



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?

3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

21

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

(1) - (2):

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x - z) = 6(x - z) - (x^2 - z^2)$$

$$y(x - z) = 6(x - z) - (x - z)(x + z)$$

1)  $x - z = 0 \quad x = z$

$$xy = -6x + x^2 \quad (1) \quad x \neq 0 \Rightarrow y = -6 + x = x - 6$$

$$x^2 = -6y + y^2 \quad (3)$$

$$x^2 = (x - 6)^2 - 6(x - 6)$$

$$x^2 = x^2 - 12x + 36 - 6x + 36$$

$$18x = 36 \cdot 2$$

$$x = 4 = z$$

$$y = 4 - 6 = -2$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 =$$

$$= (4 - 6)^2 + (-2 - 6)^2 + (4 - 6)^2 =$$

$$= 4 + 64 + 4 = 72$$

Проверка:  $(4; -2; 4)$ :

$$-8 = -24 + 16$$

$$-8 = -24 + 16$$

$$16 - 8 = 12 + 4$$

- верно

2)  $y = 6 - x - z \quad z = 6 - x - y$

$$\begin{cases} y(6 - x - y) = -6x + x^2 & (2) \\ (6 - x - y)x = y^2 - 6y & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y - xy - y^2 = -6x + x^2 \\ 6x - x^2 + xy = y^2 - 6y \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy = 0$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 =$$

$$= (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (6 - x - y - 6)^2 =$$

$$= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + x^2 + y^2 + 2xy =$$

$$= 2(x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy) + 2 \cdot 36 = 0 + 2 \cdot 36 = 72$$

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-20 + \frac{x}{203}| + |y-20 - \frac{x}{203}| \leq 8$$

$$|-y-20 - \frac{x}{203}| + |-y-20 + \frac{x}{203}| \leq 8$$

$$|y+20 + \frac{x}{203}| + |y-20 - \frac{x}{203}| \leq 8$$

$$n = \underbrace{111 \dots 111}_{20.001} \cdot 9$$

$$n^3 = 111 \dots 111^3 \cdot 9^3 =$$

$$= 243 \cdot 111 \dots 111^3 - \text{делятся}$$

на 27

Ответ: 0

$$\begin{array}{r} 999 \dots 99 \\ \times 999 \dots 99 \\ \hline \end{array}$$



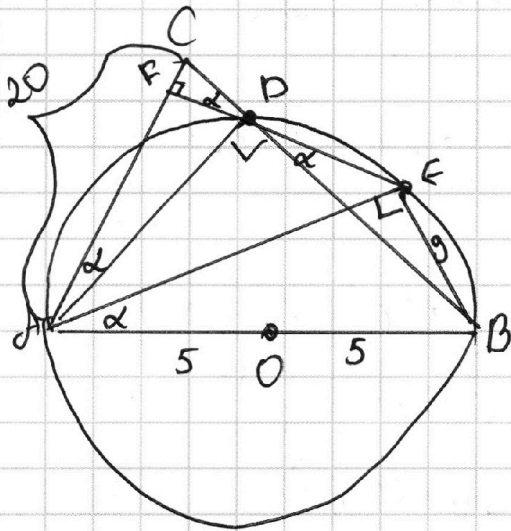
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$AC=20 \quad AB=10 \quad BE=9$$

$$AO=OB=\frac{AB}{2}=5$$

$\angle AEB=90^\circ$  (опер на диаметр)

$\angle ADB, \angle EAB=\alpha=\angle BDE$   
(опер на BE)

$\angle EDB=\angle FDC=\alpha$  (верт)

$\angle FCD=90-\alpha \Rightarrow \angle CAD=\alpha$  ( $\angle CDA=90^\circ$ )

$$\frac{EB}{AB} = \sin \alpha = \frac{9}{10}, \cos \alpha > 0 \text{ (т.к. макс. в прямоугол. } \Delta)$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9^2}{10^2}} = \frac{1}{10}$$

$$= \sqrt{\frac{10^2 - 9^2}{10^2}} = \frac{\sqrt{19}}{10}$$

$$\text{Пусть } \sin \alpha = \frac{9}{10} = \frac{FD=9x}{AD=10x}$$

$$AF = \sqrt{(10x)^2 - (9x)^2} = \sqrt{19}x$$

$$\tan \alpha = \frac{CF}{FD} = \frac{9}{\sqrt{19}} = \frac{CF}{9x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$CF = \frac{81x}{\sqrt{19}}$$

$$CF + AF = 20 \quad \sqrt{19}x + \frac{81x}{\sqrt{19}} = 20 \quad | \cdot \sqrt{19}$$

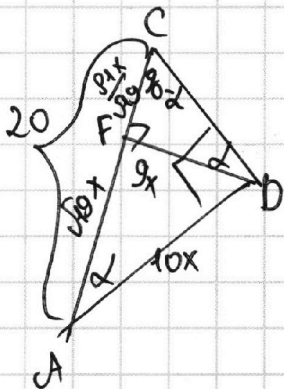
$$19x + 81x = 20\sqrt{19}$$

$$100x = 20\sqrt{19}$$

$$x = \frac{20\sqrt{19}}{100} = \frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$AF = \sqrt{19}x = \frac{\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{5} = \frac{19}{5}$$

Ответ:  $\frac{19}{5}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_n^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$$

$$C_n^9 = \frac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}$$

$$= \frac{1}{6!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{9!} = \frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)}$$

Вероятность  
увеличится в:  $\frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$

$$= \frac{9!}{6! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 4 \cdot 9}{5} = \frac{252}{5} \text{ раз}$$

Ответ:  $\frac{252}{5}$  раз

$$= \frac{7 \cdot 8 \cdot 9^3}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} \text{ раз}$$

Ответ: в  $\frac{42}{5}$  раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24

1) 5 коробок. Пусть всего коробок  $n$  штук.

