



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{yz} + \underbrace{y^2 - 2y + 1}_{xz} + \underbrace{z^2 - 2z + 1}_{xy} =$$

$$= yz + xz + xy + 3$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \overbrace{x^2 - 2x + 4}^{yz} - 2x + \overbrace{y^2 - 2y + 4}^{zx} - 2y + \overbrace{z^2 - 2z + 4}^{xy} - 2z =$$

$$= yz - 2x + zx - 2y + xy - 2z + 12 =$$

$$= yz + zx + xy - 2(x + y + z) + 12$$

$$\begin{cases} xy = (z-2)z \\ yz = (x-2)x \\ zx = (y-2)y \end{cases}$$

$$(z-2)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} =$$

$$= \frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{z^2 x^2 y^2}$$

$$z^2 x^2 y^2 = x y z (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$(x-2)(y-2)(z-2) = \underline{\underline{xyz}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{xyz} (x-2)(yz-2(y+z)+4) = xyz$$

$$xyz - 2x(y+z) + 4x - 2yz + 4(y+z) - 8 = xyz$$

$$-2(xy+xz+yz) + 4(x+y+z) = 8$$

$$xy+xz+yz - 2(x+y+z) = -4$$

$$yz + zx + xy - 2(x+y+z) + 12 = 8 \quad *$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

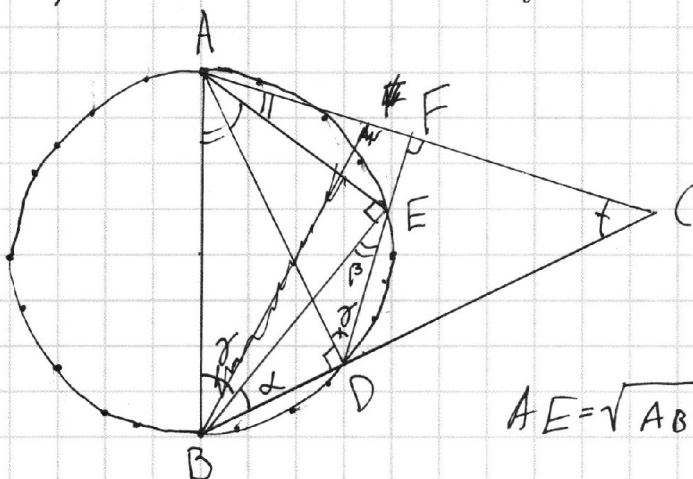
7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3:

Поставить равные и прямые углы на рисунке из соображений вписанных углов ВСЕ и суммы углов Δ



$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ - \beta = 90^\circ - \beta$$

$$\rightarrow \angle AEF = \alpha + \gamma = \angle EAF = \beta$$

Аналог.

$$\angle DCF = \gamma$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 2\sqrt{4}$$

Из рисунка видно, что $\Delta AFD \sim \Delta FDC \sim \Delta ABE$

по равным углам
 $\alpha + \beta$ и γ и 90°

$$\Delta AFD \sim \Delta FDC: \frac{AF}{FD} = \frac{FD}{FC} \Rightarrow FD^2 = AF \cdot FC$$

$$\Delta AFD \sim \Delta ABE: \frac{AF}{AE} = \frac{FD}{BE} \Rightarrow FD = \frac{BE}{AE} AF = \frac{3\sqrt{4}}{4} AF$$

$$FD^2 = \frac{9}{4} AF^2 = AF \cdot FC \Rightarrow FC = \frac{9}{4} AF$$

$$AF + FC = AC = \frac{16}{4} AF \Rightarrow AF = \frac{4}{16} AC = \frac{70}{16}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{70}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4:

Рассмотрим случай, когда игрок выбрал ^{K из n} ~~натур~~ коробок и найдём вероятность его победы. Событием является случайное распределение 3-х шариков по K коробкам. нас удовлетворяет только тот случай, когда все три шарика оказались в выбранных K коробках.

Всего благоприятных исходов - C_K^3 (кол-во расположений 3-х шариков в выбранных K коробках). Всего исходов - C_n^3

Тогда вероятность победы $P = \frac{C_K^3}{C_n^3}$

$$\begin{cases} P_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3} \\ P_2 = \frac{C_7^3}{C_n^3} \end{cases} \Rightarrow N = \frac{C_7^3}{C_5^3} = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{3! \cdot (5-3)!}{5!}$$

$$N = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 3,5$$

Ответ: Вероятность выигрыша выросла в $N=3,5$ раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5:

Обозначим корни первого уравнения за x_1, x_2 ; второе - x_1', x_2' . Тогда по м. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 2a \\ x_1' + x_2' = (a^3 - 2a^2)/3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{и } i\text{-тый член прогрессии можно} \\ \text{записать как } a_i = a_1 + (i-1)b \end{array} \right.$$

$$x_1 + x_2 = x_1' + x_2' = \leftarrow \begin{aligned} &= 2a_1 + 11b \end{aligned}$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow \underline{a = 0; 2; 3}$$

Чтобы прогрессия была непостоянной, $b \neq 0$, и $x_1, x_2 \neq x_1', x_2'$, т.е. $a^2 - a - 4 \neq \frac{6 - a^5}{3}$ (по м. Виета)

Для каждого из найденных a , это условие выполнено.

