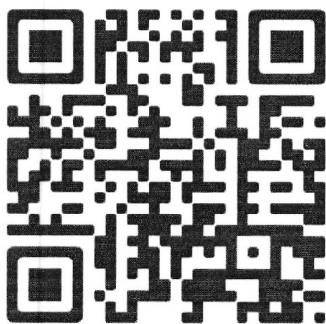
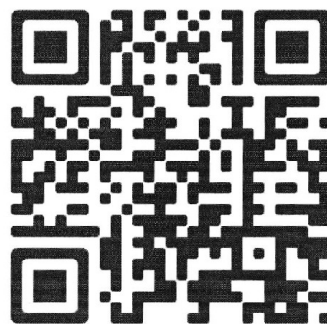




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Перепишем три уравнения в системе:

$$x^2 y^2 z^2 = x y z (z+3)(y+3)(x+3) *$$

- 1) Если хотя бы одна из переменных будет 0, значит нулём обязательно будет и какая-то другая. Решений вида $(0; a; b)$, $(a; 0; b)$ и $(a; b; 0)$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$ не может быть, в таком случае в системе найдётся уравнение, при подстановке значений в которое окажется, что $ab = 3 \cdot 0 + 0^2$, что неверно.
- 2) Решение $(0; 0; 0)$ удовлетворяет системе.
- 3) Решения вида $(0; 0; a)$, $(a; 0; 0)$ и $(0; a; 0)$ ^{$(a \neq 0)$} тоже удовлетворяют. Несомненно сообразить, что $a = -3$ во всех трёх случаях.
- 4) Теперь про ненулевые решения. Полученное уравнение в самом начале* разделим на $x y z$ (т.к. $x, y, z \neq 0$, имеем право)

$$x y z = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$\cancel{x y z} = 3(x+y+z) + 3(xy+yz+xz) + 27 + \cancel{x y z}$$

$$3(x+y+z) + (xy+yz+xz) + 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заменим x, y, z на соответствующие им выражения системы:

$$3(x+y+z) + 3z + z^2 + 3y + y^2 + 3x + x^2 + 9 = 0 \quad | +18$$

$$(z^2 + 3z + 9) + (3x + x^2 + 9) + (3y + y^2 + 9) = 18$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

Однократное значение требуемого выражения для ненулевых решений.

Для решений вида $(0; 0; -3), (0; -3; 0), (-3; 0; 0)$ значение выражения будет $(-3+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 = 9 + 9 = 18$

Для решений вида $(0; 0; 0)$ значение будет $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 = 9 + 9 + 9 = 27$.

Ответ: $\{27; 18\}$

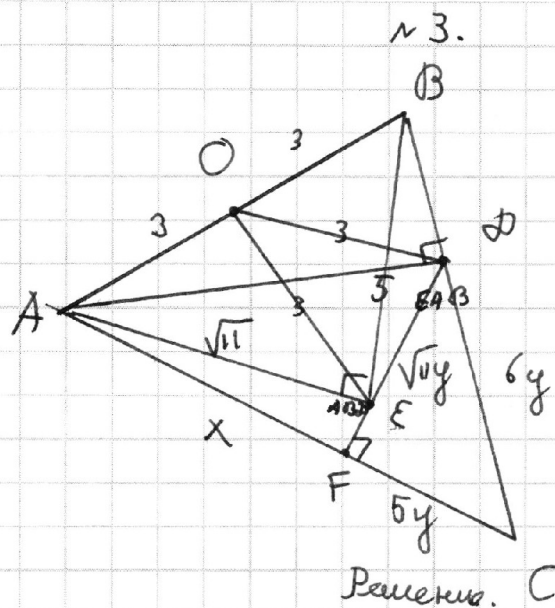


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, $\text{окр } \omega$,
диаметр $\omega - AB$,
 $\omega \cap AC = \emptyset$, $F \in AC$,
 $DF \perp AC$, $E \in DF$, $E \in \omega$
 $AC=10$, $AB=6$, $BE=5$
Найти AF .

AB - диаметр ω , значит O - центр ω и центр $AB \Rightarrow AO = BO = OF = OE = 3$

$ABFE$ - вписанный четырёхугольник $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABE = 180^\circ - \angle AFE = \angle AEF$, т.к. $\angle ABE$ и $\angle AFE$ - смежные.

