



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

11 коробок

1 2 3 4 5 ... 11

$$P = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 1. \quad & \begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ xz = 4y + y^2 & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

$$(1) - (2) = xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$$

$$y(x - z) = 4(z - x) + (z - x)(x + z)$$

~~$$y(z - x) = 4(x - z) + (x - z)(x + z)$$~~

$$y(z - x) + 4(z - x) + (z - x)(x + z) = 0$$

$$(z - x)(y + x + z + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = x & (1) \\ y + z + x = -4 & (2) \end{cases}$$

(3) Если $x = z$, то $(\text{Заменим } z \text{ на } x)$

$$\begin{cases} xy = 4x + x^2 \\ yx = 4x + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4y + y^2 \\ yx = 4x + x^2 \end{cases} \quad | \cdot \frac{1}{x}$$

По условию $x \neq 0$:

$$\begin{cases} x^2 = 4y + y^2 \\ y = 4 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4y + y^2 \\ x = y - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} (y - 4)^2 = 4y + y^2 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 8y + 16 = 4y + y^2 \\ x = y - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{16}{12} = \left(\frac{4}{3}\right) \\ x = \frac{4}{3} - 4 = \left(-\frac{8}{3}\right) \end{cases}$$

$$x = z = -\frac{8}{3}$$

Получили (x, y, z)

$$\left(-\frac{8}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{8}{3}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Mongol $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 2 \cdot \left(-\frac{8}{3} + 4\right) + \left(\frac{4}{3} + 4\right)^2 =$
 $= 2 \cdot \frac{16}{9} + \frac{256}{9} = \frac{32 + 256}{9} = \frac{288}{9} = \boxed{32}$

② Если $x+y+z = -4$, то

~~$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 16 \cdot 3 =$~~
 $= x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot 8 + 16 \cdot 3 = x^2 + y^2 + z^2 + 16$

~~$A = B + 16$~~

$x^2 + y^2 + z^2 + 16 = ?$

$$\begin{cases} A = B + 16 \\ A = 16 - 2B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = B + 16 \\ B + 16 = 16 - 2B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 16 \\ B = 0 \end{cases}$$

 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$
 $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 16 = 16 + 16 = 32$

(1) + (2) + (3) = $xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) =$
 $= x^2 + y^2 + z^2 - 16$

Заметим, что $(x+y+z)^2 =$

$(x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz) = (x^2 + y^2 + z^2)$

Пусть $x^2 + y^2 + z^2 = A$

$2(xy + yz + xz) = B$

То есть

$B = A - 16$

~~$A = B$~~
 $16 - 2B = A$

Ответ: 32.



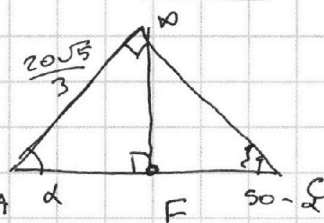
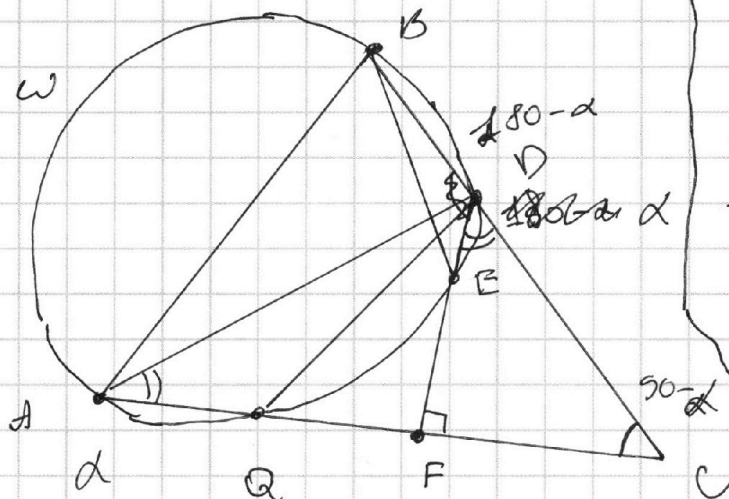
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 15, BE = 10, AC = 20$$



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\frac{BC}{AC} = \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\frac{BC}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = 12$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$AB = AC \cdot \cos \alpha = \frac{20 \cdot 4}{5} = 16$$

AFB

$$\frac{AF}{AB} = \cos \alpha$$

$$AF = \cos \alpha \cdot AB$$

Отметим $AC \cap \omega = Q$

Пусть $\angle FDC = \alpha$. $\angle ADB = 90^\circ$ (опущен на гипотенузу)

$$\Rightarrow \angle ADC = 90^\circ, \angle DCF = 90 - \alpha$$

$$\angle DAC = \alpha, \angle BDA = 180 - \alpha$$

По т. синусов в $\triangle BDE$: $\frac{BE}{\sin(180 - \alpha)} = AB$

, а в $\triangle ADQ$ $\frac{DQ}{\sin \alpha} = AB$. Отсюда

$$BE = DQ = AB \cdot \sin \alpha = 10$$

$DQ = 10 = \frac{1}{2} AC \Rightarrow DQ$ — медиана в прямоугольном треугольнике $\triangle ABC$ и $AQ = QC = 10$

$$\sin \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$AF = \cos \alpha \cdot AB = \frac{4}{5} \cdot \frac{20 \cdot 3}{4} = \frac{100}{3}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{100}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок у телеведущего n штук. $n > 5$