Значит,

Ответ: $a = 0; 2; 3$

$$a = 0: -4 \neq 2$$

$$a = 2: -5 \neq \frac{26}{3}$$

$$a = 3: -1 \neq 49$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_5 = S_{\text{вкр}} - S_{\text{мкр}}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 =$$

$$= 2(S_1 + S_2) + S_5$$

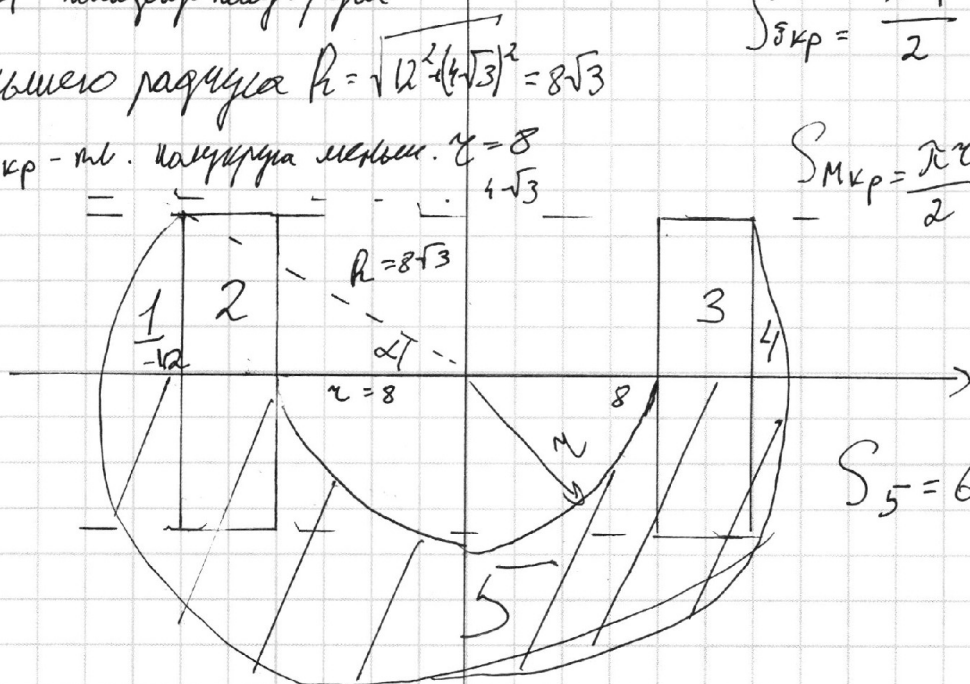
$S_{\text{вкр}}$ - площадь полуокружности

большого радиуса $R = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8\sqrt{3}$

$S_{\text{мкр}}$ - пл. полуокружности меньш. $r = 8$

$$S_{\text{вкр}} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{192\pi}{2} = 96\pi$$

$$S_{\text{мкр}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$$



$$S_5 = 64\pi$$

$$\tan \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$S_1 = \frac{\alpha}{2} R^2 - (4\sqrt{3} \cdot 12) = \frac{\pi \cdot 192}{12} - 48\sqrt{3} = 16\pi - 24\sqrt{3}$$

$$S_2 = 4 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$S = 2(16\pi - 24\sqrt{3} + 16\sqrt{3}) + 64\pi = 96\pi - 16\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } S = 96\pi - 16\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

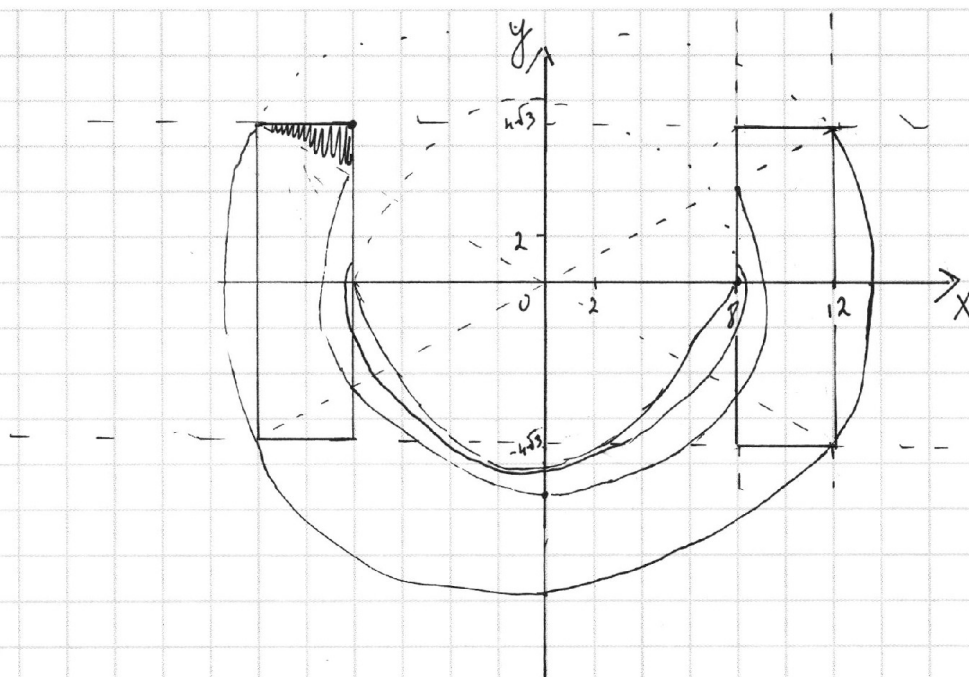
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При повороте каждая м. опишет пауккружность вокруг $(0;0)$ и т. д., и фигура перейдет в симметричную самой себе от. Оу. Значит, всего будет ~~две~~ фигуры заметят площадь под фигурой, образованной самой Φ , симметричной ей фигурой и ~~это~~ под кругами слови, ~~мы~~ построения самой близкой к $(0;0)$ точкой ~~и~~ $(8;0)$ и самой дальней $(12; 4\sqrt{3})$ (см. рис.). Рассчитаем площадь, заштрихованной фигуры



