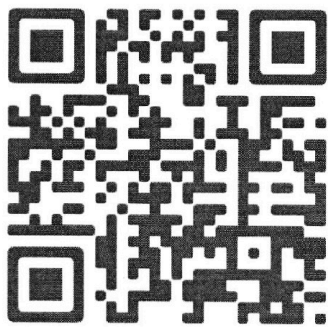




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. (xy + yz + zx) = 0$$

$$(xy + yz + zx)^2 = 0$$

$$(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 + 2x^2yz + 2xy^2z + 2xyz^2 = 0$$

$$(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 = -2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2$$

$$\cancel{\frac{xy}{yz}} \quad xy = 3z + z^2 \Rightarrow \frac{xy}{z} = 3 + z$$

$$(z+3) + (y+3) + (x+3) = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} =$$

$$= \frac{(xy)^2 + (yz)^2 + (xz)^2}{xyz} = \frac{-2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2}{xyz} =$$

$$= -2x - 2y - 2z$$

$$x+3 + y+3 + z+3 = -2x - 2y - 2z$$

$$3x + 3y + 3z = -9yz$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \boxed{x^2 + 3x} + 3x + 9 + \boxed{y^2 + 3y} + 3y + 9 + \boxed{z^2 + 3z} + 3z + 9 = (xy + yz + zx) + (3x + 3y + 3z) + 3 \cdot 9 =$$

$$= -9 + 3 \cdot 9 = 18$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases} \quad x = \frac{3z + z^2}{y}$$

$$\left(\frac{3z + z^2}{y}\right) \cdot z = 3y + y^2 \quad | \cdot y$$

$$3z^2 + z^3 = 3y^2 + y^3$$

$$3z^2 - 3y^2 + z^3 - y^3 = 0$$

$$3(z-y)(z+y) + (z-y)(z^2 + zy + y^2) = 0$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

1. $z = y$

$$x = \frac{3y + y^2}{y} = 3 + y$$

$$y \cdot y = 3(3 + y) + (3 + y)^2$$

$$y^2 = 9 + 3y + 9 + 6y + y^2$$

$$0 = -18 = 9y$$

$$y = -2$$

$$z = -2$$

$$x = (3 - 2) = 1$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (1+3)^2 + (-2+3)^2 + (-2+3)^2 = 16 + 1 + 1 = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99 \dots 99}_{40600}$$

$$n = \underbrace{10 \dots 0}_{\substack{\cancel{40001} \\ 40001}} - 1 = 10^{40000} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{40000} - 1)^3 = (10^{\cancel{8040000}})^3 - 3(10^{40000})^2 + 3(10^{40000}) - 1 = \\ &= 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \end{aligned}$$

$$= \underbrace{999 \dots 99}_{39999} 7000 \dots 000 2 \underbrace{9999 \dots 999}_{40000}$$

Ответ: 79999

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$\angle BAC = K$$

$$BK \perp AC \text{ т.к.}$$

$$\angle BKA \text{ опирается на диаметр.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BK \parallel DE \Rightarrow BDEK - \text{трапеция} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BD = KE \Rightarrow \boxed{BE = KD} = 5 \text{ (случай когда E середина трапеции)} \text{ (аналогично)}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DKC \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DK}$$

$$DC = \frac{DK \cdot AC}{AB} \quad DC = \frac{5 \cdot 10}{6} = \frac{25}{3}$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB \text{ (степенная)}$$

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{25}{30}$$

$$\text{в } \triangle CBK \quad \frac{CK}{CB} = \cos \angle BCK \quad \cos \angle BCK = \frac{25}{30}$$

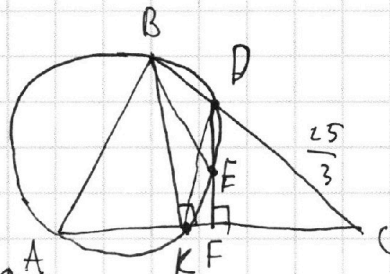
$$\text{в } \triangle DCF \quad \frac{CF}{CD} = \cos \angle DCF = \cos \angle BCK = \frac{25}{30}$$

$$CF = \frac{DC}{\frac{25}{30}} =$$

$$CF = \cos \frac{25}{30} \cdot DC = \frac{25 \cdot 25}{90}$$

$$AF = AC - CF = 10 - \frac{25^2}{90} = \frac{900 - 625}{90} = \frac{275}{90}$$

$$\text{Ответ: } \frac{275}{90}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n - кол-во коробок.