Тогда способов выбрать 5 коробок:  $C_n^5 =$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5!}$$

(сначала выбираем одну из  $n$  коробок, потом из  $(n-1)$ ...  
... из  $(n-4)$ , делим на  $5!$ , т.ч. порядок выбора не важен)

Выигрыш наступает,

когда мы берём именно 3 коробки с шариками и любые две из остальных:  $C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2!}$

Вероятность:  $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2!} \cdot \frac{5!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} =$

$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-4)} = \frac{(n-3)(n-4)}{2!} \cdot \frac{5!}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} =$$

2) 9 коробок.

Способов выбрать 9 коробок:  $C_n^9 = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$

Выигрыш наступает, когда мы берём именно 3 коробки с шариками, а любые 6 из остальных:  $(n-3)$

$$\Rightarrow C_{n-3}^6$$

Вероятность:  $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{(n-3)(n-2)(n-1)(n-4)(n-5)(n-6)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad x_1 \text{ и } x_2 \quad \text{— корни}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad x_3 \text{ и } x_4$$

Пусть  $b$  — первый член арифм. прогр., тогда

$d$  — разность

$$x_1 = b + 5d \quad x_2 = b + 6d \quad x_3 = b + 4d \quad x_4 = b + 7d$$

По т. Виета:  $x_1 + x_2 = a^2 - 4a = 2b + 11d$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} = 2b + 11d \Rightarrow$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a(a - 5)(a - 4) = 0$$

1)  $a = 0 \quad x^2 - 0 \cdot x + 4 = 0$   
 $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$  — нет реш.  $a = 0$  — не подх.

2)  $a = 4 \quad x^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0 \quad x^2 - 20 = 0 \quad x = \pm \sqrt{20}$

~~$$5x^2 - (4^3 - 4^2)x - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$$~~

~~$$5x^2 = 2 \cdot 64 + 24 + 15 =$$
  

$$= 128 + 24 + 15 = 167$$~~

~~$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (4^2 - 4)x + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$5x^2 - (4^3 - 4^2)x - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 0$$

$$x^2 + 20 - 24 = 0 \quad x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 2.$$

$$5x^2 - 167 = 0 \quad x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

Убыв.:  $\sqrt{\frac{167}{5}}, 2, -2, -\sqrt{\frac{167}{5}}$   
 $\underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b$

Возрас.:  $-\sqrt{\frac{167}{5}}, -2, 2, \sqrt{\frac{167}{5}}$  — оевидно,  
 $\underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b, \underbrace{\quad}_b$  — тогда = 4-це погх.

3)  $a = 5$

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 6 \cdot 5 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$5x^2 - (5^3 - 4 \cdot 5^2)x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

~~$$5x^2 - 25x - 195 = 0$$~~

~~$$x^2 - 5x - 39 = 0$$~~

~~$$D = 25 + 4 \cdot 39 = 181$$~~

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 59 = 261 = 9 \cdot 29$$

$$x_1 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}, \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