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6:

Зададим прямые, ограничивающие фигуру со всех сторон. Эти ~~ли~~ прямые будут задаваться такими уравнениями $y(x)$, что $f(x) = |\dots| + |\dots| = 4$, т.к. все другие случаи будут лежать внутри фигуры F .

прямая I: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow \underline{x = 12}$$

прямая II: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow \underline{y = 4\sqrt{3}}$$

прямая III: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = -4 \Rightarrow \underline{x = 8}$$

прямая IV: $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} < 0$; $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0$

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow \underline{y = -4\sqrt{3}}$$

Значит, фигура выглядит, как прямоугольник с координатами вершин $(8; 4\sqrt{3})$; $(10; 4\sqrt{3})$; $(10; -4\sqrt{3})$; $(8; -4\sqrt{3})$ см. рис.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

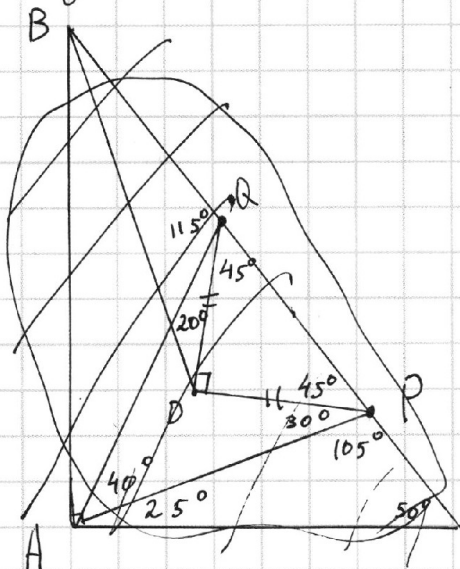
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7:



$$1.) \triangle AQC - \text{п/с} \Rightarrow \angle QAC = \angle QCA = \frac{180^\circ - \angle QCA}{2} = 65^\circ$$

$$2.) \triangle DQP - \text{п/с}; \text{п/с} \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$3.) \angle AQR = \angle AQC - \angle DQP = 20^\circ$$

$$4.) \triangle ABP - \text{п/с} \Rightarrow \angle APB = \angle PAB = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} =$$

$$5.) \angle APD = \angle APQ - \angle DPQ = 30^\circ - 45^\circ = -15^\circ$$

$$6.) \angle QAP = 180^\circ - \angle AQP - \angle APQ = 180^\circ - 115^\circ - 105^\circ = 40^\circ$$

$$7.) \angle APC = 180^\circ - \angle APB$$

$$7.) \angle BDP (\text{н.в.}; \text{н.р.}) = 360^\circ - (\angle AQR + \angle APD + \angle QAP) =$$