Посчитаем вероятность победы игрока, когда он открывает 5 коробок

$$\text{вероятность} = \frac{\text{хорошие исходы}}{\text{все исходы}}$$

хороший исход - три шарика в пяти открытых коробках - C_5^3

все исходы - три шарика во всех коробках - $C_n^3 \Rightarrow \text{вероятность} = \frac{C_5^3}{C_n^3}$

аналогично вероятность победы игрока, когда он открывает 6 коробок - $\frac{C_6^3}{C_n^3}$

$$\begin{aligned} \text{тогда } \frac{\frac{C_6^3}{C_n^3}}{\frac{C_5^3}{C_n^3}} &= \frac{C_6^3 - C_n^3}{C_n^3 \cdot C_5^3} = \frac{C_6^3}{C_5^3} = \\ &= \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6}}{\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6}} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

Ответ: в два раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Реш.~~ $x_1 = a + 4t$ $x_2 = a + 5t$

x_1, x_2 - корни первого уравнения

$x_1 = b + 4t$ $x_2 = b + 5t$

x_3, x_4 - корни второго уравнения

$x_3 = b + 2t$ $x_4 = b + 7t$

$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2b + 9t$

по П. Виета $x_1 + x_2 = \frac{(a^2 - a)}{1}$; $x_3 + x_4 = \frac{(4^3 - a^2)}{4}$

$(a^2 - a) = \frac{(a^3 - a^2)}{4}$ $4a^2 - 4a = a^3 - a^2$ $a^3 - 5a^2 + 4a = 0$

$a(a-1)(a-4) = 0$ $a = 0 \vee a = 1 \vee a = 4$

1. если $a = 0$

$x^2 - 5 = 0$ $4x^2 - 4 = 0$

$x = \pm\sqrt{5}$ $x = \pm 1$

$-\sqrt{5} | -1 | 1 | \sqrt{5}$!!! (3 и 8 ~~члены~~ члены прогрессии не могут быть между 5 и 6)

2. если $a = 1$

$x^2 - 4 = 0$ $4x^2 - 1 = 0$

$x = \pm 2$ $x = \pm \frac{1}{2}$

-2 $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 2 !!!

(аналогично)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. если $a = 4$

$$x^2 - (16 - 4)x + 4 - 5 = 0$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 1 = 37$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{37}$$

$$4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^3 - 4^6 - 4 = 0 : 4$$

$$x^2 - 12x + 2 \cdot 64 + 2 \cdot 4 - 1024 - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 889 = 925$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{925} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

Какое у нас может быть

$$6 - \underset{1}{9\sqrt{37}}; 6 - \underset{2}{7\sqrt{37}}; 6 - \underset{3}{5\sqrt{37}}; 6 - \underset{4}{3\sqrt{37}}; 6 - \underset{5}{\sqrt{37}};$$

$$\underset{6}{6 + \sqrt{37}}; \underset{7}{6 + 3\sqrt{37}}; \underset{8}{6 + 5\sqrt{37}};$$

Ответ: при $a = 4$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{\sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} = \frac{\sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{\sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} + 2 -$$

$$+ 2 \frac{\sin(135^\circ - \beta) \sin(115^\circ)}{\sin \beta \sin(20^\circ)} - 2\sqrt{2} \frac{\sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta} - 2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$0 = 2 + \frac{\sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta} \left(2 \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - 2\sqrt{2} \right) - 2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$\frac{2\sqrt{2} \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - 2}{\left(2 \frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - 2\sqrt{2} \right)} = \frac{\sin(135^\circ) \cos \beta - \sin \beta \cos 135^\circ}{\sin \beta}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}} + \cos 135^\circ}{\sin(135^\circ)} = \operatorname{ctg} \beta$$

$$\beta = \operatorname{arccctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}} + \cos 135^\circ}{\sin(135^\circ)} \right)$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{arccctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2} \sin(115^\circ) - 1}{\frac{\sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}} + \cos 135^\circ}{\sin(135^\circ)} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Dans:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$P, Q \in BC$$

$$DP = PQ$$

$$\angle DPQ = 90^\circ$$

$$\angle DCB = 20^\circ$$

$$\angle DBC = ?$$

$$QD = DP = a$$

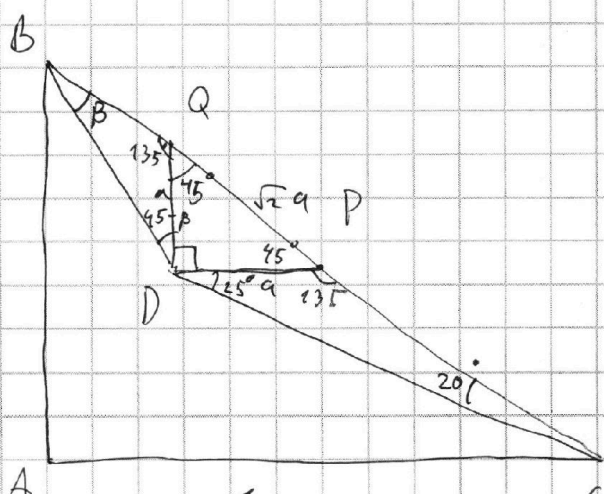
$$QP = \sqrt{2}a$$

$$\angle BQP = \angle DPC = 135^\circ$$

$$\angle DBC = \beta$$

$$\angle QDB = 180^\circ - 135^\circ - \beta = 45^\circ - \beta$$

$$\angle PDC = 180^\circ - 135^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$