$$d = 2\sqrt{29}$$

или:  
в порядке убывания, тогда

Ответ:  $a = 5$



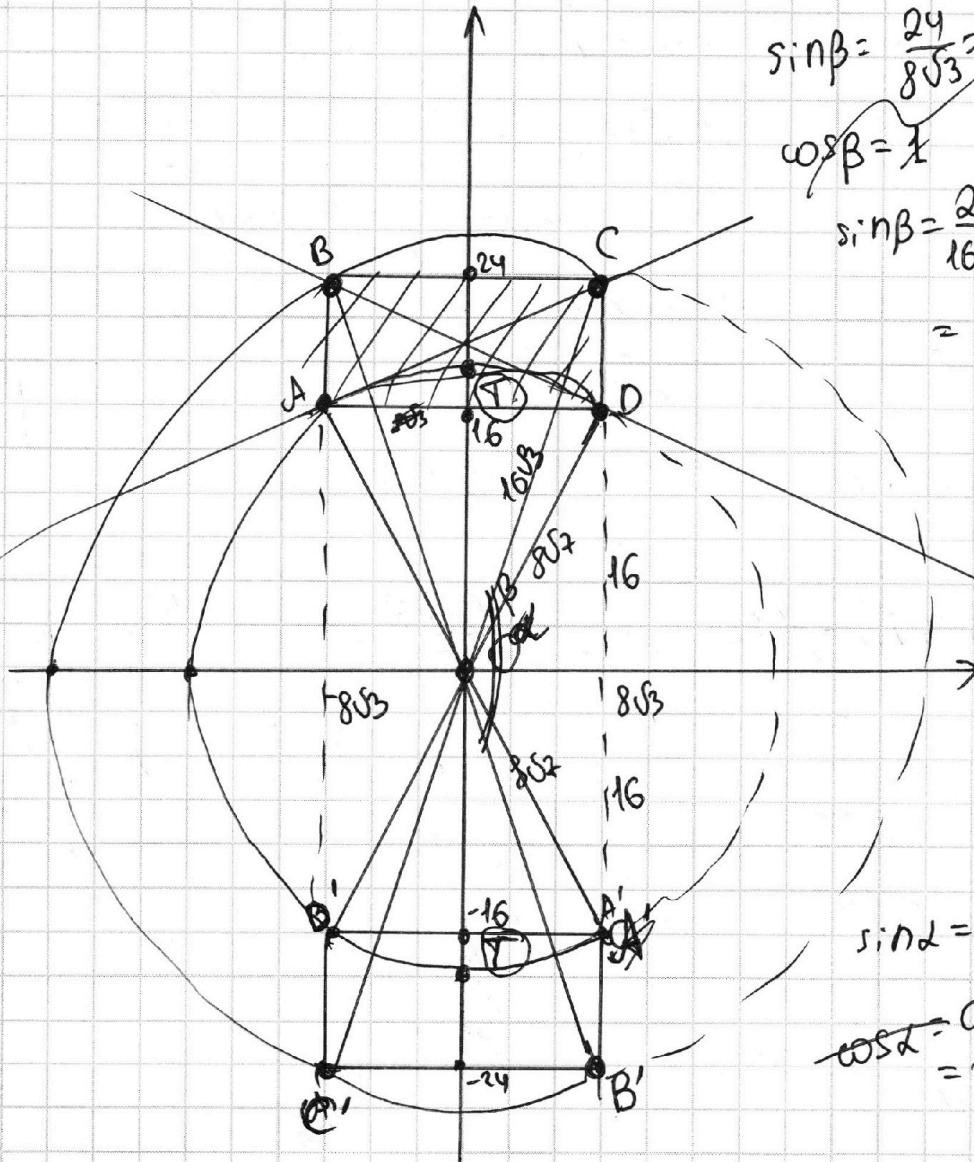


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \beta = \frac{24}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\cos \beta = 1$$

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{24}{16\sqrt{3}} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 60^\circ \\ 2\beta &= 120^\circ \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{16}{8\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha = \\ &= \sqrt{1 - \frac{4}{7}} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} OB = AO = OA' = OD' &= \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 16^2} = \\ &= \sqrt{64 \cdot 3 + 256} = \sqrt{192 + 256} = \sqrt{448} = \sqrt{4 \cdot 112} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 16 \cdot 7} = 8\sqrt{7} \\ OC = OB = OC' = OB' &= \\ &= \sqrt{64 \cdot 3 + 24^2} = \sqrt{64(3 + 9)} = \sqrt{64 \cdot 12} = \\ &= \sqrt{64 \cdot 4 \cdot 3} = 8 \cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь складывается из всего  
кольца от  $CD$  до  $A'B'$  и частей  
прямоугольника, которые не выключили  
в кольцо.

$$S_{\text{сектора } DOA'} = \frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360^\circ} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$$

$$S_{\text{сектора } COA'} = \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2}{360^\circ} \cdot 120^\circ$$

$$\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 - \pi \cdot (8\sqrt{7})^2 + \left( \frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360^\circ} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) - \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 16$$

$$2T = 256\sqrt{48}$$

Вся  $S =$

$$256\sqrt{48} + \pi \left( (16\sqrt{3})^2 - (8\sqrt{7})^2 \right) + \left( \frac{\pi \cdot (8\sqrt{7})^2}{360^\circ} \cdot \arccos\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) - \frac{\pi \cdot (16\sqrt{3})^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$|y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$1) y \geq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$2y - 40 \leq 8$$

$$y - 20 \leq 4$$

$$y \leq 24$$

$$2) y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$40 - 2y \leq 8$$

$$20 - y \leq 4$$

$$16 \leq y$$

$$y \geq 16$$

$$3) y \geq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$\cancel{y-20} + \frac{x}{2\sqrt{3}} - \cancel{y+20} + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{2x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \quad x \leq 8\sqrt{3}$$

$$4) y \leq -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$\cancel{-y+20} - \frac{x}{2\sqrt{3}} + \cancel{y-20} - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \geq -8 \quad x \geq -8\sqrt{3}$$

Рисунок повернули на  $180^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Плошки пересечения

$$y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y = 24 \quad 24 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$4 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} \quad x = -8\sqrt{3}$$

$$y = 16 \quad 16 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$-4 = -\frac{x}{2\sqrt{3}} \quad x = 8\sqrt{3}$$

Аналогично:  $y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$

$$y = 24 \Rightarrow x = 8\sqrt{3}$$

$$y = 16 \Rightarrow x = -8\sqrt{3}$$

Фигуру повернули на  $180^\circ$



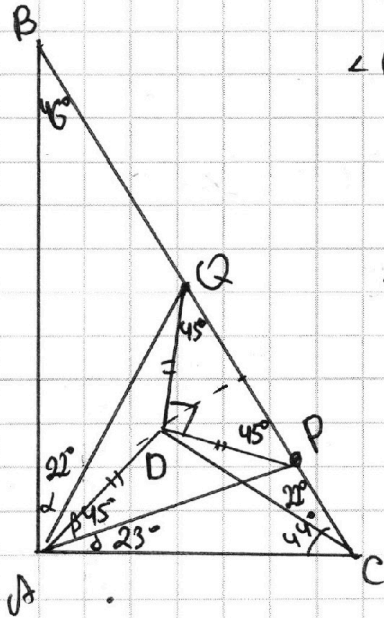
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7



$$\angle BQP = \angle BPA = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$$

$$\alpha + \beta = 67^\circ \quad \alpha = \angle BAQ \quad \beta = \angle QAP \quad \delta = \angle PAC$$

$$\angle C = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$$

$$\angle AQC = \angle QAC = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 90^\circ - 22^\circ =$$

$$= 68^\circ = \beta + \delta$$

$$\alpha + \beta + \delta = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 67^\circ \quad \delta + 67^\circ = 90^\circ \quad \delta = 23^\circ$$