В ~~пер~~ в первом случае вероятность выиграть $\frac{1}{5}$

$$P_1 = \frac{1 \cdot \binom{2}{n-3}}{\binom{5}{n}}$$

Одновременно выбираются 3 коробки с шариками и еще две без них.

$$P_1 = \frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{5!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} =$$

$$= \frac{5!}{2} \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Во втором случае вероятность выиграть

$$P_2 = \frac{\binom{5}{n-3}}{\binom{8}{n}} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7) \cdot 8!}{5! \cdot \frac{n!}{(n-8)!}}$$

$$= \frac{8!}{5!} \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$

Отношение $\frac{P_2}{P_1} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 6}{60} = \frac{23}{5} = \frac{42}{10} = 4,2$

Ответ: 6 4,2 раз ~~10~~ 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть y_n — ариф. прогрессия

$$y_n = y_1 + b(n-1)$$

$$y_4, y_5 - \text{корни } x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$y_2, y_7 - \text{корни } 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 30a - 47 = 0$$

$$y_4 + y_5 = 2y_1 + 3b + 4b = 2y_1 + 7b$$

$$y_2 + y_7 = y_1 + b + y_1 + 6b = 2y_1 + 7b$$

$$y_4 + y_5 = y_2 + y_7. \text{ По т. Виетта}$$

сумма корней $= -\frac{b}{a}$

Тогда $y_2 + y_7 = y_4 + y_5$

$$\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$$

$$a(a-1) \cdot \frac{a}{2} = a(a-1)$$

$$a(a-1) \left(\frac{a}{2} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 & (1) \\ a = 1 & (2) \\ a = 2 & (3) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
6 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Если $\alpha = 0$, то $x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2 - \alpha^3}{3} = 0$

Значит если

$\alpha = 0$ не подходит.

$$0 \leq x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

Решения 4

Решения Нет

(2) Если $\alpha = 1$, то $x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2 - \alpha^3}{3} = 0$

Если $\alpha = 1$
не подходит

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

Решения нет

(3) Если $\alpha = 2$ получим два уравнения

y_4, y_5 — корни

~~$$x^2 - 2x - 2 = 0 \quad [1]$$~~

y_2, y_7 — корни

$$2x^2 - 4x - 2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0 \quad [2]$$

Корни [1] — 2 уравнения — $(1 \pm \sqrt{3})$

Корни второго уравнения — $(1 \pm 5\sqrt{3})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
7 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть

$$y_2 = 1 - 5\sqrt{3}$$

$$y_4 = 1 - \sqrt{3}$$

$$y_5 = 1 + \sqrt{3}$$

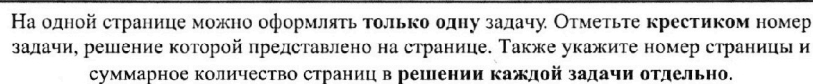
$$y_7 = 1 + 5\sqrt{3}$$

Значит прогрессия $2\sqrt{3}$

а $y_1 = 1 - 7\sqrt{3}$

Ответ: $a = 2$

тогда все
сходится и
корни уравнения
и прогрессия
является
ариф. прогрессией
с разностью $2\sqrt{3}$
и членом $1 - 7\sqrt{3}$



СТРАНИЦА
8 ИЗ 12

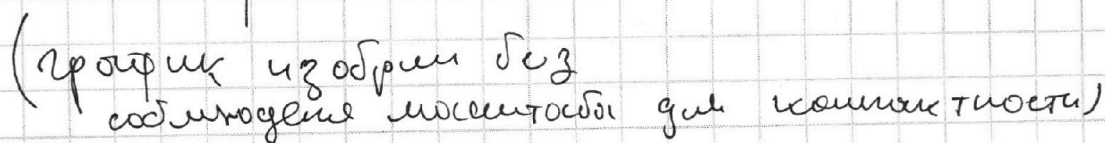
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим что если мы, ^{график} контур
 фигуры Φ , то получим предельно
 узкий, так как если мы рассмотрим
 все профили множества точек, ^{линия}
 из которых состоит Φ , то получим
 относительно узкий предельный

отличительных и знаковых коэф-тов,

то в конце из 4-х сигналов
получим ~~либо~~ ^{уменьшо} порошки
или либо ОХ, либо ОУ.

Т.к при таком раскрытии логично
- ии ~~любо~~ все сходило с X ии
все сходило с y ~~сходило~~
 $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + 15$ умножилось.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 9 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем те эти прямые, определим
 границы $\Phi \Rightarrow \Phi$.