$$\triangle CDQ$$

$$\frac{CQ}{\sin(90^\circ + 25^\circ)} = \frac{a}{\sin 20^\circ}$$

$$CQ = \frac{a \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$AC = CQ = \frac{a \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)}$$

$$\triangle BDP \quad \frac{BP}{\sin(90^\circ + 45^\circ - \beta)} = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$BP = \frac{a \sin(90^\circ + 45^\circ - \beta)}{\sin \beta}$$

$$AB = BP = \frac{a \cdot \sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta}$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AB^2 + AC^2 = (BP + QC - QP)^2$$

$$\frac{a^2 \cdot \sin^2(135^\circ - \beta)}{\sin^2 \beta} + \frac{a^2 \cdot \sin^2(115^\circ)}{\sin^2 20^\circ} = \left(\frac{a \sin(135^\circ - \beta)}{\sin \beta} + \frac{a \cdot \sin(115^\circ)}{\sin(20^\circ)} - \sqrt{2}a \right)^2 \quad / : a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{3z + z^2}{y}$$

$$3z^2 + z^3 - 3y^2 + y^3$$

$$\left(\frac{a \cdot \sin(135^\circ + \beta)}{\sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2} a}{2 \sin 20^\circ} \right)^2 =$$

$$\frac{3z^2 + z^3}{y} = 3y + y^2$$

$$z^3 - y^3 + 3z^2 - 3y^2 = 0$$

$$(z - y)(z^2 + zy + y^2) + 3(z - y)(z + y) = 0$$

$$(z - y)(z^2 + zy + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$$z = y$$

$$(z - y)(xy + zy + zx) = 0$$

$$y^2 = \left(\frac{3z + z^2}{y} \right)^2 + \left(\frac{3y + y^2}{y} \right)^2$$

$$= \left(\frac{a \cdot \sin(135^\circ + \beta)}{\sin \beta} + \frac{\sqrt{2} a}{2 \sin 20^\circ} - \sqrt{2} a \right)^2$$

$$= \frac{yz}{y+z} - \frac{3z^2 + z^2}{y}$$

$$x = -\frac{yz}{y+z} \quad y^2 = (3 + z)(y + z)$$

$$y^2 = 9 + 6y + y^2$$

$$yz = 3yz + \frac{yz}{y+z}$$

$$y^2 = 3y + 3z + zy$$

$$12y = 18$$

$$y = -\frac{18}{12} = -\frac{3}{2} = z$$

$$x = 3 + y = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$(xy + zy + zx) = 0$$

$$(xy)^2 + (zx)^2 + (zy)^2 = -2xy^2z - 2x^2yz - 2xy^2z$$

$$\frac{xy}{z} + \frac{zy}{x} + \frac{xz}{y} = \frac{(xy)^2 + (zx)^2 + (zy)^2}{xyz} = -2x - 2y - 2z$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = -6x - 9 - 6y - 9 - 6z - 9$$

$$x+3 + x+3 + y+3 + y+3 + z+3 + z+3 = -2x - 2y - 2z$$

$$x+y+z = -3$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= \frac{18}{y^2} + 3x + 9 + xz + 3x + 9 + xy + 3x + 9 =$$

$$= -9 + 9 + 9 + 9 = 18$$

$$\left(\frac{\sin(135^\circ + \beta)}{\sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ} \right)^2 = \left(\frac{\sin(135^\circ + \beta)}{\sin \beta} + \frac{\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ} - \sqrt{2} \right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

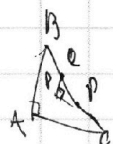
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = \frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^5}$$

$$= yz + 3x + 9 + zx + 3y + 9 + xy + 3z + 9$$



$$\frac{xy}{z} = z+3 \quad | \cdot 3 = \quad 3 \frac{xy}{z} = 3z+9$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 = \frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^5}$$

$$yz + 3 \frac{yz}{x} + zx + \frac{3zx}{y} + xy + 3 \frac{xy}{z} =$$

$$= yz \left(1 + \frac{3}{x}\right) + zx \left(1 + \frac{3}{y}\right) + xy \left(1 + \frac{3}{z}\right)$$

$$\frac{CD}{CA} = \cos \alpha$$

$$999 \dots 999$$

$$(1000 \dots 000 - 1)^3 =$$

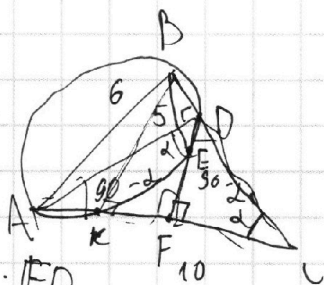
$$9^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$99^3 = 10$$