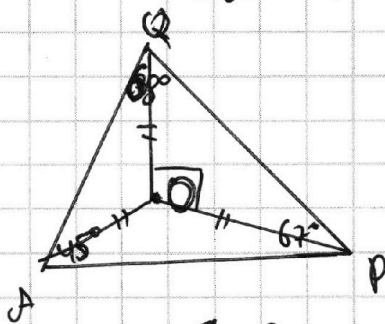
$$\beta + \delta = 68^\circ \Rightarrow \alpha + 68^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha = 90 - 68 = 22^\circ$$

$$\beta = 67 - 22 = 45^\circ$$

$$DQ = DP, \angle QDP = 90^\circ \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

Рассм.  $\triangle AQP$ , пусть  $O$  - центр его опис. окр



$$\angle AQP = \angle ABQ + \angle BAQ = 22^\circ + 46^\circ = 88^\circ$$

~~$$\angle APQ = 180^\circ - 88^\circ - 45^\circ = 180^\circ - 133^\circ = 47^\circ$$~~

$$\angle QOP = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$$

$$OQ = OP = AO, O - \text{лежит на дуге перпендикулярно к } QP, \text{ при этом}$$

$$\angle QOP = 90^\circ \Rightarrow$$

так она задается однозначно  $\Rightarrow O = D$

$D$  - центр опис. окр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow AD = DQ = DP \text{ (радиусы)}$$

$$\angle ADP = 2 \cdot \angle AQP = 2 \cdot 68^\circ = 136^\circ$$

$$\angle ADP + \angle C = 136^\circ + 44^\circ = 180^\circ \Rightarrow ADPC - \text{вписан}$$

$$\angle DCP = \angle DAP = \angle DPA = \frac{180^\circ - 136^\circ}{2} = 22^\circ$$

(опр на DP)

Ответ:  $22^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№2

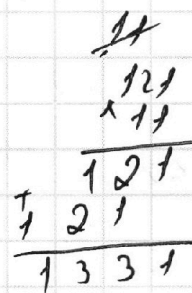
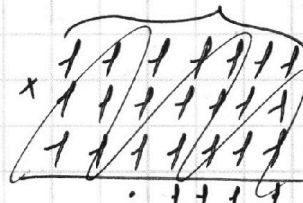
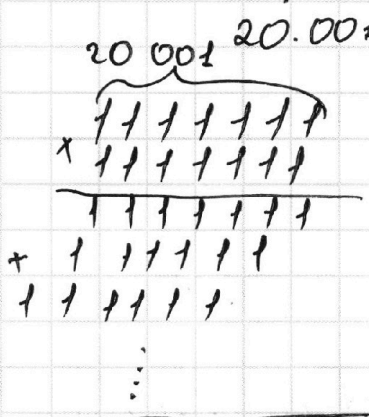
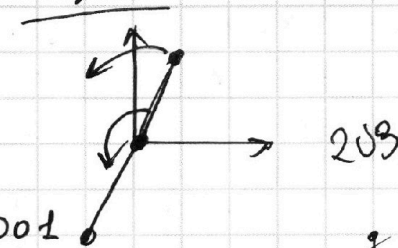
$y > 16$ .

$\pi = 180^\circ$

$$n = \underbrace{9999 \dots 999}_{20.001}$$

$$n^3 = 9^3 \cdot (\underbrace{1111111}_{20.001})^3$$

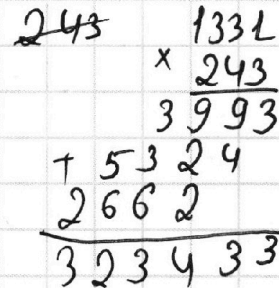
$$9^3 = 243$$



$$9^3 = 243$$

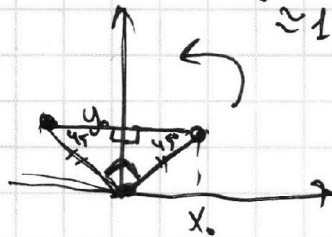
$$99^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 243 \cdot 121 = 1331$$

$$n^3 = 9999 \dots 9^3 = 243 \cdot 1331$$



$(x_0; y_0)$

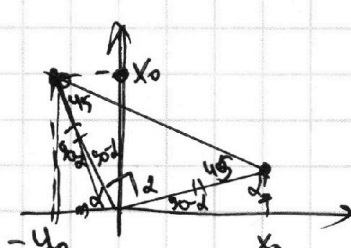
$999$   
 $\times 999$



$$-\frac{1}{\sqrt{3}} + 20 \approx 19$$

$(x_0; y_0)$

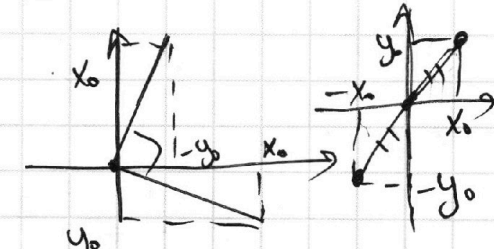
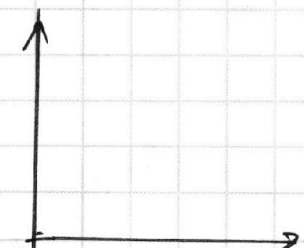
$(-y_0; x_0)$



$$-\frac{2}{2\sqrt{3}} + 20 = -\frac{1}{\sqrt{3}} + 20$$

$$|y_0 - 20 + \frac{x_0}{2\sqrt{3}}| + |y_0 - 20 - \frac{x_0}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$|y_0 - 20$$