Вертикаль, полагая значение $x=0$.

$$|y-15 + \frac{0}{6\sqrt{3}}| + |y-15 - \frac{0}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

$$2|y-15| \leq 6$$

$$|y-15| \leq 3 \Rightarrow y=18 \text{ или } y=12$$

Обозначим границы границы Φ

$$A \in \Gamma: \Phi(y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15)$$

Значит полагая

y_A по x_A

$$y_A = 18$$

$$18 = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

Тогда:

$$A(18\sqrt{3}; 18)$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} = 3$$

$$B(18\sqrt{3}; 12)$$

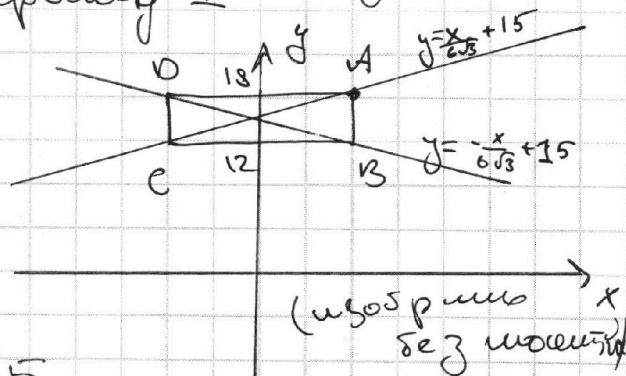
$$x = 18\sqrt{3}$$

$$D(-18\sqrt{3}; 18)$$

$$x_A = x_B = 18\sqrt{3}$$

$$C(-18\sqrt{3}; 12)$$

$$x_D = x_C = -x_A = -18\sqrt{3}$$



Тогда из симметрии
 и параллельности

$AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$
 $AD \parallel BC$, $BC \parallel AD$

$$y_A = y_D = 18$$

$$y_C = y_B = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

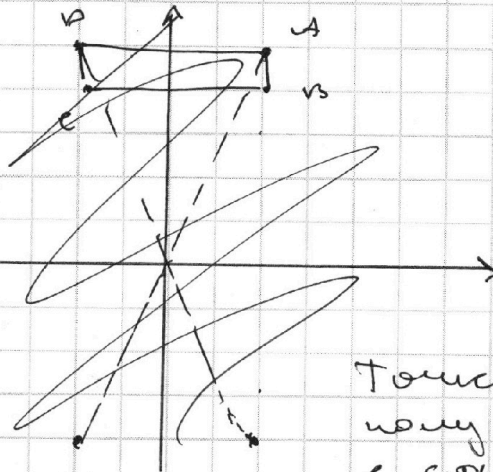
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
10 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим, какую фигуру займёт фигура Φ при повороте на π .

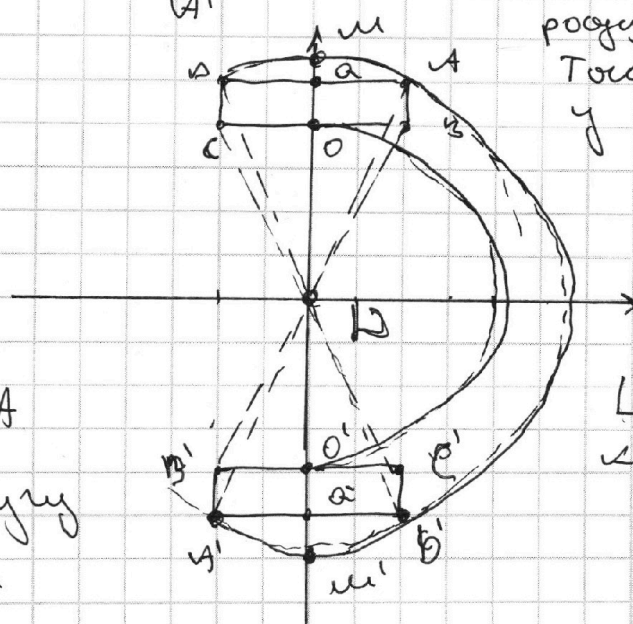
Сами Φ при повороте на π перейдёт в прямую, фигуру Φ' — проекция $A'B'C'D'$



Точка B займёт полуокружность с центром O радиуса OB . Точка A займёт A

$A \ B \ A'$
 $B \ B \ B'$
 $C \ B \ C'$
 $D \ B \ D'$

В месте D и A займёт фигуру OA'



L — точка координат

Окружность с центром O радиуса OB займёт точку O — центр стороны BC



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 11 из 12

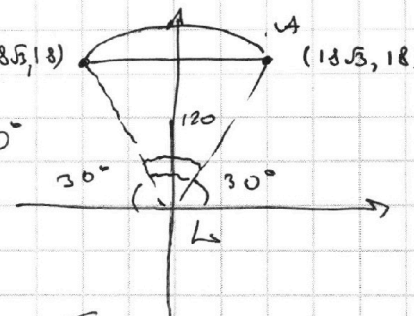
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В итоге мы получили фигуру А, границами которой являются две полуокружности MM' (где MM' - диаметр дуги) и, полуокружности OO' (где OO' - диаметр дуги). Фигура $PM A$, ограничена ~~ограничена~~ дугой и ее