Аналогично $\angle ABE = \angle FDC$, т.к. $\angle ABE + \angle EDB = \angle EDB + \angle FDC = 180^\circ$

$\angle ABE$ и $\angle ADB$ в ω опираются на диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ обе прямые, а $\triangle ABE$ и $\triangle ADB$ обе п.у.

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

Пусть $AF = x$

Теперь обобщим три подобия:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{array}{l} \angle EAB = \angle FDC \\ \triangle EAB \text{ и } \triangle FDC - \text{н.у.} \end{array} \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle FDC \text{ по трём углам}$$

$$2) \begin{array}{l} \angle AEF = \angle ABD \\ \triangle AEF \text{ и } \triangle ABD - \text{н.у.} \end{array} \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABD \text{ по трём углам}$$

$$3) DF - \text{высота в н.у. } \triangle ADC \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle DCF$$

Запишем эти пропорции

$$1) AE:AB:BE = DF:CD:FC = \sqrt{11}:6:5$$

Введём коэфф. пропорции y .

$$2) \frac{AD}{AF} = \frac{BD}{EF} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{AD}{x} = \frac{6}{\sqrt{11}} \Rightarrow AD = \frac{6x}{\sqrt{11}}$$

$$3) \frac{AD}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{DF}{CF} \Rightarrow \frac{AD}{6y} = \frac{x}{\sqrt{11}y} = \frac{\sqrt{11}}{5y}$$

$$5x = 11y \Rightarrow \frac{5}{11}x = y \Rightarrow$$

$$\rightarrow 5y = \frac{25x}{11}$$

$$AC = x + 5y = \frac{17}{11}x + \frac{25}{11}x = \frac{36}{11}x = 10$$

$$x = \frac{110}{36}$$

Ответ: $\frac{110}{36} = AF$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4.

Вероятности будем считать по формуле:

$$p = \frac{\text{Благоприятные}}{\text{все}}$$

Пусть у нас n коробок.

Тогда ^{считаем} вероятность в первом случае.

Всего способов C_n^5 - выбираем 5 коробок из n

Благоприятных $C_{(n-3)}^2$ - две случайных пустых из $(n-3)$ оставшихся и 3 открытых фиксированных с маркиками.

$$p_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

Во втором случае аналогично считаем:

C_n^6 - все исходы

$C_{(n-3)}^3$ - благоприятные (3 открытых фиксированных и 3 случайных из $(n-3)$ оставшихся)

$$p_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

считаем ответ:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-6)! \cdot 6! \cdot (n-5)! \cdot 2!}{(n-6)! \cdot 3! \cdot (n-5)! \cdot 5! \cdot n! \cdot (n-3)!}$$

$$= \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: в 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

Пусть исходная арифм. прогрессия — (b_n) , ^{разность — d} ~~значения~~

Тогда по т. Виета можем записать:

$$\begin{cases} -(a^3 - a^2) = -4(b_3 + b_8), & \text{из второго уравн-я} \\ -(a^2 - a) = -(b_5 + b_6), & \text{из первого} \end{cases}$$

Ясно, что $b_3 + b_8 = 2b_1 + 9d$, а $b_5 + b_6 = 2b_1 + 9d$

Перепишем:

$$\begin{cases} a^2(a-1) = 4(2b_1 + 9d) \\ a(a-1) = 2b_1 + 9d \end{cases}$$

Очевидно, что: $a^2(a-1) = 4a(a-1)$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

Но этого может быть недостаточно, например, прогрессия может быть постоянной.

Определим, для каких a это не так.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для этого запишем т. Виета для произведе-
ния корней:

$$\begin{cases} a-5 = b_5 b_6 \\ -a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4 = 4b_3 b_8 \end{cases}$$

$$1) a=0 \Rightarrow 2b_1 + 9d = 0 \Rightarrow b_1 = -4,5d$$

$$b_5 b_6 = (b_1 + 4d)(b_1 + 5d) = (-0,5d)(0,5d)$$

$$-5 = -0,25d$$

$$5 = \frac{d}{4}$$

$d=20$ - процессия непостоянна.