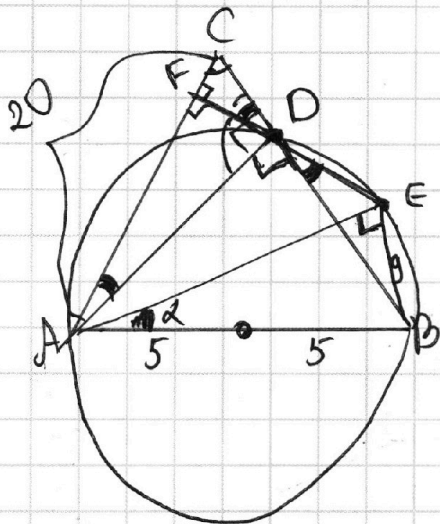


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

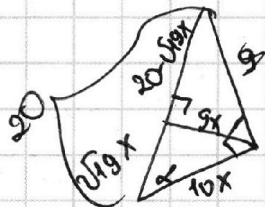


AF - ?  
AC = 20

$$AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

$$AF^2 + FE^2 = 19$$

$$CD^2 + AD^2 = 400$$



$$\sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$$\sin \alpha = \frac{9}{10}, \cos \alpha = \frac{1}{10}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{10}$$

$$\text{tg} \text{tg}(90^\circ - \alpha) = \text{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{9}{10}} = \frac{10}{9}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 2 \\ \hline 128 \\ + 24 \\ \hline 152 \\ + 15 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$4 \frac{167}{5} = 133.4$$

$$\frac{1}{9} = \frac{9x}{20 - \sqrt{19}x}$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

6 и 7 реш.

$$D = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = (a^2 - 4a + 4)^2$$

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 20^3 - 6a - 15 = 0$$

5 и 8 реш.

$x_3$  и  $x_4$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = (a^2 - 4a + 4)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 4a \\ x_1 \cdot x_2 = a^2 - 6a + 4 \\ x_3 + x_4 = a^2 - 4a^2 \\ x_3 \cdot x_4 = -20^3 - 6a - 15 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{167}{5}} > 2 \quad (1-4)^2 - 4(1-6+4) = 9 - 4(-1) = 13$$

$$2 \cdot 64 - 24 - 15 = 102$$

$$-128 - 39 = -167$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$x_1 \cdot x_2 = a^2 - 6a + 4$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$x_3 \cdot x_4 = \frac{-2a^3 - 6a - 15}{5}$$

$$x_1 = b + 5d$$

$$x_2 = b + 6d$$

$$x_3 = b + 4d$$

$$x_4 = b + 7d$$

$$2b + 11d = a^2 - 4a$$

$$2b + 11d = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 2 \\ \hline 50 \\ + 20 \\ \hline 30 + 4 = 576 \end{array}$$

$$29 - 30 = -1$$

$$50 + 9 = 59$$

$$a=0 \quad 5a - 20 = a^2 - 4a$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a_1 = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$a_2 = \frac{9-1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\begin{array}{r} 112 | 4 \\ - 8 \quad 28 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 | 16 \\ - 2 \quad 7 \end{array}$$

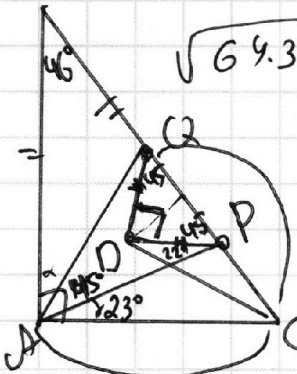
$$\begin{array}{r} 192 \\ \sqrt{256} \\ \hline 448 \end{array}$$

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x - 2 \cdot 5^2 - 6^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 5x +$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$B \quad 32^2 = 64 \cdot 7 \cdot 2$$



$$\begin{array}{r} 67 \\ - 45 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$= 4 \cdot 112$$

$$\alpha + \beta = 67$$

$$\beta + \delta = 68$$

$$\begin{array}{r} 261 | 29 \\ 261 \quad 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$180 - 46 = 134$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ - 46 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\frac{180 - 44}{2} = 90 - 22 = 68$$

$$\alpha + \beta + \delta = 90^\circ \quad \delta = 90 - 67 = 23$$

$$\beta = 68 - 23 = 45$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 46 \\ \hline 134 | 2 \\ - 12 \quad 67 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 845 \\ \sqrt{256} \\ \hline 100 = -4 + 20 = 16 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9} = \frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9} = \frac{C_n^5}{C_n^2}$$

$$\frac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{6!}$$

$$999 = 9 \cdot 111^3$$

$$243.$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ 1111 \\ \hline 11111 \end{array}$$

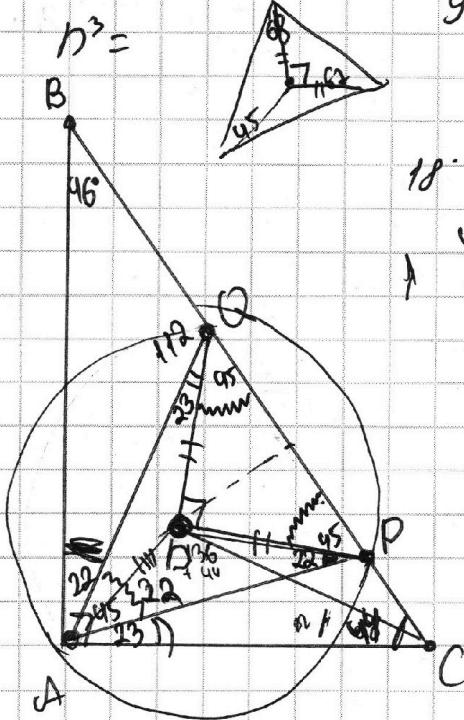
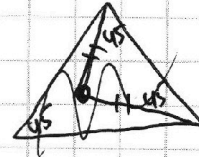
$$\begin{array}{r} 12321 \\ \times 111 \\ \hline 12321 \\ 123210 \\ \hline 1362631 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +23 \\ \hline 68 \\ \times 2 \\ \hline 90 \\ +136 \\ \hline 252 \end{array}$$