$$= 360^\circ - (20^\circ + 25^\circ + 45^\circ) = 170^\circ$$

$$\angle QAP = \frac{1}{2} \angle QDP \Rightarrow \text{т. А, Q, Р лежат на}$$

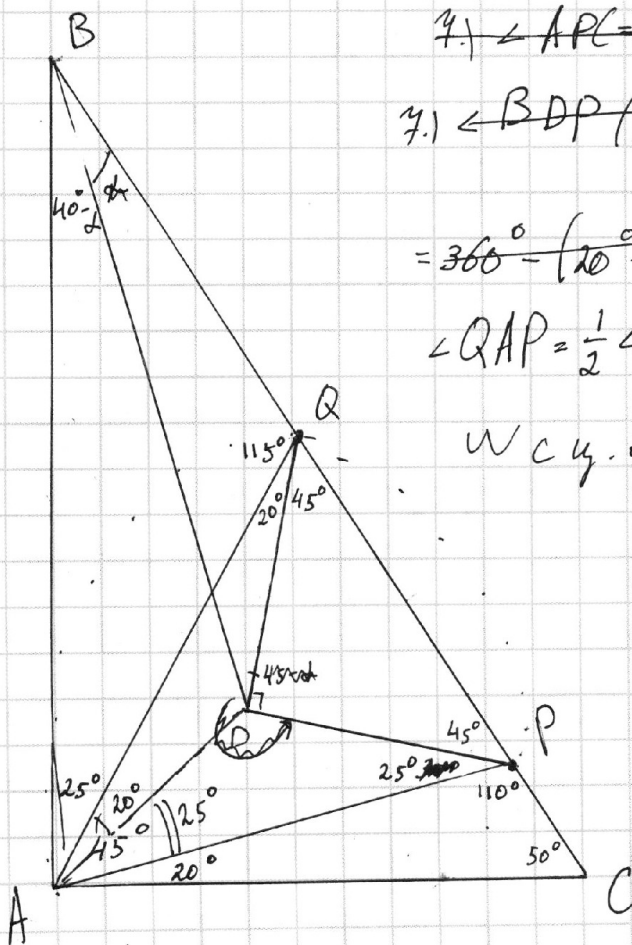
$$\text{н.с.ц. в.т. Q, и } \angle QDP - \text{центр.};$$