Проверим для второго уравнения:

$$-4 = 4(b_1 + 2d)(b_1 + 7d)$$

$$-4 = 4(-3,5d)(2,5d)$$

$$\begin{cases} 1 = d^2 \cdot (2,5)^2 \\ d=20 \end{cases} \quad \emptyset. \quad a=0 \text{ - не решение}$$

$$2) a=1 \Rightarrow 2b_1 + 9d = 0 \Rightarrow b_1 = -4,5d$$

$$-4 = -0,25d^2$$

$$4 = \frac{1}{4}d^2$$

$$d=16$$

$a=1$ - не решение

Проверим для второго ур-я:

$$-1 = 4(-3,5d)(2,5d) \Rightarrow \frac{1}{4} = (2,5d)^2 \Rightarrow d \neq 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) a=4 \Rightarrow 2b_1 + 9d = 12 \Rightarrow b_1 = \frac{12-9d}{2} = 6-4,5d$$

$$-1 = (6-0,5d)(6+0,5d)$$

$$-1 = 36 - 0,25d^2$$

$$0,25d^2 = 37$$

$$d^2 = 4 \cdot 37$$

$$d = \pm 2\sqrt{37}$$

$$4(b_3 \cdot b_8) = 4(b_1 + 2d)(b_1 + 7d) = 4(6-2,5d)(6+2,5d) =$$

$$= 4\left(36 - \frac{25}{4}d^2\right) = 4 \cdot 36 - 25d^2$$

$$-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4 = 4 \cdot 36 - 25d^2$$

$$-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 37 = -25d^2$$

$$4^6 - 2 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 37 = 25d^2$$

Удовлетворяют оба найденных d . Значит, $a=4$

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

Граница множества точек: $\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 3$

Раскроем модули:

$$\begin{cases} x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{— где оба выражения если} \\ \text{они оба } < 0 \text{ верно} \\ \text{то не самое; но сим-} \\ \text{метрич: } 2x - 15 = -3 \text{ и} \\ x = 6 \end{array}$$

$$\begin{cases} x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{если первое } > 0, \text{ а второе } < 0, \\ \text{то } \frac{2y}{6\sqrt{3}} = 3 \text{ и } y = 9\sqrt{3} \\ -\frac{2y}{6\sqrt{3}} = 3 \rightarrow -2y = 18\sqrt{3} \rightarrow y = -9\sqrt{3}. \end{array}$$

как ^{извест} огранич~~ены~~ представленные условия мож-
 ки на плоскости? Двумя прямыми:

$$x - \frac{15}{2} = \frac{y}{6\sqrt{3}} \text{ и } x - \frac{15}{2} = -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} = y \text{ и } -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} = y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Строим их; для этого найдём точку пересечения:

$$\begin{cases} y = -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$\left(\frac{15}{2}; 0\right)$$

$$12\sqrt{3}x = 90\sqrt{3}$$

$$x = \frac{90}{12}; x = \frac{30}{4}; x = \frac{15}{2}$$

$$y = 0$$

(примерное
постр-е)

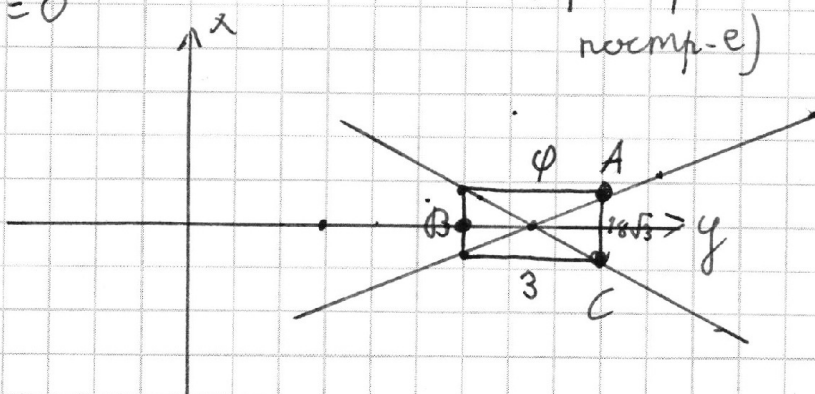


График симметричен отп. Ox , т.к. угловые коэфф. - противоположные числа.