$9999 \dots 999 = n$   
20.001 геворгку

9999

$$\begin{array}{r} 1111111 \\ \times 1111111 \\ \hline 1111111 \\ 11111110 \\ \hline 111111111 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ -46 \\ \hline 134 \\ +22 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -68 \\ \hline 22 \\ \times 45 \\ \hline 990 \\ +136 \\ \hline 1126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -48 \\ \hline 42 \\ \times 2 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ +23 \\ \hline 113 \\ \times 2 \\ \hline 226 \\ +136 \\ \hline 362 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +45 \\ \hline 67 \\ \times 2 \\ \hline 134 \\ +46 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +23 \\ \hline 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ -46 \\ \hline 44 \\ \times 2 \\ \hline 88 \\ +136 \\ \hline 224 \\ -44 \\ \hline 180 \end{array}$$

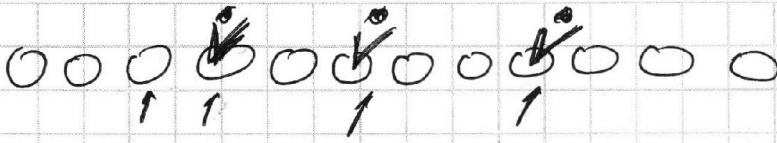


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5 кораблек

$$C_n^5$$

Кружковых

$$C_n^2$$

$$9-3$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$\dots \frac{C_n^2}{C_n^5}$$

$$9-3=6$$

9 кораблек

$$C_n^9$$

Кружковых

$$C_n^6$$

$$\frac{C_n^6}{C_n^9}$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_n^9}{C_n^6} =$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\frac{(n-6)(n-7)(n-8)}{(n-2)(n-3)(n-4)}$$

$$\frac{(5-2)(5-3)(5-4)}{5-6}$$

$$\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{(n-6)(n-7)(n-8)}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{50}$$

$$\frac{(9-2)(9-3)(9-4)}{(9-6)(9-7)(9-8)}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{15 \cdot 7}{4}$$

$$\frac{(10-2)(10-3)(10-4)}{(10-6)(10-7)(10-8)}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{56}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 3 \cdot 36 =$$

$$z = 6 - x - y.$$

$$y^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$= (x-6)^2 + (y-6)^2 + (6-x-y-6)^2 = -6 \cdot 4 + 4$$

$$= x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + x^2 + y^2 + 2xy = -24 + 4$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2xy - 12x - 12y + 2 \cdot 36$$

20.001 гевятку  $\begin{matrix} 64 \\ + 8 \\ \hline 72 \end{matrix}$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline 243 \\ \hline 18 \\ + 6 \\ \hline 243 \\ \times 9 \\ \hline 2187 \end{array}$$

$n = \underbrace{9999 \dots 999}_{20.001 \text{ штук.}}$

$9^2 \rightarrow 81$     $9^3 \rightarrow 243$     $2187$   
 $99^3$     $9^9 \rightarrow 2187$

$$\begin{array}{r} 9999 \dots 99 \\ \times 9999 \dots 99 \\ \hline 9999 \dots 99 \end{array}$$

$9^3 \cdot 11$

111...11

$n = 9 \cdot \underbrace{1111 \dots 111}_{20.001 \text{ штук}}$   
 $9^3 = 243$

$n^3 = 9^3 \cdot (111 \dots 11)^3$

$$\begin{array}{r} 111 \dots 11 \\ \times 111 \dots 11 \\ \hline 111 \dots 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11111 \\ \times 11111 \\ \hline 11111 \\ 111111 \\ 1111111 \\ \hline 12333321 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12333 \dots 3321 \\ \times 243 \\ \hline 36999999963 \\ 493333384 \\ 666642 \\ \hline 12321 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ 1111 \\ 11111 \\ \hline 12321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \\ 11111 \\ 111111 \\ 1111111 \\ \hline 1234321 \end{array}$$

$-2 \cdot 64 - 24 - 15 =$   
 $= -128 - 24 - 15$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 15 \\ \hline 39 \\ + 128 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1234321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 24 \\ + 15 \\ \hline 167 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 &= \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z = S \end{aligned}$$

$$xy - yz = -6z + 6x + z^2 - x^2$$

$$4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 20 - 24 = -4$$

$$y(x-z) = 6(x-z) - (x^2 - z^2)$$

$$125 - 4 \cdot 25 =$$

$$y(x-z) = 6(x-z) - (x-z)(x+z)$$

$$= 25(5-4) = 25$$

1)  $x=2$       2)  $y=6-x-z$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 2 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ + 30 \\ \hline 180 \\ + 15 \\ \hline 195 \end{array}$$

$$\begin{cases} xy = -6x + x^2 \\ x^2 = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$xy + yz + zx = -6x - 6y - 6z + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} S &= xy + yz + zx + 6x + 6y + 6z + 36 \cdot 3 - 12x - 12y - 12z = \\ &= xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 \cdot 3 \end{aligned}$$