хордой, и фигура $PCAB = \Phi$ (Фигура А симметрична относ. OX)

Поэтому $S_A = S_\Phi + S_{\triangle} + S_D$

$$S_D = \frac{1}{2} (\pi (LA^2 - LO^2))$$

$$S_{\triangle} = S_D - S_{\triangle} = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot LA^2 - \frac{LA^2 \cdot \sin 120^\circ}{2}$$


$$= \frac{1}{3} \pi LA^2 - \frac{LA^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$\pi \cdot LA^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$S_{\triangle} = AO \cdot OC = 36\sqrt{3} (18 - 12) = 216\sqrt{3}$$

$$S_A = 216\sqrt{3} + \pi \left(\frac{1}{2} (LA^2 - LO^2) + LA^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right)$$

$$S_A = 216\sqrt{3} + \pi \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) 36^2 - \frac{1}{2} \cdot 12^2 \right)$$

$$S_A = 216\sqrt{3} + \pi \left(\left(\frac{5}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) 36^2 - 72 \right) \text{ — Ответ.}$$

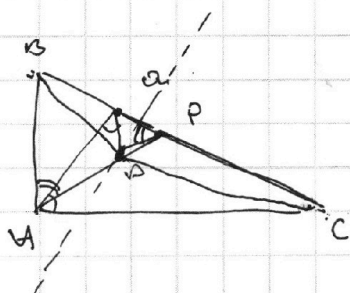
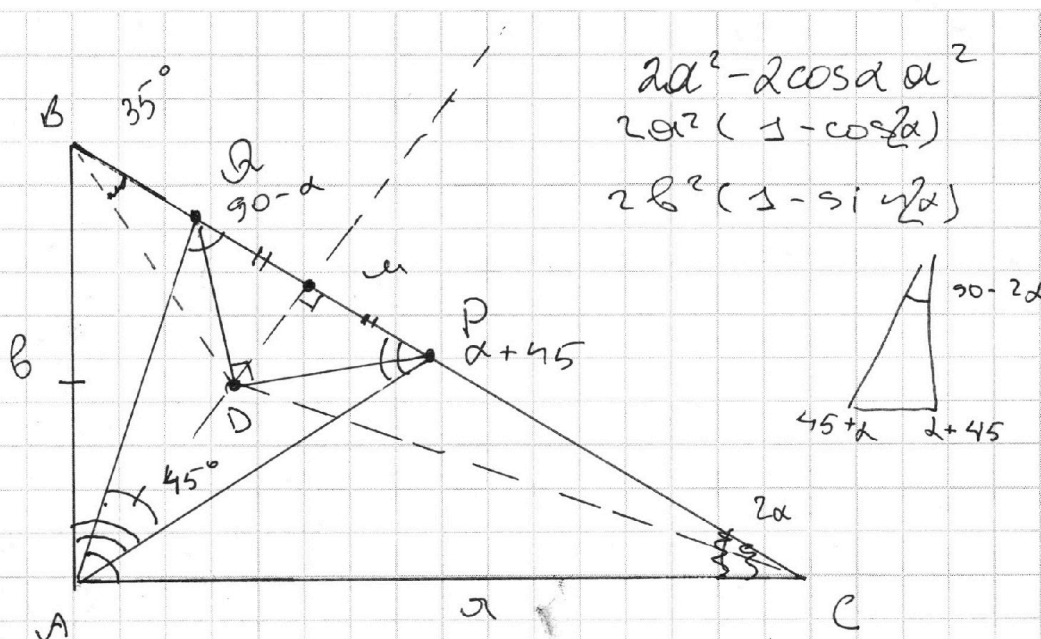


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
12 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}\angle QAP &= 180^\circ - \angle AQP - \angle APQ = \\ &= 180 - 90 + \alpha - \alpha - 45 = 45^\circ \\ \angle QAP &= 45^\circ\end{aligned}$$

