\triangle BDP$
отн. биссектрисы
угла B

$$BP \rightarrow AP \quad D \rightarrow O \quad P \rightarrow A \quad AO = PA$$

$$\angle APO = \angle PBA \quad \angle BAO = \angle DPB = 45^\circ \Rightarrow \angle OAC = 45^\circ$$

$$\triangle APO = \triangle BDP$$

При отражении $\triangle QAC$ относительно

биссектрисы угла C $Q \rightarrow A$ т.к. $QC = AC$

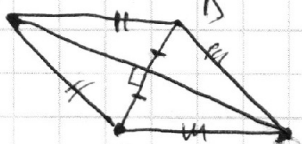
$$D \rightarrow O \text{ т.к. } \angle DAC = 45^\circ \quad \triangle QAC \rightarrow \triangle AOC$$

$$DC = OC \quad BD = BO \quad \triangle PDC = \triangle AOC$$

$$AO = QD$$

два равнобедренных треугольника на

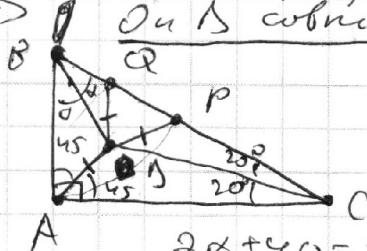
одном основании OA, D - должны быть с
одной стороны от BC .
 D - лежит внутри $\triangle ABC$.



O, D - с одной стороны от BC

O, D - лежат с одной
стороны от BC
 O - внутри $\triangle ABC$

$\Rightarrow$ O и D совпадают. т.к. полагается при
симметрии отн. биссектрисы.



$$\angle BCP = 20^\circ = \angle ACD$$

$$\angle ABD = \angle BDC = \frac{90 - 40}{2} = 25^\circ$$

$$2\alpha + 40 = 90 \quad \alpha = 25^\circ$$

Ответ: $\angle BPC = 25^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

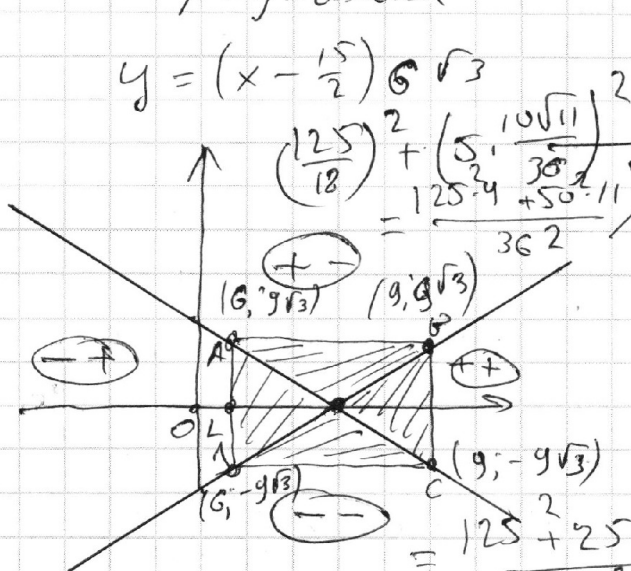
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10 - \frac{55}{18} = \frac{180 - 55}{18} = \frac{125}{18} \sqrt{6}$$
$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0$$
$$y = \left(\frac{15}{2} - x\right) 6\sqrt{3} \text{ - лев. функция}$$

справа значение $x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \text{меньше } 0$

сверху - больше

$$y = \left(x - \frac{15}{2}\right) 6\sqrt{3}$$



$$\frac{5}{6} \cdot \pi \cdot 18^2 + 9\sqrt{3} \cdot 9$$
$$= \frac{5 \cdot \pi}{2} - 9\sqrt{3} \cdot 12$$

$$= (5 \cdot 18 \cdot 3 - 3 \cdot 6) \pi$$

$$= 9\sqrt{3} \cdot 3$$

$$= 3(5 \cdot 18 - 6) \pi$$

$$= 9 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$= 18(5 \cdot 3 - 2) \pi$$

$$= 27\sqrt{3} \pi$$

оба модуля $\in +$

раскрываем

$\oplus$ - первый $3\sqrt{3}$ второй

$$C \text{ " "}$$

$$= 125 + 25 \cdot 11 = 25 \cdot 12 = 300$$

$$= \frac{300}{18^2} = \frac{300}{324} = \frac{25}{27}$$

$$= \frac{25 \cdot 6}{18} = \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$\oplus 2x - 15 \leq 3$$

$$\left(\frac{15}{2} - x\right) 6\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