1)  $x=2$   $\begin{cases} xy = -6x + x^2 \\ x^2 = -6y + y^2 \end{cases} \quad y = -6 + x$

$$\begin{array}{r} 195 \\ - 15 \\ \hline 180 \\ + 15 \\ \hline 195 \end{array}$$

$$\textcircled{2} = 25 + 4 = 29$$

$$x^2 = -6(-6+x) + (x-6)^2$$

$$x^2 = 36 - 6x + x^2 - 12x + 36$$

$$\begin{aligned} 18x &= 36 \\ x &= 2 = 2 \\ y &= -6 + 2 = -4 \end{aligned}$$

2)  $y \quad z = 6 - x - y$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times y \\ \hline 156 \\ + 25 \\ \hline 181 \\ + 18 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$y(6-x-y) = x^2 - 6x$$

$$6y - xy - y^2 + x^2 - 6x = 0$$

$$x(6-x-y) = y^2 - 6y$$

$$6x - x^2 - xy + y^2 + 6y = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + xy - 6y = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 6y + xy = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 25 - 30 + 4 &= \\ &= -1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \\
 & = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_n^9}{C_{n-3}^6} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!} \\
 & = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!} = \\
 & = \frac{5! \cdot 6!}{2 \cdot 9!} = \frac{5! \cdot 6!}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} \\
 & = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{5}{14 \cdot 3} = \frac{5}{42}.
 \end{aligned}$$

$$\left( \frac{2 \cdot 9!}{5! \cdot 6!} \right) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9^3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{18 \cdot 7}{15} \quad 6 \cdot 7 = 42.$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{5! \cdot 6!}{2! \cdot 9!} \quad \left( \frac{2 \cdot 9!}{5! \cdot 6!} \right) = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{9!}{6!} = \\
 & = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9^3}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5} \\
 & 9^3 \cdot 111 \dots 11^3 \text{ - чет девяток.} \\
 & \underline{93} \quad 243 \cdot 111 \dots 11^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 9999 \\
 \cancel{19999} \\
 \underline{9999}
 \end{array}$$



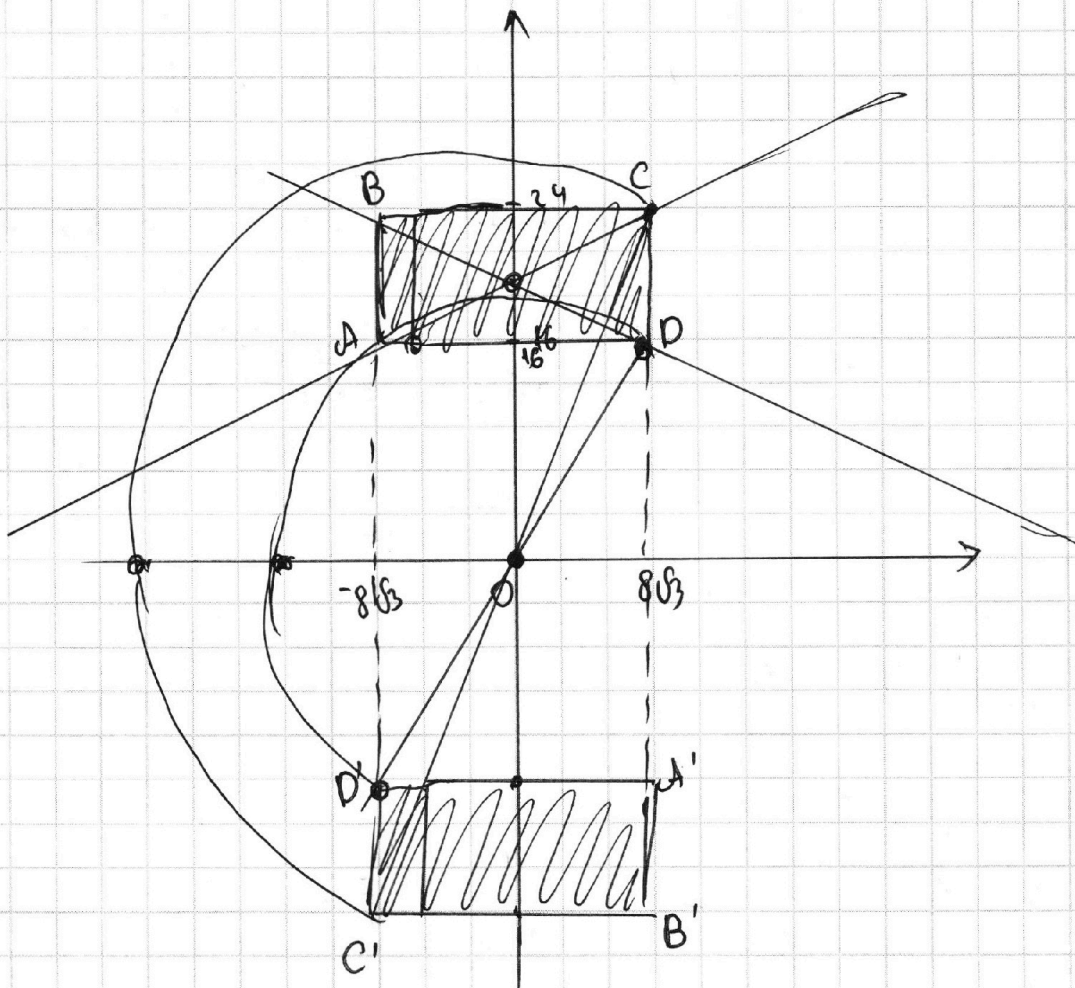
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