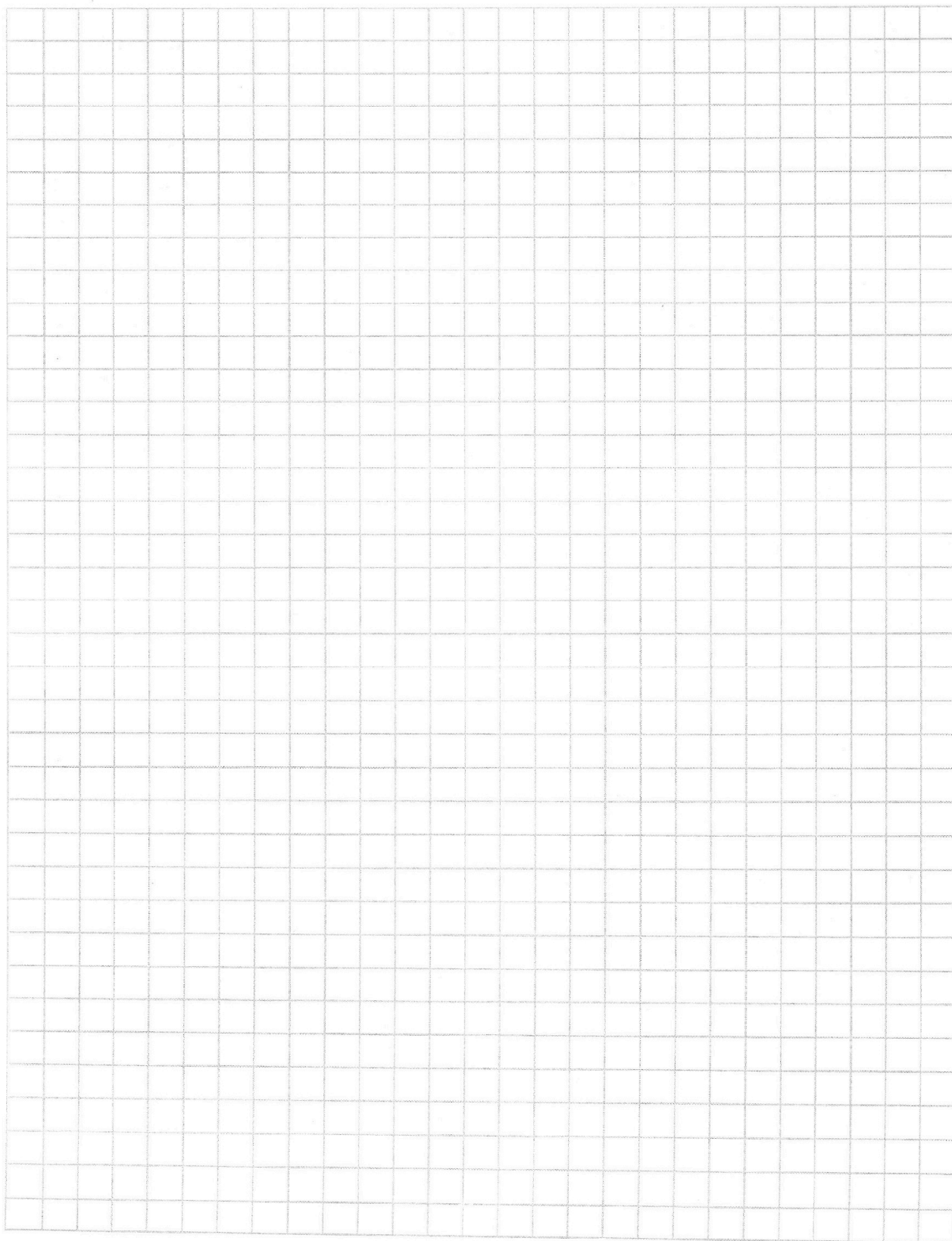


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

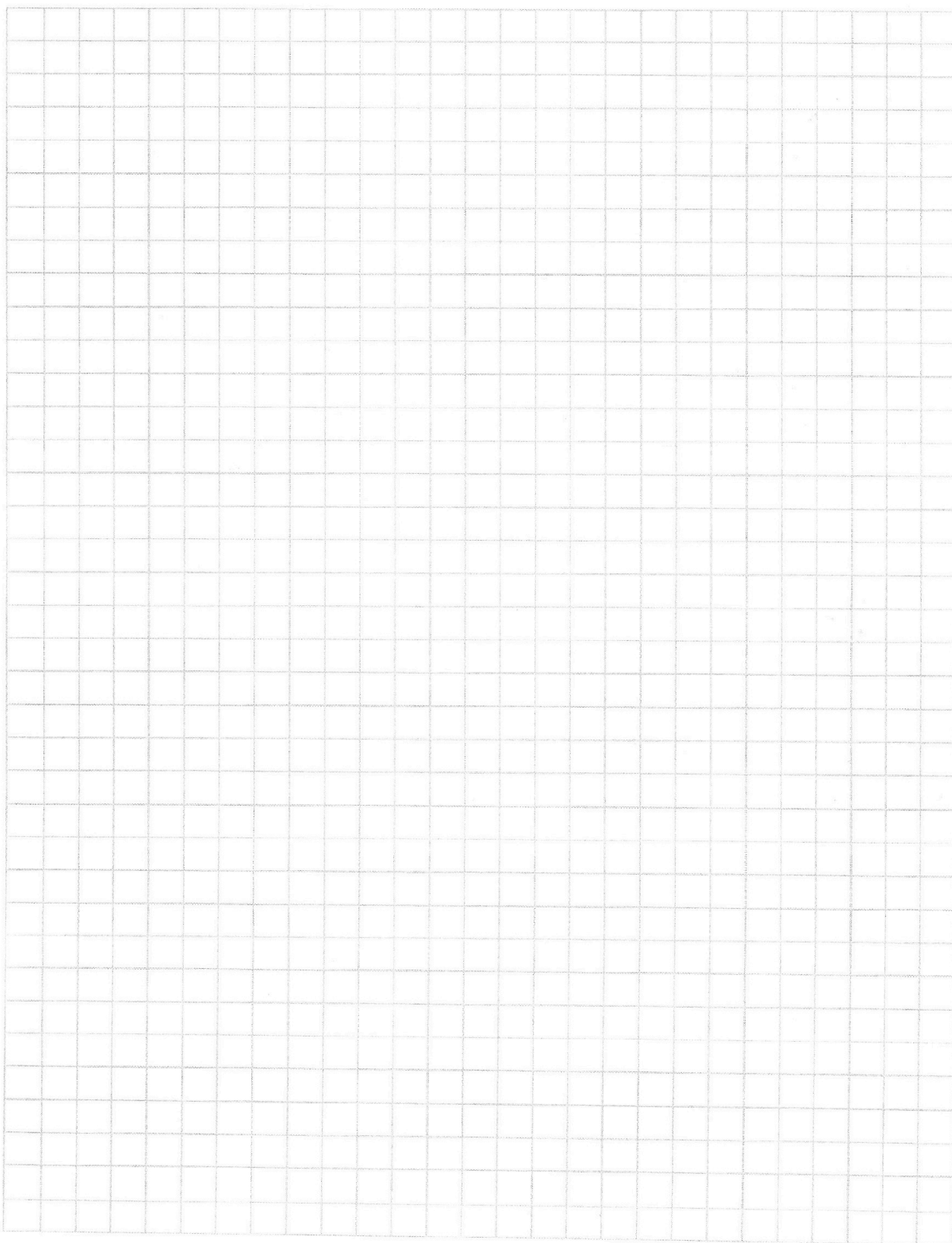
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