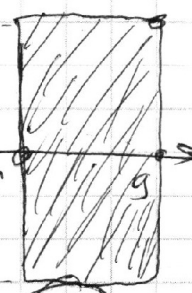
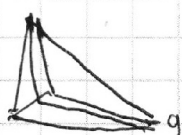
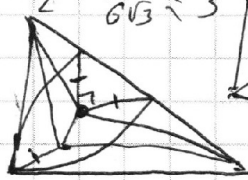
$$\oplus x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

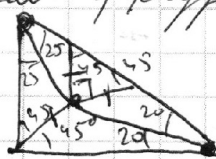
$$\oplus y \geq -9\sqrt{3}$$

$$\oplus x \geq 6$$

$$OL = 6 \quad OB = 18$$



$$\frac{25}{3}$$



$$\left(\frac{125}{18}\right)^2 + \left(\frac{5 \cdot 6\sqrt{11}}{36}\right)^2$$
$$= 25^2 \cdot \frac{5+11}{18^2} = \frac{25 \cdot 6}{18^2}$$

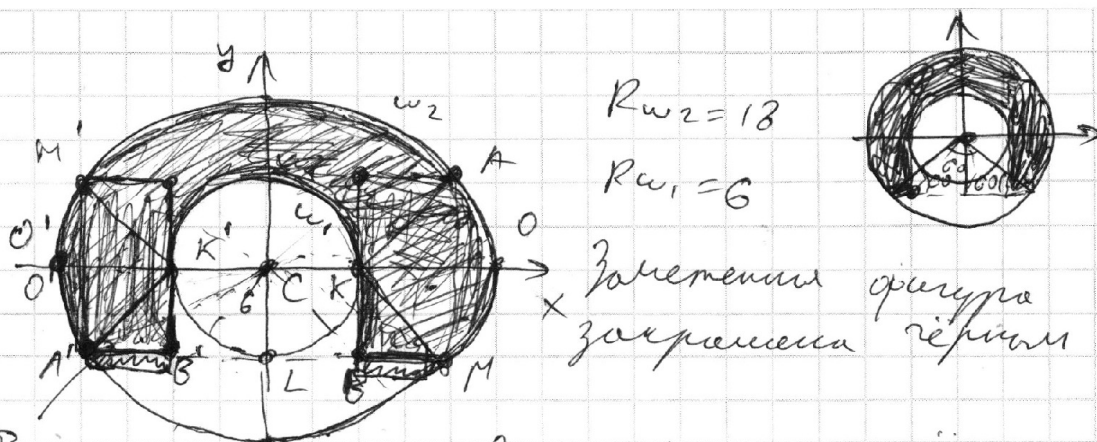


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{w2} = 18$$

$$R_{w1} = 6$$

Зачеркни фигура
закрашена черным

Проверим на π Отрезок KM зачеркнет
всю площадь между окружностями w_1 и w_2
до отрезка $K'M'$ Аналогично отрезок AK до
 ~~$S_{\text{сферы}} - S_{\text{цилиндра}}$~~ $A'K'$

Найдем площадь дуги под отрезком $A'M$.

$$BK = 9\sqrt{3} \quad O'O = 36 \quad \angle A'CM = 60^\circ$$

~~$$A'P = 18 \cos 60^\circ = 9 \quad A'Q = 18 \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$$~~

~~$$A'L = 12\sqrt{2} \quad CL = 6 \quad S_{A'CM} = 6 \cdot 12\sqrt{2} = 72\sqrt{2}$$~~

