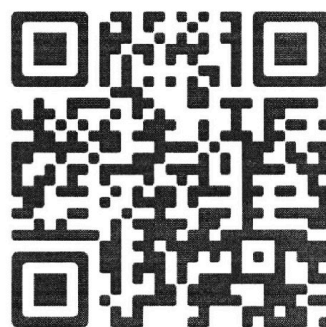




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- ✓ 1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
- ✓ 3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
- ✓ 4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 1. \begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ xz = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 =$$

$$= xy + yz + zx + 27 \quad (\text{т.к. система имеет хотя бы одно реш-е}).$$

① Рассмотрим случай, когда ~~среди x, y, z нет~~ $\{x; y; z\}$ попарно различны.

$$(1)-(2): y(x-z) = 3(z-x) + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = (x-z)(-3 - (x+z))$$

$$y = -3 - x - z$$

$$x + y + z = -3. \Leftrightarrow 3 + z = -x - y$$

$$(1): xy = z(3+z) \Leftrightarrow 3+z = \frac{xy}{z}$$

ненул-е число

$$\frac{xy}{z} = -x - y$$

$$xy = -xz - yz$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$\Leftrightarrow xy + yz + zx + 27 = 0 + 27 = \boxed{27}.$$

② Пусть среди $\{x, y, z\}$ есть равные.

Будет: $x = y$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = (3+z) \cdot z \\ z = 3+x \end{cases}$$

ненул-е число

$$x^2 = (3+3+x)(3+x)$$

$$x^2 = x^2 + 6x + 3x + 18$$

$$9x + 18 = 0$$

$$xy + yz + zx + 27 = 4 - 2 - 2 + 27 = \boxed{27} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow x = -2$$

т.к. выраж-е симмет-е отно-но $\{x, y, z\}$, в случаях $x = z$ и $y = z$ — результат будет тот же.

Ответ: 27.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$n = \underbrace{99 \dots 99}_{40.000} = \underbrace{11 \dots 11}_{40.000} \times 9$$

$$\underbrace{11 \dots 11}_{40.000}^3 = 11 \dots \dots \dots 11$$

$$9^3 = 729.$$

60.000.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3.

$$\textcircled{3} \Rightarrow \angle BAE = \angle DAF$$

$$\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} = \sin \angle DAF$$

$$\sin \angle DAF = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{CD}{10} ; CD = \frac{25}{3}$$

$$\textcircled{4} \triangle ADC \sim \triangle DFC \text{ по трём углам}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{CD}{CF} = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{CD}{CF}$$

$$CF = \frac{CD^2}{AC} = \frac{25^2}{3^2 \cdot 10} = \frac{125}{9}$$

$$CF = \frac{125}{9}$$

$$\Rightarrow AF = AC - CF = 10 - \frac{125}{9} = \frac{180 - 125}{9} = \frac{55}{9} = 6 \frac{1}{9}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{55}{9} = 6 \frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4.

Пусть ведущий выбрал n коробок.

① Тогда количество способов положить шары (по одному в 3 коробки) равно: $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$.

② Если игрок выбрал 5 коробок, то количество из выбранных им 5 коробок выбрать тройку (в которой могут лежать 3 шара потенциально):

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10.$$

$$\Rightarrow \text{Вероятность: } k_5 = \frac{10}{C_n^3}.$$

③ Для 6 выбр-х коробок:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} = 20.$$

$$\Rightarrow \text{Вер-ть: } k_6 = \frac{20}{C_n^3}$$

$$\frac{k_6}{k_5} = \frac{20}{10} \cdot \frac{C_n^3}{C_n^3} = 2$$

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 5.

① Пусть a_k - арифм. прогрессия, b - ее шаг.

Тогда $\{a_5; a_6\}$ и $\{a_3; a_8\}$ корни ур-ий соответственно.

~~Пусть $a_5 = a_3 + 2b$; $a_6 = a_3 + 3b$~~ $a_3 = a_5 - 2b$; $a_8 = a_6 + 2b$

ур-ий $\Leftrightarrow a_5 + a_6 = a_3 + a_8$.