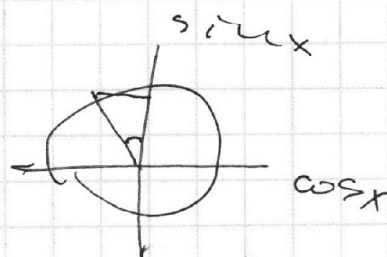
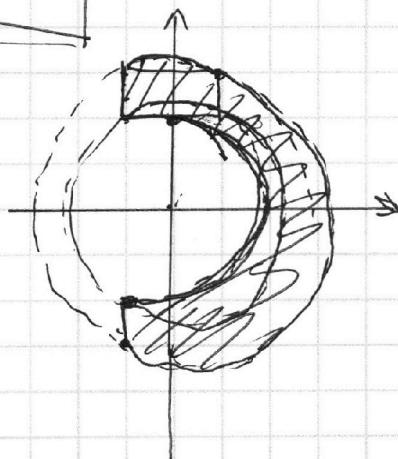
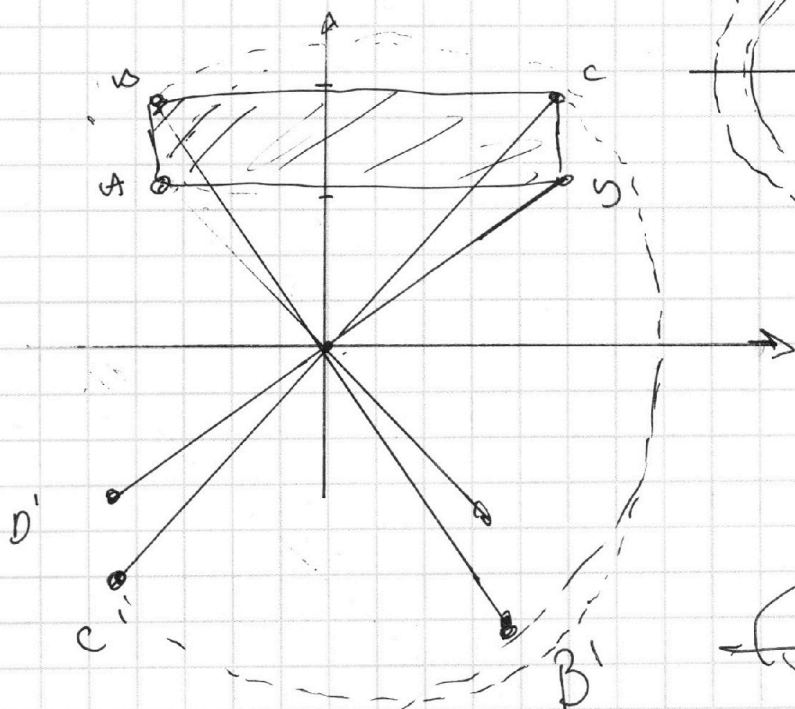
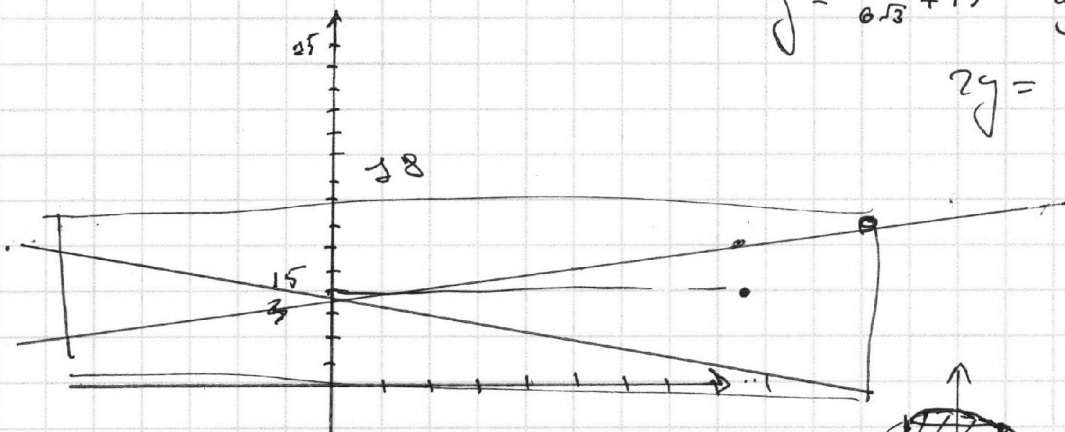
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$2y = 6 + 30 \\ y = 18$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2 - \alpha^2}{3} = 0 - (128 + 32 + 4)$$