$$\angle QAP - \text{вн.с.}$$

$$\angle QAD = 20^\circ (\triangle AQP - \text{п/с})$$

$$\angle PAP = 25^\circ (\triangle ADP - \text{п/с})$$

$$AD - \text{бис. } \angle BAC$$



$$\angle DBC = 20^\circ$$

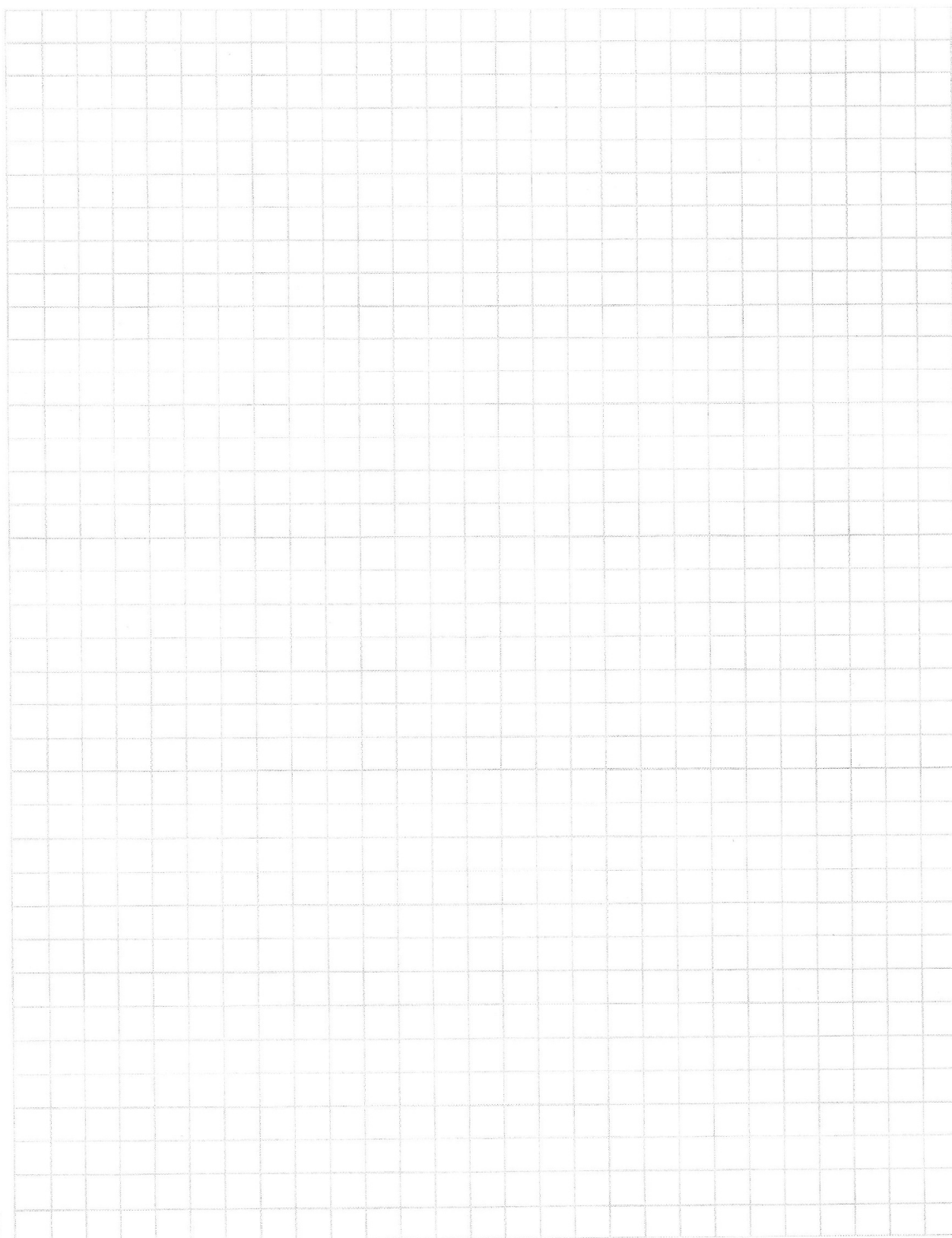


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



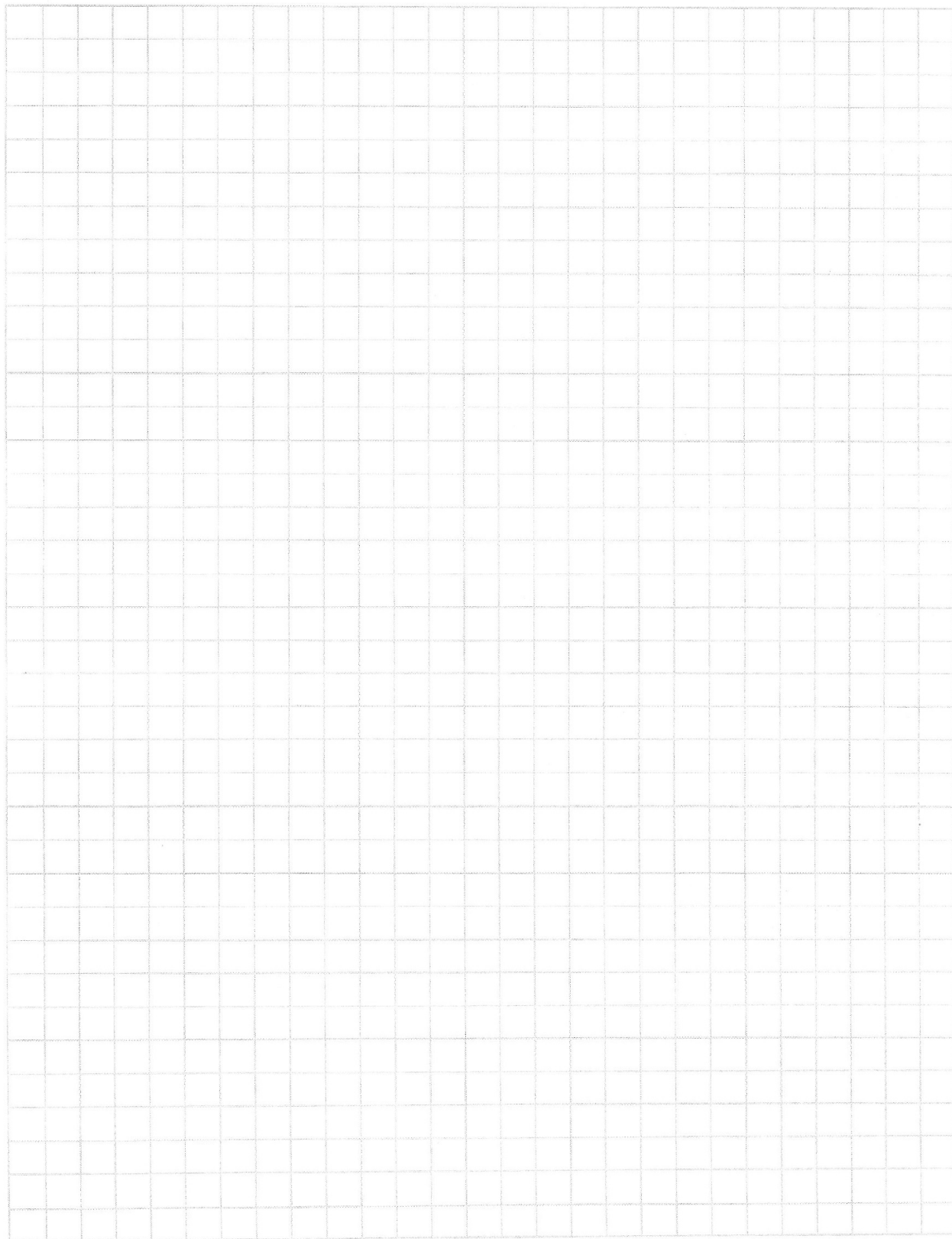


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 = \frac{192}{-12} \left| \frac{12}{-7} \right| 6$$

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right|$$

$$P_1 = \frac{C_5^3}{C_{11}^3}$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$$

$$2x - 20 = 4$$

$$2x = 24; x = 12$$

$$\cancel{x-10} + \frac{y}{2\sqrt{3}} - \cancel{x-10} + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 4$$