По в. Виета: если корни сумм-т, то:

② $(ax^2 + bx + c = 0)$ их произв-е $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ | т.к. $a_5 + a_6 = a_3 + a_8$
 $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ | $\frac{a^2 - a}{1} = \frac{a^3 - a^2}{4}$

1) $a = 0$

$4a - 4 = a^2 - a$
 $a^2 - 5a + 4 = 0$

$\begin{cases} a = 0 & (1) \\ a = 1 & (2) \\ a = 4 & (3) \end{cases}$

2) $a = 1$ 3) $a = 4$

т.к. АП невоз-на: (4) $a_3 < a_5 < a_6 < a_8$!

③ (1): $a = 0$

$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = a - 5 \\ a_5 + a_6 = a^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -5 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \Rightarrow a_5^2 + a_5 a_6 = 0$

$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = \frac{-4}{4} = -1$ $a = 0$ - не подходит.

$a_3 \cdot a_8 = -25 \cdot 5 = -125$ $\begin{cases} a_3 = -5\sqrt{5} \\ a_8 = 5\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow b = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5^2 = 5 \\ a_5 = -\sqrt{5} \\ a_6 = \sqrt{5} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

(2): $Q = 1$.

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = Q - 5 \\ a_5 + a_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -4 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases}$$

$$a_5^2 + a_5 a_6 = 0$$

$$a_5^2 = 4$$

(4) $\begin{cases} a_5 = -2 \\ a_6 = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_3 = -10 \\ a_8 = 10 \end{cases}$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 + a^6 - 4}{4} = \frac{2 + 2 - 1 - 4}{4} = -\frac{1}{4}$$

$\frac{a_3 \cdot a_8}{\cancel{100}} = \frac{-10 \cdot 10}{\cancel{100}} = \frac{-100}{\cancel{100}} \Rightarrow \oplus \Rightarrow Q = 1$ — не подходит.

(3): $Q = 4$:

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = Q - 5 \\ a_5 + a_6 = Q^2 - Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_5 a_6 = -1 \\ a_5 + a_6 = 12 \end{cases}$$

$$a_5^2 + a_5 a_6 - 12a_5 = 0$$

$$a_5^2 - 12a_5 - 1 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 148$$

$$a_5 = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = 6 \pm \sqrt{37} \Rightarrow \begin{cases} a_5 = 6 - \sqrt{37} \\ a_6 = 6 + \sqrt{37} \end{cases} \Rightarrow b = 2\sqrt{37}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 = 6 - 5\sqrt{37} \\ a_8 = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 + a^6 - 4}{4} = \frac{2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4}{4} =$$

$$= 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 128 + 8 - 1024 - 1 = -889$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 5.

$$\ominus 136 - 1025 = -889.$$

$$a_3 \cdot a_8 = \frac{(6-5\sqrt{37})(6+5\sqrt{37})}{\cancel{1444}} = \frac{36-25 \cdot 37}{\cancel{1444}} = \frac{36-925}{\cancel{1444}} = -889.$$

$\Rightarrow a=4$ — подходит.

Ответ: $a=4$.

Заметим, что при выборе a значений для a_5 и a_6 ~~кажд~~ не имеет смысла рассматривать оба случая, так как в обоих случаях $a_3 \cdot a_8 = (a_5 - 26)(a_6 + 26)$, что приведет к тому же результату.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$a=0? k=0?$

Произв-е корней:

$$a_5 \cdot a_6 = k^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$a_3 \cdot a_8 = k^2 - \frac{b^2}{4}$$

$$\begin{array}{l} a=4/a=1/a=0 \\ k=2/k=0,5/k=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_5 + a_6 = 4 \\ a_3 + a_8 = 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -1 \\ a_5 + a_6 = 4^2 - 4 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} a_5 = 2 - \sqrt{5} \\ a_6 = 2 + \sqrt{5} \\ \text{мол.} - \sqrt{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_3 = 2 - \sqrt{5} \\ a_8 = 2 + \sqrt{5} \end{array}$$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = a_3 \cdot a_8$$

$$a=4 \Rightarrow a_3 \cdot a_8 =$$

$$a_5 = 6 - \sqrt{37} \quad a_6 = 6 + \sqrt{37}$$

$2\sqrt{37}$ - мол.