$$(y_5, y_4) \quad \nearrow \text{корни}$$

$$128 + 32 + 4 =$$

$$\frac{164}{2} = 82$$

$$2x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 4 = 0$$

$$(y_2, y_7) \quad \nearrow \text{корни}$$

$$-2 \cdot 2^6 - 8 \cdot 2 - 4 =$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7$$

$$y_4 = y_2 + \alpha \cdot (n-1)$$

$$-128 - 16 - 4 =$$

$$-128 - 20 = -148 =$$

$$= -74$$

Заметим, что $y_2 + y_7 = y_4 + y_5$

$$\alpha^2 - \alpha = \alpha^3 - \alpha^2$$

$$\alpha(\alpha - 1) = \alpha^2(\alpha - 1) \Rightarrow$$

$$\alpha(\alpha - 1)^2 = 0$$

$$\alpha(\alpha - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = 0 \end{cases}$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 81}}{2} = 1 \pm \sqrt{81}$$

$$2 \pm 244 \quad 1 \pm \sqrt{1 + 82}$$

$$1 \pm \sqrt{25 \cdot 3} = 1 \pm 5\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9999 \dots 99}_{25000 \text{ } 10013} = 9 \cdot \underbrace{1111 \dots 11}_{11^9}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

11^9

$$n^3 = 9^3 \cdot 11^3 \dots 1^3$$

$$9^3 = 27$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 11 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$99^3 = 27 \cdot 11^3 = 27 \cdot 1331 = \begin{array}{r} 121 \\ \times 1331 \\ \hline 1331 \\ 3993 \\ 3993 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1331 \\ 27 \\ \hline 30317 \\ + 3662 \\ \hline 20937 \end{array}$$

Пусть $a_n = \underbrace{999 \dots 9}_{n \text{ } 10013}$

Мы знаем, что g_n

$$n < k$$

$$\cancel{a_n} \text{ } S_9(a_n) = n - 1$$

$$S_9(a_k) = k - 1$$

$$(999 \dots 90 + 9)^3 = 27 + (999 \dots 90)^3 + 999 \dots 90 \cdot 91$$

$$(99 \dots 9)^3 = 9^3 \cdot (111 \dots 1)^3$$

$$\begin{array}{r} 1111 \dots 111 \\ 1111 \dots 11 \\ 1111 \dots 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \dots 1 \\ 111 \dots 1 \\ 111 \dots 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

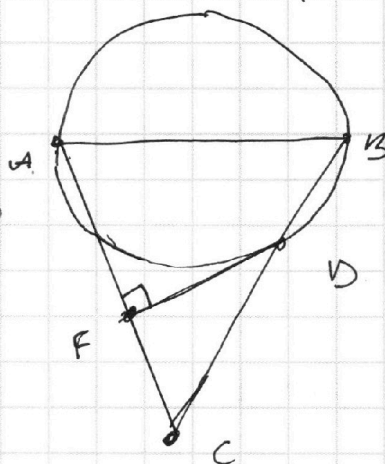
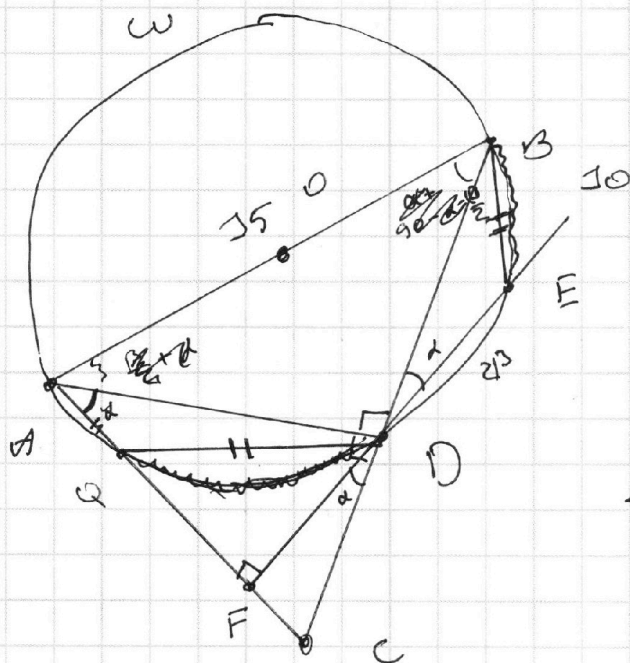
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\beta + \alpha \quad AC = 20, AB = 15, BE = 10.$$