~~$$\cos \angle A'CL = \frac{1}{3} \cos 60^\circ = \frac{2}{9} - 1 = -\frac{7}{9}$$~~

~~$$S_{\text{дуги между } A'M} = \frac{18^2 \arccos(-\frac{7}{9})}{2} - S_{A'CM}$$~~

~~$$= 9 \cdot 18 \arccos(-\frac{7}{9}) - 72\sqrt{2}$$~~

~~$$S = \pi \cdot 18^2 - \frac{\pi}{2} \cdot 6^2 - 12 \cdot 9\sqrt{3} - 9 \cdot 18 \arccos(-\frac{7}{9}) + 72\sqrt{2}$$~~

~~$$S_{\text{сферы}} - S_{\text{цилиндра}} = 238\sqrt{3} - 9 \cdot 18 \arccos(-\frac{7}{9})$$~~

Ответ:

$$\ominus - 2x + 15 \leq 3 \quad x \geq 6$$

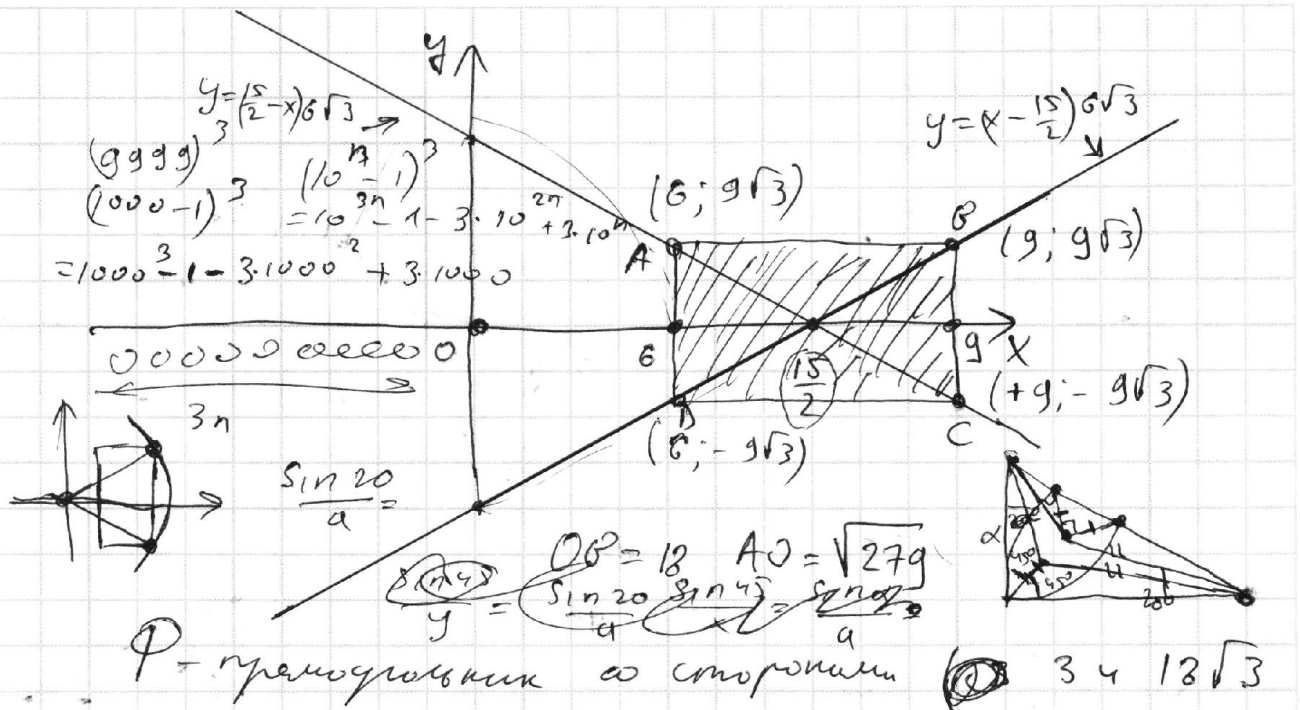


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При повороте они перейдут в фигуру симметричную относительно OK