$$a_3 = 6 - 5\sqrt{37}; a_8 = 6 + 5\sqrt{37}$$

$$a_3 \cdot a_8 = 36 - 25 \cdot 37 = 36 - 925 = -889$$

$$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = a_3 \cdot a_8$$

$$2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 2 \cdot 64 + 8 - 1024 - 1 = 136 - 1025 = -889$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 37 \\ 175 \\ 75 \\ \hline 925 \end{array}$$

$$a=4$$



$$\begin{array}{r} 3999 \quad 20880001 \\ \times 9999 \quad 9999 \\ \hline 89991 \quad 168910009 \\ 89991 \quad 188920009 \\ 89991 \quad 20009 \\ 89991 \quad 188920009 \\ 89991 \quad 188920009 \\ \hline 20980001 \quad 209890129999 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a=1 \Rightarrow \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -4 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_5 = -4 \\ a_5 = -a_6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_5 = -2 \\ a_6 = 2 \end{cases}$
 черновик 2
 мер -4.

$\frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \xrightarrow{a=1} \frac{2+2-1-4}{4} = -\frac{1}{4}$ $\begin{cases} a_3 = -10 \\ a_8 = 10 \end{cases}$

$\frac{a_3 \cdot a_8}{4} = \frac{-100}{4} = -25$ (X)

$a=0: \begin{cases} a_5 \cdot a_6 = -5 \\ a_5 + a_6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_5^2 = -5 \\ a_5 = -\sqrt{5} \\ a_6 = \sqrt{5} \end{cases}$
 мер -25

$\frac{-1}{4} \xrightarrow{a=0} \frac{-4}{4} = -1$ $\Rightarrow \frac{a_3 \cdot a_8}{4} = \frac{-25 \cdot 5}{4} = -\frac{125}{4} \neq -1$ (X)
 (X)

$\sqrt[n]{2} \cdot n = 99 \dots 99$
 40.000

$n = 11 \dots 11 \cdot 9$
 40.000

$(9 \cdot 10^{99999} + 9 \cdot 10^{99998} + \dots + 9 \cdot 10^1 + 9)^3 =$
 a

$u^3 = ?$

$\begin{array}{r} 121 \\ \times 121 \\ \hline 121 \\ 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$

$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$ $\begin{array}{r} 9801 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\sim 5. \quad x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 \leq x_2$$

корни - 5 и 6 члены АП?

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x_3 \leq x_4$$

корни - 3 и 8 члены этой АП?

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_2 - x_1 = \sqrt{D_1} = \text{---}$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a - 5)$$

$$x_4 - x_3 = \sqrt{D_2} = 5m.$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$5\sqrt{D_1} = \sqrt{D_2}$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 - a \pm \sqrt{D_1}}{2}$$

$$25D_1 = D_2$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) = a^6 - 2a^5 + a^4 - 32a^4 - 32a^2 + 16a^6 + 64 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$

$$25a^4 - 50a^3 + 25a^2 - 100a + 500 = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$

$$17a^6 - 2a^5 - 56a^4 + 50a^3 - 57a^2 + 100a - 436 = 0$$

$a=0$:

b -член, a_1 - первый член АП.

~~a_1~~

$$k = \frac{a_5 + a_6}{2}$$

$$a_5 = k - \frac{b}{2}$$

$$a_6 = k + \frac{b}{2}$$

$$a_3 = k - \frac{5b}{2}$$

$$a_8 = k + \frac{5b}{2}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm 1$$

$$\text{---}$$

$$a = 2k$$

$$\begin{cases} k = 2 \\ k = 0,5 \end{cases}$$

Суммы равны: $a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$$a \neq 0: 4a - 4 = a^2 - a$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

мне не то, что мер в к^н коробке $\left(\frac{3}{n}\right)$. *не мер в коробке?*



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$0 \leq \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3.$$