Значит, фигура φ образует прямоугольник с координатами вершин $(6; 9\sqrt{3})$, $(6; -9\sqrt{3})$, $(9; 9\sqrt{3})$, $(9; -9\sqrt{3})$.

~~Проверим на угол π на 180° . Значит, прямоугольник зашлёт круг диаметра, равного~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

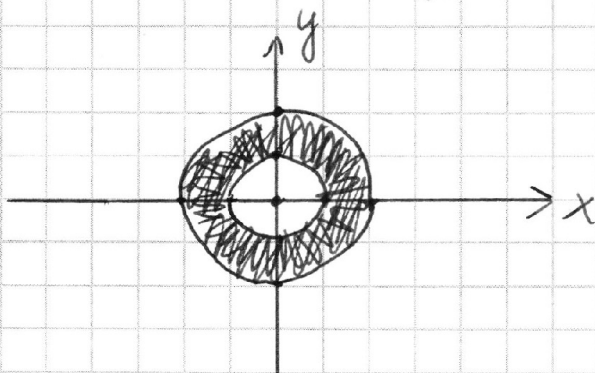
7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Повернули вокруг начала координат на 180°

После этого фигура выглядела бы так:



Большую окр. опишет точка ~~с координатами~~, наиболее удалённая от центра, малую — наименее удалённая. Ясно, что это будут точки А (или С) и В соответственно.

$$OA = \sqrt{9^2 + 3 \cdot 9^2} = 9\sqrt{4} = 18$$

$$OB = 6$$

$$\text{Площадь большого круга } S_1 = \pi \cdot OA^2 = 18\pi$$

$$\text{Малого: } S_2 = 6\pi$$

$$S_1 - S_2 = 12\pi$$

Ответ: 12π

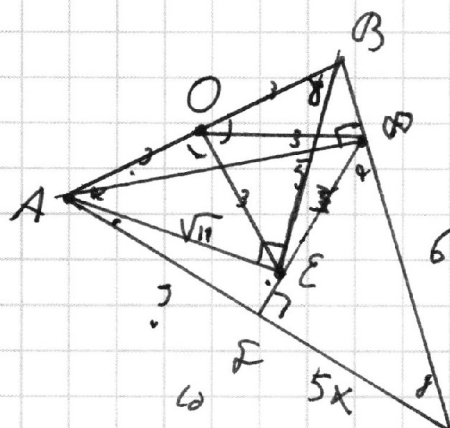


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x - 7,5 = -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$6x - y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$y = -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$$

$$y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$



$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 0$$

~~y = 0~~

$x = 7,5$, если оба ≥ 0

~~если~~

если первый < 0 второй ≥ 0 , то $-\frac{2y}{6\sqrt{3}} = 0$

если второй < 0 первый ≥ 0 - тогда $y = 0$

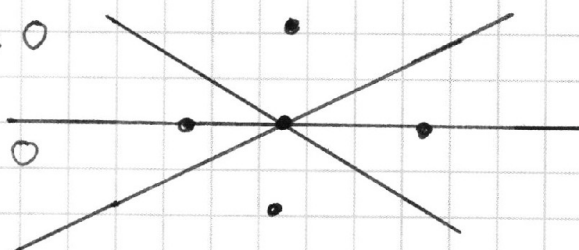
$$90\sqrt{3} = 12\sqrt{3}x \quad x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$90 = 12x$$

$$30 = 4x$$

$$x = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + y \geq 0$$



$$x^2 + y^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AF?$

$4^2(256 - 32 \cdot 2) = 4^2(4^4 - 2 \cdot 4^2 - 2) = 4^2(256 - 32 - 2) = 4^2(222) = 4^2 \cdot 2 \cdot 111 = 2 \cdot 4^2 \cdot 111 = 2 \cdot 16 \cdot 111 = 32 \cdot 111 = 3552$

$5 = c^2 + 3cd + 2cd + 6d^2 = c^2 + 5cd + 6d^2$

$2 + 5cd + 6d^2 = 5$

$c_1 + 5d = 0$

$c_6 = 0$

10

$111 \cdot 111 = 12321$

$g(111) = 111^3 = 1367631$

$-4^6 + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4 = -4096 + 2 \cdot 256 + 2 \cdot 16 - 4 = -4096 + 512 + 32 - 4 = -3552$