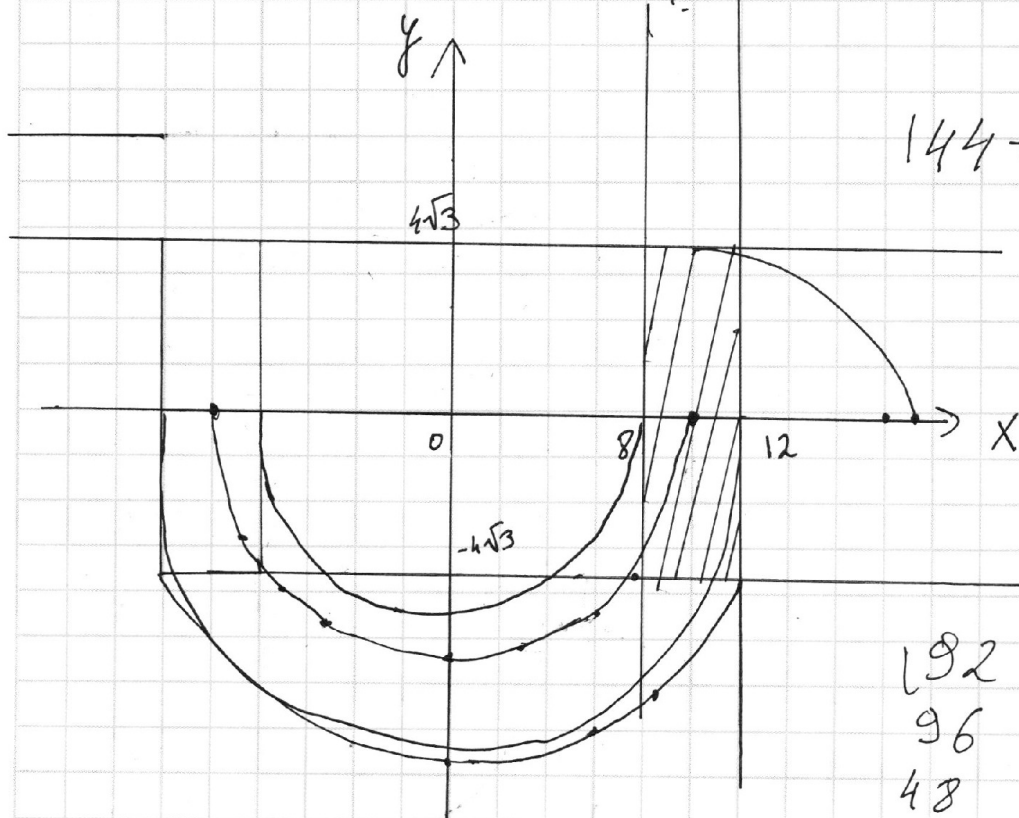
$$P_2 = \frac{C_4^3}{C_{12}^3}$$

$$y = 4\sqrt{3}$$

$$2x - 20 = -4$$

$$x = 8$$

$$n = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_4^3}{C_5^3} = \frac{6 \cdot 4 \cdot (5-3)!}{(4-3)! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2}{1 \cdot 24} = 3,5$$



$$144 + 16 \cdot 3 =$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 48 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \mid 2 \\ 96 \mid 2 \\ 48 \mid 4 \\ 12 \mid 4 \\ 3 \mid \end{array}$$