~~реш (x > 0; y > 0)~~

$$\Leftrightarrow |2x - 15|$$

Вершины Ф:

$$x = 6$$

$$\frac{y}{6\sqrt{3}} = \frac{15}{2} - x$$

$$\frac{y}{6\sqrt{3}} = x - \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{2} - x = x - \frac{15}{2}$$

$$15 = 2x$$

$$x = \frac{15}{2}$$

$$y = 0$$

$$\left| x - \frac{15}{2} \right| + \left| x - \frac{15}{2} \right| \leq 3$$

$$\left| x - \frac{15}{2} \right| \leq 1,5$$

$$x \geq 7,5: x - 7,5 \leq 1,5$$

$$x \leq 9$$

$$x \leq 7,5: 7,5 - x \leq 1,5$$

$$x = 6$$

$$y = -9\sqrt{3}$$

$$|6 - 7,5 - 1,5| + |6 - 7,5 + 1,5| = 3$$

берем $x < 6$ $\Rightarrow$ $\otimes$.

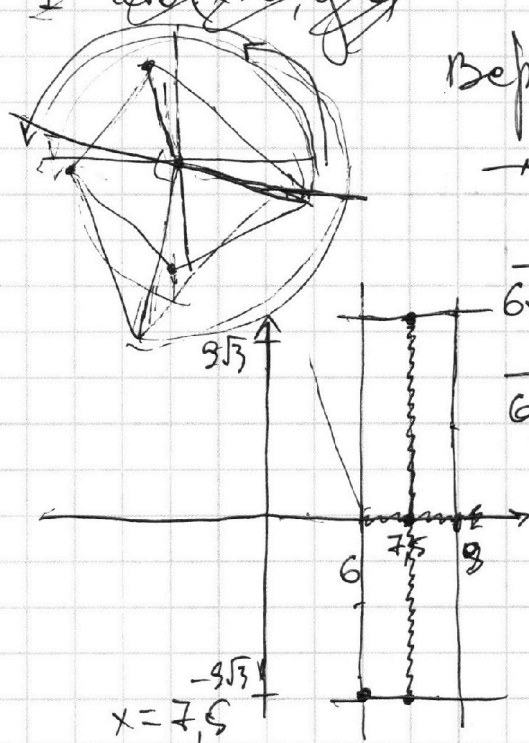
$$\left| \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| -\frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$2 \left| -\frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\left| -\frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 1,5$$

$$y > 0: y \leq 9\sqrt{3}$$

$$y < 0: y \geq -9\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

~ 1.

~~$xy + yz + zx = 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2$~~

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$$

*система имеет
хотя бы 1 решение
при $\{x, y, z\} \neq 0$*

$$xy + yz + zx = 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\rightarrow 1 = \underbrace{x^2 + 3x + 9}_{yz} + \underbrace{y^2 + 3y + 9}_{zx} + \underbrace{z^2 + 3z + 9}_{xy} = xy + yz + zx + 27.$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \frac{3+z}{3+x}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z}{y} \frac{3+z}{3+y}$$

$$\begin{cases} xy = z(3+z) \\ yz = x(3+x) \\ xz = y(3+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3+z = \frac{xy}{z} \\ 3+x = \frac{yz}{x} \\ 3+y = \frac{xz}{y} \end{cases}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = (x-z)(-3 - (x+z)) \quad (x \neq z)$$

$$y = -x - z - 3.$$

$$xy + yz + xz =$$

$$\begin{cases} -4 = x + z + 3 \\ -4 = y + x + 3 \\ -4 = y + z + 3 \end{cases}$$

$$x + y + z = -3.$$

$$\begin{cases} xz = 3y + y^2 \\ \frac{xz}{y} = 3 + y \end{cases}$$

$$3 + z = -x - y = \frac{xy}{z}$$

$$x + y = -\frac{xy}{z}$$

$$xz + yz = -xy$$

$$xy = -xz - yz \quad \text{①} \Rightarrow \text{②7} \quad \text{при } x \neq y \neq z.$$

БОО! $x=y$:

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ xz = 3x + x^2 \\ 2xz = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 \\ z = 3 + x \\ z = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = z(3+z) \\ z = 3 + x \end{cases}$$