$$90 - \beta - \alpha = \alpha + 90 - 2\alpha - \beta = 90 - \alpha - \beta$$



$$\angle CAD = \angle FDE = \angle BDE = \alpha$$

$$\sin \alpha \text{ и } 3 \text{ т. синусов } \gamma \text{ и } \alpha$$

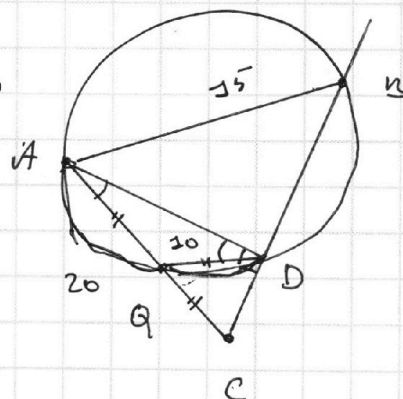
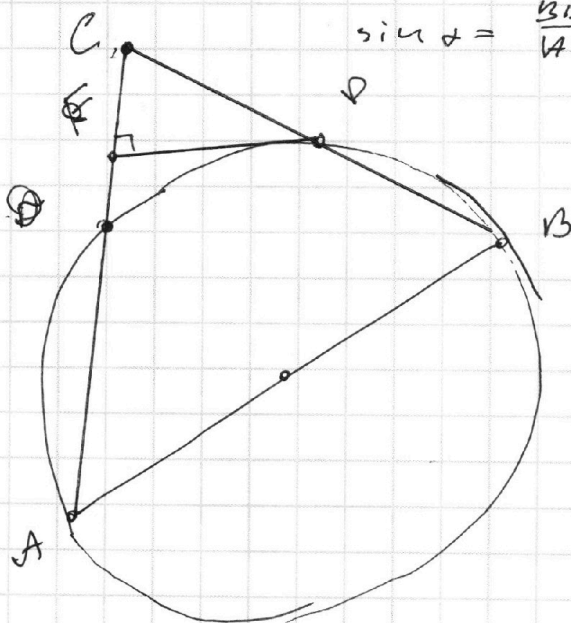
$$\triangle DBE$$

$$BE = QD$$

$$\sin \alpha =$$

$$\frac{BE}{\sin \alpha} = 2AB$$

$$\sin \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{1}{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z^2 = xy - 4z \quad x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz - 4z - 4x - 4y$$

$$x^2 = yz - 4x$$

$$y^2 = zx - 4y$$

$$xy + yz + xz - 4(-4) =$$

$$xy + yz + xz + 16 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$(x-4)(y-4) \quad p_s = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^2} = \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-4)!} \cdot \frac{(n-3)(n-4)}{2} = \frac{5!}{2 \cdot (n-3)(n-4)}$$

$$(x+y+z)^2 - 2(xy+yz+xz) = x^2+y^2+z^2$$

$$(-4)^2 - 2 \cdot 16 = S^2$$

$$(x+y+z)^2 - 2(xy+yz+xz) = x^2+y^2+z^2$$

$$\begin{cases} 16 - 2B = A \\ (xy+yz+xz) + 16 = (x^2+y^2+z^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 2B = A \\ B + 16 = A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 - 2B = B + 16 \\ 3B = 0 \end{cases}$$

B



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$$

$$y(x - z) = 4(z - x) + (z - x)(x + z)$$

$$\neq \Rightarrow$$

$$-y = 4 + x + z$$

$$x + z + y = -4$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(x + 4)^2 + (y + 4)^2 + (z + 4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x + y + z) + 16 \cdot 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4 \cdot 8 + 16 \cdot 3 =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 16 - ?$$

$$\left(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{или } x = z \Rightarrow y = 4 + x$$

$$\cancel{x + x + x + 4 = -4}$$

$$\text{Если } x = z \Rightarrow xy = 4x + x^2$$

$$\begin{cases} y = 4 + x \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} yx = 4x + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$\cancel{yx = 4x + 4y + y^2}$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ (y - 4)^2 = 4y + y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = y - 4 & x = z = -\frac{8}{3} \\ y^2 - 8y + 16 = 4y + y^2 \\ 12y = 16 \end{cases} \quad y = \frac{4}{3}$$