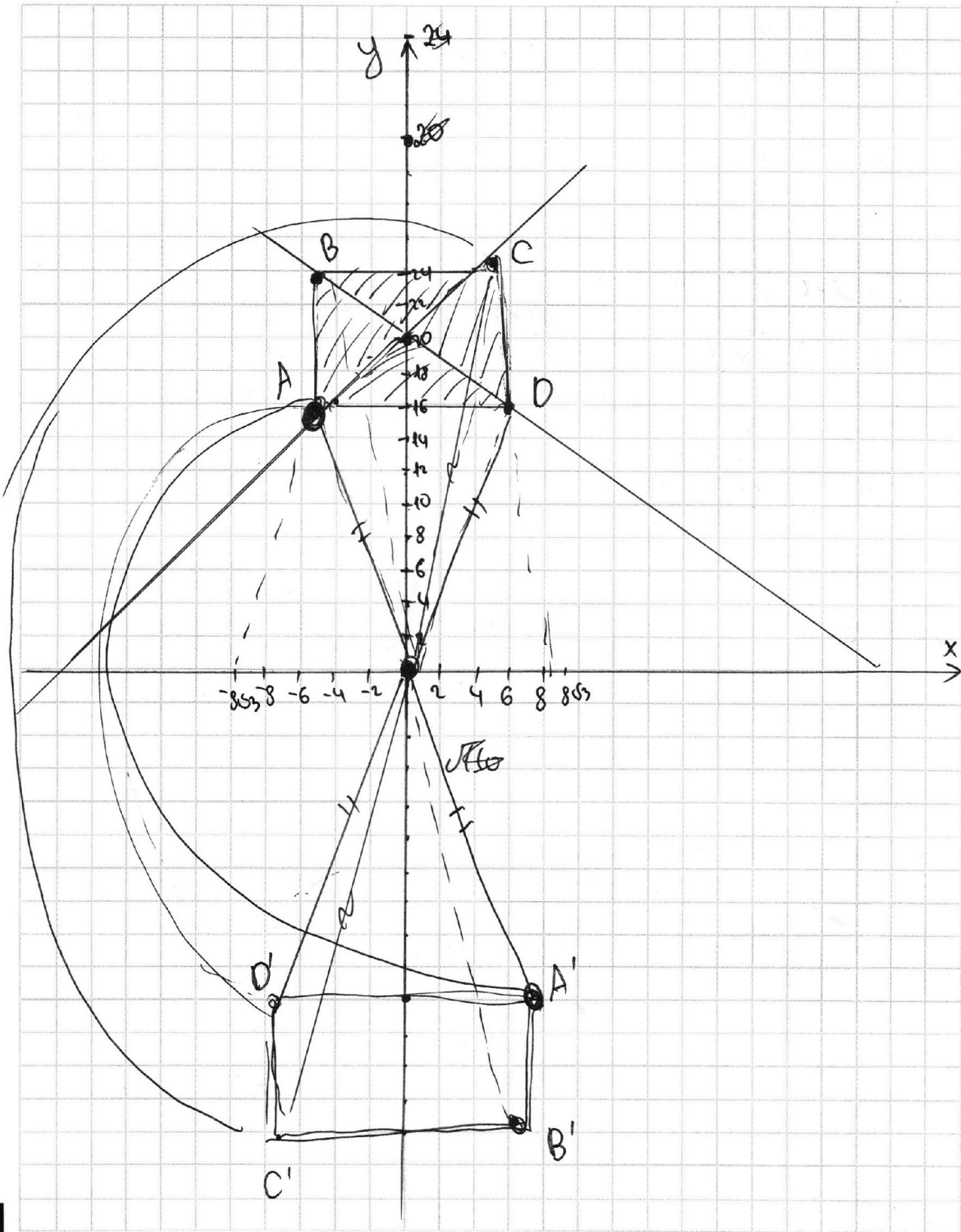


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





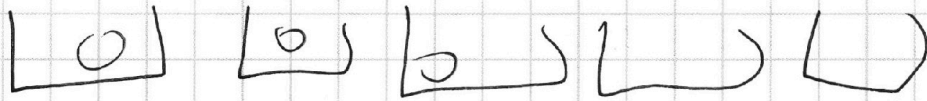


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

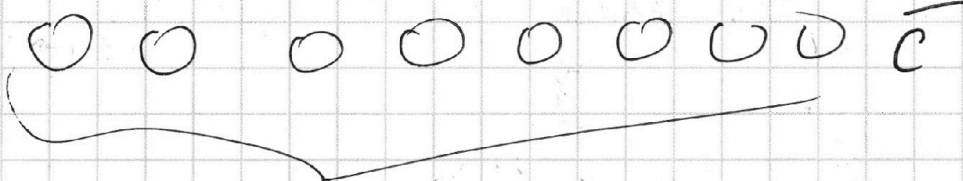
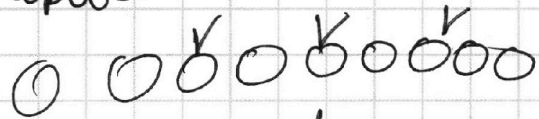


5 коробок.

9 коробок

n коробок.

9 коробок



выбираем 5 любых, кутится комбин.

$$C_n^5 \cdot \frac{1}{C_n^5} \cdot \frac{1}{C_n^9} = \frac{1}{C_n^9} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^9} = \frac{C_n^5}{C_n^9}$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5!} \cdot \frac{9!}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)} =$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)}{9!}$$

$$= \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{(n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)}$$