$-2 \cdot 36 + 2 \cdot 2 \cdot 8 + 2 = -72 + 32 + 2 = -38$

$2 \cdot 12 + 2 + 2 \cdot 4 - 2 = 24 + 2 + 8 - 2 = 32$

$2 \cdot 4^2(4^2 + 1) = 2 \cdot 16 \cdot (16 + 1) = 2 \cdot 16 \cdot 17 = 544$

$-2 \cdot 4^2 = -32$

$-2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 2^2 - 1 = -2000 + 8 - 1 = -1993$

$c_1, c_8 - 2$

$c_3, c_4 - 1$

$a^2 - a = c_3 + c_4$

$a - 5 = c_3 c_4$

$a^2(a - 1) = 4(c_1 + c_6)$

$a(a - 1) = 2c_1 + 5d$

$a - 5 = (c + 2d)(c + 3d)$

$a^2(a - 1) = 4(2c_1 + 5d)$

$a(a - 1) = c_5 + c_6$

$a^2(a - 1) = 4(c_3 + c_8)$

$4a(a - 1) = a^2(a - 1)$

$a(a - 1)(a + 4) = 0$

$a(a - 1)(4 - a) = 0$

$a(a - 1) = 2c_1 + 9$

$a^2(a - 1) = 4(2c_1 + 9)$

$-5 = (-3d)(-2d)$

$d = -\frac{5}{6}$

10

c

7

5

3

6

4

2

1

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

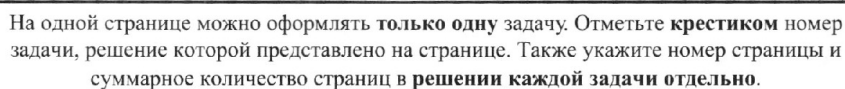
96

97

98

99

100



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 3x) + (3x + 9)$$

$$xy + yz + xz + 3(x + y + z) +$$

$$(x+3)(y+3)(z+3) = \dots$$

$$= xyz + \underline{3xy + 3xz + 3yz} + 27 + 9(x+y+z)$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+3)(y+3)(z+3)$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$3xy + 3xz + 3yz + 2z + 9(x+y+z) = 0$$

$$3(3z+z^2) + 3(3x+x^2) + 3(3y+y^2) + 2z + 9(x+y+z) = 0$$

$$5/25 \quad 3z + z^2 + 3x + x^2 + 3y + y^2 + 9 + x + y + z = 0$$

$$(x-a)(x-b)^2$$

$$= x^2 - (a+b)x + ab$$

$$-(a^2 - a) = -c_3 - c_4$$

$$z(3+z) = 0$$

$x=0 \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-3 \\ y=0 \\ y=-3 \end{cases}$

$(0; 0; -3)$

$$0.6 = 3(-3) + 9V$$

$$a(a-1) = C_3 + C_4$$

$$a-5 = c_3 c_4$$

$$a^3 - a^2 = 4(c_1 + c_6)$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5) = 0$$

$$-a^6 + 2a^4 + 2a^2 - 4 = 4C_1C_6$$

$$2i \cdot 5 = 2e$$

$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$

$$\frac{51.3}{21.61} = \frac{3}{2.5}$$

$$K = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-5)! \cdot 2! \cdot (n-6)! \cdot 3!}{(n-5)! \cdot 2! \cdot (n-6)! \cdot 6! \cdot n! \cdot (n-5)!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