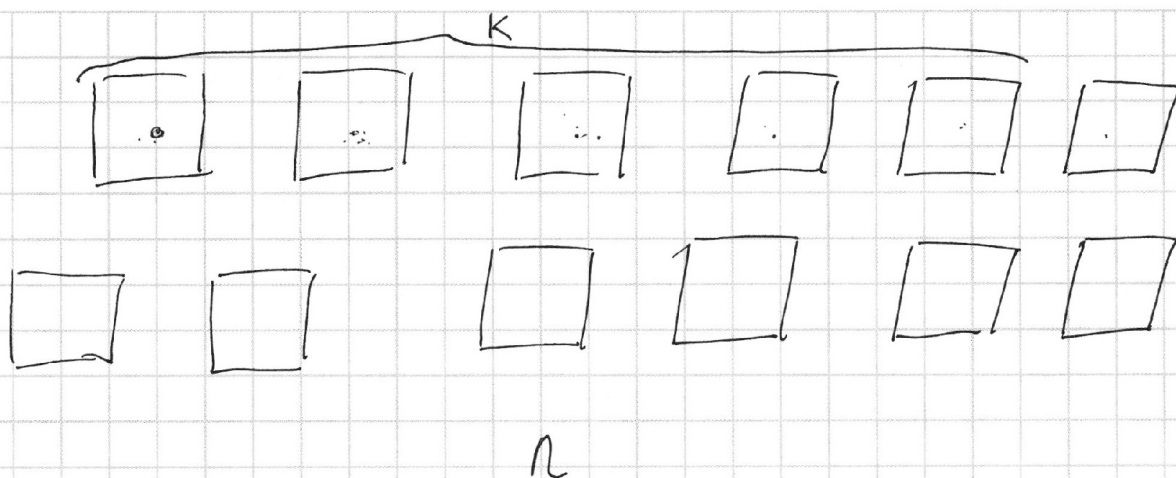


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

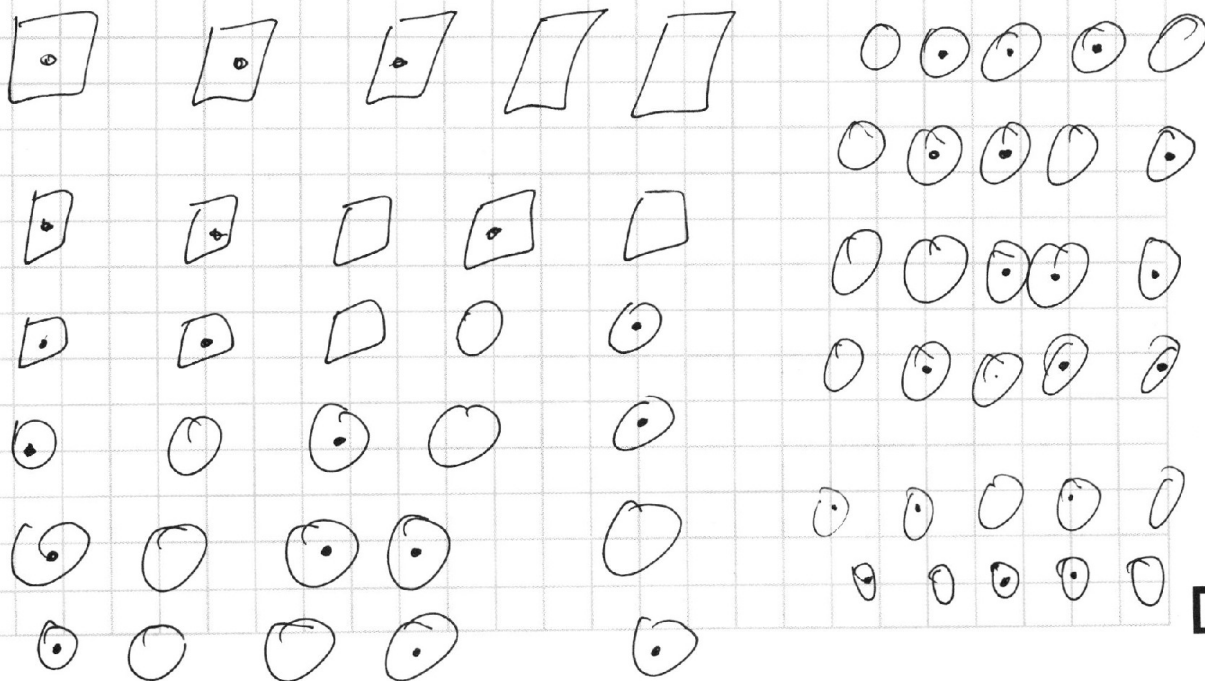
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C_5^3 =$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9



$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$(99)^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 1331 \cdot 729$$

$$(a+5b)(a+6b) = a^2 + 11b + 30b^2$$

$$(a^2+3b)(a+8b) = a^2 + 11b + 24b^2$$

$$a^2 - a - 4 \neq \frac{6 - a^5}{3}$$

$$4 - 2 - 4 \neq \frac{6 - 32}{3}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ + 1210 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^2 2^2 \\ 1331 \\ \times 729 \\ \hline 11979 \\ + 26620 \\ \hline 931400 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$x = \frac{-2z + z^2}{y}$$

$$x = \frac{-2y + y^2}{z}$$

$$9 - 3 - 4 = \frac{6 - 243}{3}$$

-1

$$3^4 - 2 = 81 - 2$$

$$\frac{-2z + z^2}{z} = \frac{-2y + y^2}{z}$$

$$z^3 - 2z^2 = y^3 - 2y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{aligned} x &= \frac{-2z + z^2}{y} = \frac{y^2 - 2y}{z} \\ y &= \frac{x^2 - 2x}{z} = \frac{(z^2 - 2z)^2}{y^2 z} - \frac{2(z^2 - 2z)}{y z} \quad | \cdot y^2 z \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} a^1 + 5 \\ a^2 - 5a + 6 \end{aligned}$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$a = \frac{5 \pm 1}{2} = 3, 2$$

$$y^3 z = \overbrace{(z^2 - 2z)^2}^{xy} - 2y \overbrace{(z^2 - 2z)}^{xy}$$

$$y^2(x^2 - 2x) = xy^2(x^2 - 2)$$

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \cancel{x_1 x_2} x - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

$$-6$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$x_1 x_2 = c$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 2a \\ x_1 x_2 = a^2 - a - 4 \\ x_1' + x_2' = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \\ \cancel{x_1' x_2'} \cdot x_1' \cdot x_2' = \frac{6 - a^5}{3} \end{cases}$$

$$\cancel{x_2 = a_2} + x_1 = a_1 + 5b$$

$$x_2 = a_1 + 6b$$

$$x_1' = a_1 + 3b$$

$$x_2' = a_1 + 8b$$

$$\begin{aligned} \cancel{x_1 + x_2} = \cancel{x_1} \quad x_1 + x_2 &= x_1' + x_2' \\ a^2 - 2a &= \frac{a^3 - 2a^2}{3} \end{aligned}$$