$$1000 \dots 000^3 - 3 \cdot 1000 \dots 000^2 + 3 \cdot 1000 \dots 000 - 1$$

$$5^2 = BD^2 + DE^2 - 2BD \cdot DE \cos$$

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^3}{C_n^6} = \frac{C_n^3 C_n^5}{C_n^8 C_n^2}$$



$$FA = \frac{FE \cdot FD}{AK \cdot FL}$$

$$FA = \frac{\sin \alpha \cdot PC \cdot FE}{AK}$$

$$AK \cdot AF = FE \cdot FD$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{FC}{FD} = \frac{FD}{AD}$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{FD}{AD} = \frac{FC}{DC}$$

$$\frac{CK}{CB} = \frac{FC}{DC} = \frac{FD}{AD}$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2}$$

$$BK = \sin \alpha \cdot BC$$

$$AK = \sqrt{36 - \sin^2 \alpha \cdot BC^2}$$

$$5^2 = BD^2 + DE^2 - 2BD \cdot DE \cdot \cos(90 + \alpha) =$$

$$25 = BD^2 + DE^2 + 2BD \cdot DE \sin \alpha$$

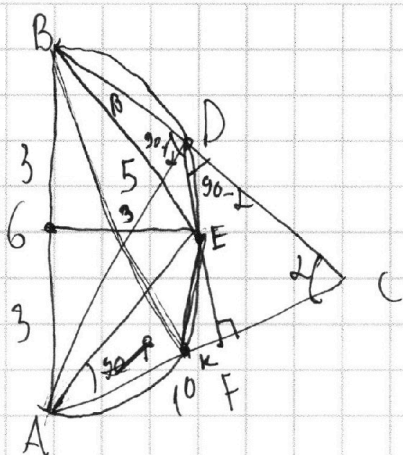


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BD^2 = 36 + 36 - AD^2$$

$$\cos \alpha = \frac{25}{30}$$

$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$CK = BC \cos \alpha$$

$$BD^2 = 36 - 100 + CD^2$$

$$CD = \cos \alpha \cdot AC$$

$$\frac{CD}{DB} = \frac{CF}{FK}$$

$$AF = AE - \sin$$

$$BD^2 = 25 = BD^2 + DE^2 + BD \cdot DE \sin \alpha$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB$$

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{25}{30}$$

$$(x - 3 \cos \alpha)^2 + (y - 3 \sin \alpha)^2 = 10^2$$

$$\frac{CK^2}{CB} \quad \frac{CK}{CB} = \frac{CK}{CB}$$

$$CD = BE$$

$$\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{DK}$$

$$BK = \sqrt{CB^2 - CK^2}$$

$$DC = \frac{AC \cdot DK}{AB} = \frac{10 \cdot 5}{6} = \frac{25}{3}$$

$$CD \cdot CB = CK \cdot CA$$

$$CD = \frac{CK \cdot CA}{CB}$$

$$\frac{DF}{BK} = \frac{CD}{CB}$$

$$DF = \frac{CD \cdot BK}{CB}$$

$$DF = \frac{BK \cdot CK \cdot CA}{CB^2} = 10 \sqrt{1 - \frac{CK^2}{CB^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение~~

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^2}{C_n^3 C_5^3} \quad \frac{C_n^3 \cdot C_n^3}{C_n^6}$$

$$\frac{C_n^3 \cdot C_n^3}{C_n^6 C_6^3} = \frac{C_n^3 \cdot C_n^5}{C_n^6 \cdot C_n^1} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120} =$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{720} \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

$$= 2 \frac{n-2}{n-5}$$

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 10$$

$$10 + 10(n-5) + 5 \frac{(n-5)(n-4)}{2} + \frac{(n-5)(n-4)(n-3)}{6}$$

$$C_6^3 + C_6^2 + C_{n-6}^1 + C_6^1 + C_6^2$$

$$\frac{C_5^3}{C_n^3} \rightarrow \frac{C_6^3}{C_n^3} = 2$$

$$\sin(2+\alpha) = \sin \alpha \cos 2 + \sin 2 \cos \alpha$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6} =$$

$$\frac{\sin^2(135+\beta)^2}{\sin^2(\beta)^2} + \frac{1}{2\sin 20^\circ} = \frac{\sin(135+\beta)}{\sin(\beta)} + \frac{1}{2\sin 20^\circ} + 2 +$$

$$+ \frac{\sin(135+\beta) \cdot \sqrt{2}}{\sin(\beta) \cdot \sin 20^\circ} = \frac{1}{\sin 20^\circ} - 2 \frac{\sin(135+\beta) \cdot \sqrt{2}}{\sin(\beta)}$$