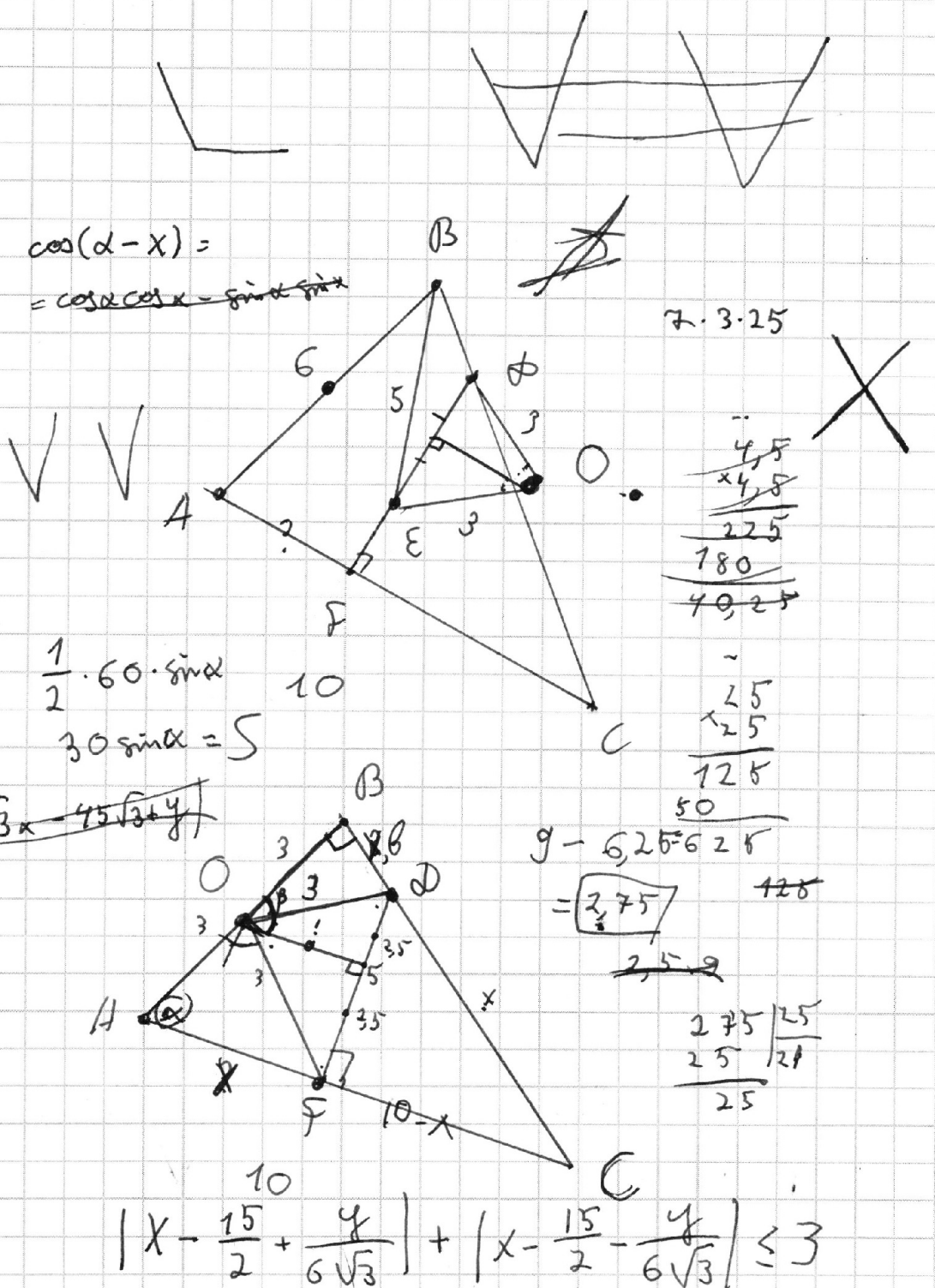
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AD}$
 $\frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{x}{AD}$
 $AD = \frac{6x}{\sqrt{11}}$
 $\sqrt{36 - \frac{36}{11}x^2} =$
 $C = 6\sqrt{1 - \frac{x^2}{11}}$
 $4+4+5+5=18 \rightarrow 31$
 $2+5+6=13$
 $\frac{x}{\sqrt{11}y} = \frac{\sqrt{11}y}{5y} = \frac{AD}{6y}$
 $\frac{x}{\sqrt{11}y} = \frac{\sqrt{11}}{5} = \frac{6x}{\sqrt{11} \cdot 6y}$
 $5x = 11y$
 $y = \frac{5}{11}x$
 $31 - 8 = 23$
 $\frac{23+8=31}{26}$
 $9(111...1)$
 40000
 $9999^8 \cdot 9$
 $9999 \cdot 9$
 91



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