$$= zy + zx + xy + 3$$

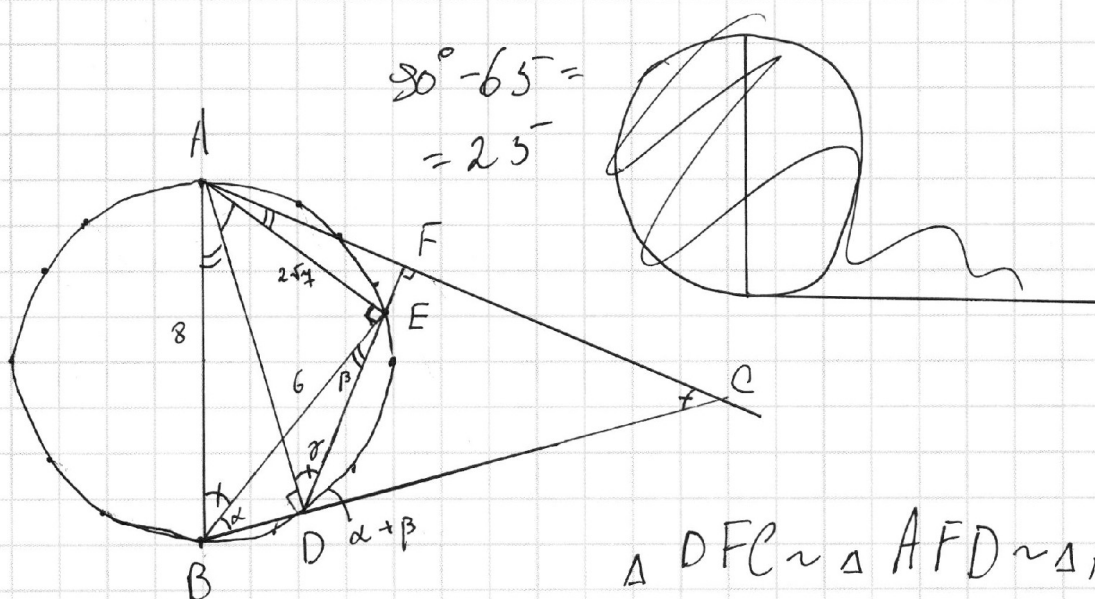


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\triangle DFC \sim \triangle AFD \sim \triangle ABE$$

$$65 + 45 = 110$$

$$\frac{AF}{FD} = \frac{FD}{FC}$$

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 35$$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{FD}{BE}$$

$$\frac{AF}{2\sqrt{4}} = \frac{FD}{6}$$

$$FD = \frac{3\sqrt{4}}{4} AF$$

$$40 + 65 = 105$$

$$360 -$$

$$AF \cdot FC = FD^2$$

$$AF \cdot FC = \frac{9}{4} AF^2$$

$$180 - 65 + \alpha = 115 + \alpha$$

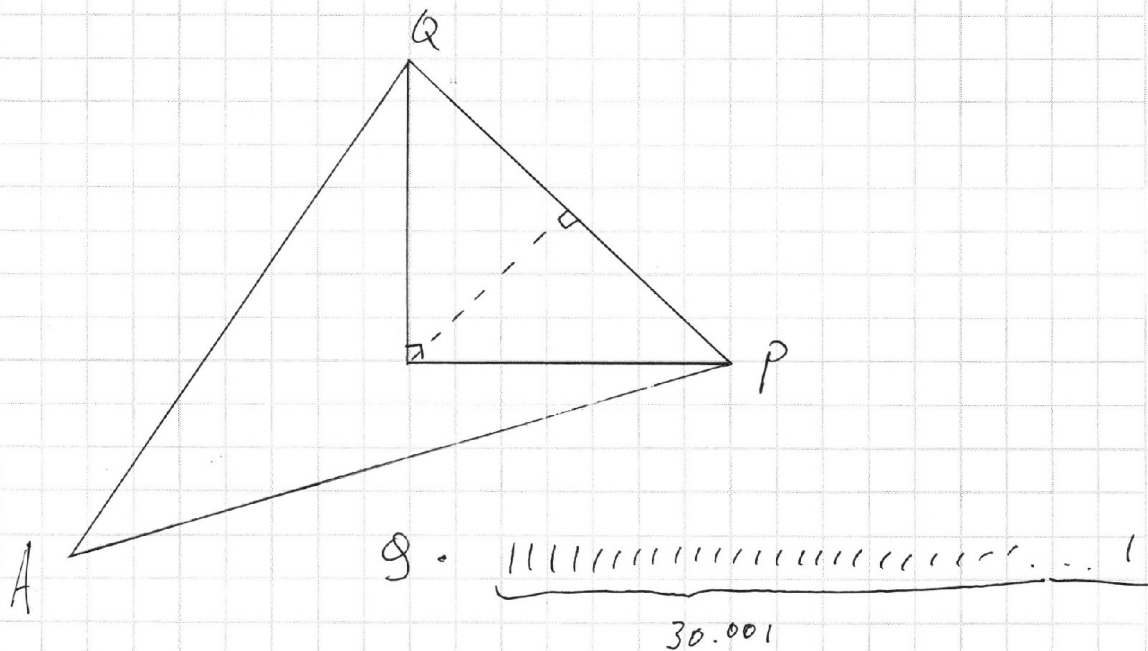


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



729.

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ + 1110 \\ 11100 \\ \hline 12321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12321 \\ \times 111 \\ \hline 12321 \\ + 123210 \\ 1232100 \\ \hline 631 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2: