



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть все числа попарно не равны. Тогда вычтем из первого уравнения 2-е:

$$xy - yz = 6x - 6z - (x^2 - z^2)$$

$$y(x - z) = 6(x - z) - (x - z)(x + z) \quad x \neq z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{сократим на } (x - z), \text{ тогда } y = 6 - x - z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y + z = 6. \text{ Сложим все равенства, по-}$$

$$\text{лучим } xy + yz + zx = -6(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow xy + yz + zx = -36 + x^2 + y^2 + z^2.$$

$$(x + y + z)^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 36$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(-36 + x^2 + y^2 + z^2) = 36$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 36 + 72 = 108 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z) +$$

$$+ 36 \cdot 3 = 36 - 12 \cdot 6 + 36 \cdot 3 = 72.$$

Тогда пусть существуют 2 равных числа, пусть это x и y без ограничения общности.

$$\text{Тогда } yz = -6x + x^2, \text{ т.е. } xz = -6x + x^2, x \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{сократим. Тогда } z = -6 + x, zx = -6y + y^2,$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Но есть $zx = -6x + x$~~

~~$xy = -6x$~~

$xy = -6z + z^2$

$\Rightarrow x^2 = -6(-6+x) + (-6+x)^2$

$x^2 = 36 - 6x + 36 - 12x + x^2$

$\Downarrow$
 $18x = 72 \Rightarrow x = 4 = y \Rightarrow z = -2.$

Отсюда $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (-2)^2 + (-2)^2 + (-8)^2 =$
 $= 4 + 4 + 64 = 72.$

Значит исконая сумма ^{не} может ^{быть} ^{ниче} меньше, кроме 72. А раз решение есть, то она = 72.

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Временно заменим 20001 на k . Тогда значе-
мое число $n = 10^k - 1 \Rightarrow n^3 = (10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k}$

$+ 3 \cdot 10^k - 1$. Явно посчитаем, сколько в этом
числе девяток. Всего в нем $\leq 3k+1$ цифр, всего

$$\leq 3k+1 \text{ разрядов. } 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} = \underbrace{999 \dots 9}_{k-1} \underbrace{700 \dots 0}_{2k}.$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k = \underbrace{999 \dots 9}_{k-1} \underbrace{700 \dots 0}_{k-1} \underbrace{300 \dots 0}_k.$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1 = \underbrace{999 \dots 9}_{k-1} \underbrace{700 \dots 0}_{k-1} \underbrace{2999 \dots 9}_k.$$

Всего в этом числе $k-1 + k = 2k-1$ девяток

$\Rightarrow$ в нашем числе n^3 $2 \cdot 20001 - 1 = 40001$ де-
вяток.

Ответ: 40001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

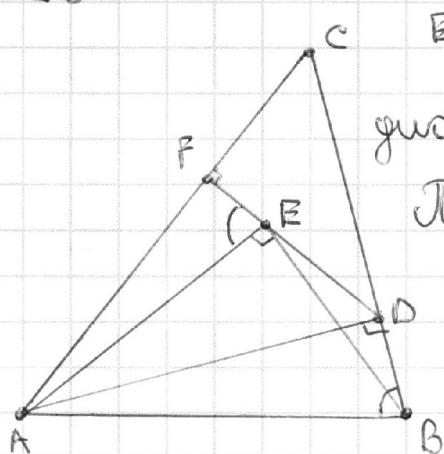
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W23



E и D лежат на окружности с диаметром $AB \Rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$

По теореме Пифагора $AE^2 = AB^2 - EB^2 = 100 - 81 = 19 \Rightarrow AE = \sqrt{19}$.

$AEDB$ - вписанный $\Rightarrow \angle AED +$

$+\angle ABD = 180^\circ \Rightarrow \angle FEA = 180^\circ - \angle AED = \angle ABD$. $\angle AFE =$

$= \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AFE$ подобен $\triangle ADB$ по 2-м

углам ($\angle AFE = \angle ADB$ и $\angle AEF = \angle ABD$) $\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = \frac{AF \cdot AB}{AE} = \frac{10AF}{\sqrt{19}}$. $\angle ADC = 90^\circ$, $PD \perp AC$.

$\Rightarrow$ по св-ву прямоугольного треугольника

$AF \cdot AC = AD^2 \Rightarrow AF \cdot 20 = \left(\frac{10AF}{\sqrt{19}}\right)^2$

$AF \cdot 20 = \frac{100AF^2}{19} \Rightarrow AF = \frac{19}{5} = 3,8$

Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Отдельно посчитаем вероятности для каждого случая. Пусть всего n коробок.

Количество способов, выбрать 5 коробок $= C_n^5$.

Количество наборов из 5-ти коробок, содержащих все 3 шарика, $= C_{n-3}^2$, т.к. это $=$ кол-во способов выбрать оставшиеся 2 коробки (т.к. 3 коробки с шариками обязательно выбраны). Значит вероятность $= \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$.

Для того, чтобы выбрать 9 коробок с 3-мя шариками, аналогично нужно можно C_{n-3}^6 способами, а всего вариантов $C_n^9 =$ вероятность $= \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$. Нужно найти $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$

$$= \frac{(n-3)!}{6! \cdot (n-9)!} \cdot \frac{n!}{(n-9)! \cdot 9!} = \frac{(n-3)! \cdot n!}{6! \cdot 9!} \cdot \frac{1}{(n-9)! \cdot 5!} = \frac{9!}{6!} \cdot \frac{2}{5!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{21 \cdot 2}{5} = 8,4$$

Ответ: в 8,4 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть корни первого уравнения - x_1, x_2 , а второго - x_3, x_4 . По условию $x_1 = k + 5d, x_2 = k + 6d, x_3 = k + 4d, x_4 = k + 7d$. Значит $x_1 + x_2 = 2k + 11d$

$= x_3 + x_4$. По теореме Виета $x_1 + x_2 = a^2 - 4a$,

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow \frac{a^3 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a. \text{ Если}$$

$a = 0$, то первое уравнение имеет вид

$$x^2 + 4 = 0, \text{ у которого нет корней} \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{5} = a - 4 \quad (a - 4)(a - 5) = 0. \text{ Отсюда}$$

$a = 4$ или 5 . Если $a = 4$, то I уравнение:

$$x^2 - 0 \cdot x + 16 - 24x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{x_1, x_2\} = \{2, -2\}. \text{ II уравнение: } 5x^2 - 0 \cdot x$$

$$- 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15 = 0, 5x^2 = 128 + 24 + 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x^2 = 167 \Rightarrow \{x_3, x_4\} = \left\{ \sqrt{\frac{167}{5}}, -\sqrt{\frac{167}{5}} \right\}$$

Тогда заметим, что $|d| = |x_1 - x_2| = 4$,

$$|3d| = |x_3 - x_4| = \left| 2\sqrt{\frac{167}{5}} \right| = 2\sqrt{\frac{167}{5}} \Rightarrow 12 =$$

$$= 2\sqrt{\frac{167}{5}}, \text{ что неверно} \Rightarrow a \neq 4.$$

Если $a = 5$, то I уравнение принимает



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{max: } x^2 - (25 - 20)x + 25 - 30 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \quad D = 25 + 1 \cdot 4 = 29$$

$$\Rightarrow \{x_1, x_2\} = \left\{ \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \right\}.$$

$$\text{II уравнение: } 5x^2 - (125 - 4 \cdot 25)x - 2 \cdot 125 - 30 - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 50 - 6 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 59 = 0 \quad D = 25 + 4 \cdot 59 = 236 + 25 =$$

$$= 261 \Rightarrow \{x_3, x_4\} = \left\{ \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \right\}$$

" 9 \cdot 29

$$\text{Понимаю } x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = k + 5d \text{ если } d = \sqrt{29},$$

$$k = \frac{5 - 11\sqrt{29}}{2}, \text{ но } k + 5d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 10\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$k + 6d = \frac{5 - \sqrt{29} + 2\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = x_1$$

11 \cdot 1

$$k + 4d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 8\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} = x_3$$

$$k + 7d = \frac{5 - 11\sqrt{29} + 14\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} = x_4$$

Значит $a = 5$ подходит.

Ответ: $a = 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Умноженное неравенство равносильно тому, что $(|y-20+\frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y-20-\frac{x}{2\sqrt{3}}|)^2 \leq 64$, т.к.

все слагаемые положительны.

$$\begin{aligned} (y-20+\frac{x}{2\sqrt{3}})^2 + 2|(y-20+\frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20-\frac{x}{2\sqrt{3}})| + (y-20-\frac{x}{2\sqrt{3}})^2 &\leq 64 \\ y^2+400+\frac{x^2}{12}-40y-\frac{20x}{\sqrt{3}}+\frac{xy}{\sqrt{3}}+2|(y-20)^2-\frac{x^2}{12}|+y^2+400 & \\ +\frac{x^2}{12}-40y-\frac{xy}{\sqrt{3}}+\frac{20x}{\sqrt{3}} &\leq 64 \end{aligned}$$

$$2y^2+800+\frac{x^2}{6}-80y+2|(y-20)^2-\frac{x^2}{12}| \leq 64$$

$$(y-20)^2+\frac{x^2}{12}+|(y-20)^2-\frac{x^2}{12}| \leq 32$$

Это равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} (y-20)^2 \geq \frac{x^2}{12} \\ (y-20)^2 \leq 16 \\ (y-20)^2 < \frac{x^2}{12} \\ (\cancel{y-20}) \frac{x^2}{12} \leq 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y-20-\frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20+\frac{x}{2\sqrt{3}}) \geq 0 \\ 16 \leq y \leq 24 \\ (y-20-\frac{x}{2\sqrt{3}})(y-20+\frac{x}{2\sqrt{3}}) < 0 \\ -8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} y \geq 20+\frac{x}{2\sqrt{3}}, y \geq 20-\frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 20+\frac{x}{2\sqrt{3}}, y \leq 20-\frac{x}{2\sqrt{3}} \\ 16 \leq y \leq 24 \end{cases} \\ \begin{cases} y > 20+\frac{x}{2\sqrt{3}}, y < 20-\frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y < 20+\frac{x}{2\sqrt{3}}, y > 20-\frac{x}{2\sqrt{3}} \\ -8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$



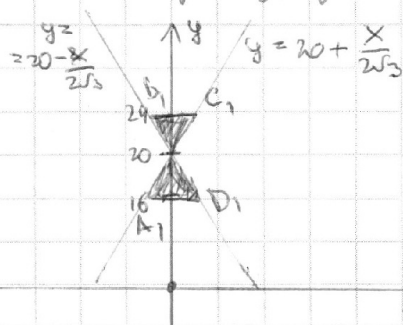
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

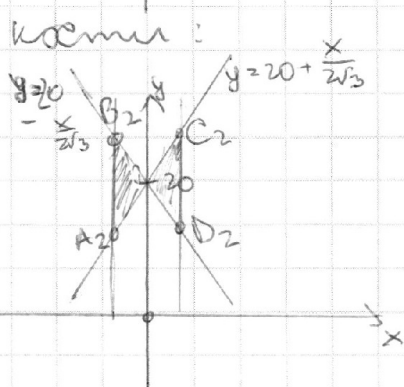
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Планим образи первая система задаёт такую фигуру на плоскости: она ограни-



чена прямыми $y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $y = 24$ и $y = 16$.

Вторая система задаёт такую фигуру на плос-



кости: она ограничена прямыми $y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $x = 8\sqrt{3}$ и $x = -8\sqrt{3}$. То есть, что $A_1, B_1, C_1, D_1 = A_2, B_2, C_2, D_2$

соответственно. $A_2(-8\sqrt{3}, 16) = A_1(-8\sqrt{3}, 16)$, $B_2(-8\sqrt{3}, 24) = B_1(-8\sqrt{3}, 24)$, $C_2(8\sqrt{3}, 24) = C_1(8\sqrt{3}, 24)$, $D_2(8\sqrt{3}, 16) = D_1(8\sqrt{3}, 16)$. (т.к. они все координаты находят по уравнениям прямых, на которых они расположены. Планим образи 2 системы дают прямоугольник, ограниченный прямыми $x = -8\sqrt{3}$, $x = 8\sqrt{3}$, $y = 24$, $y = 16$.

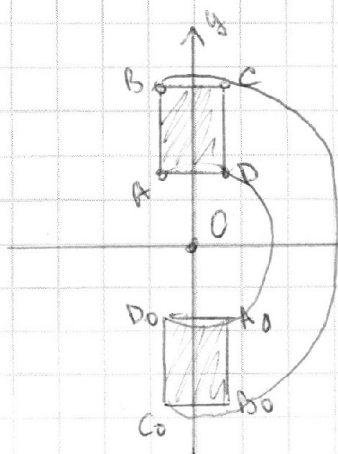


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



После поворота наш прямоуголь-
ник $ABCD \rightarrow A_0B_0C_0D_0$.

Он замечает дугу
окружности с радиусом OB ,
а также дугу окружности с

радиусом OA .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

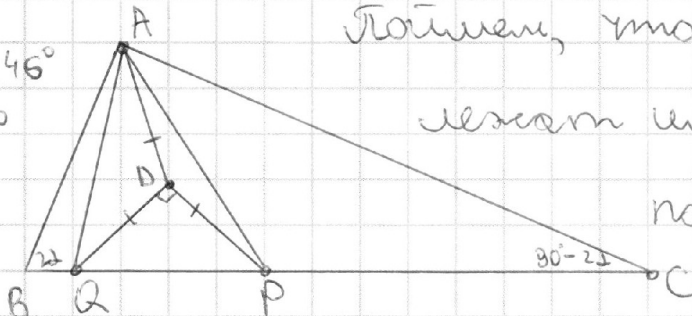
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$\alpha = \frac{1}{2} 46^\circ \\ = 23^\circ$$



Покажем, что точки B, Q, P, C
 лежат именно в таком
 порядке. Иначе P
 раньше, чем
 Q, тогда $BC = BP + PQ + QC = BA + AC + PA$
 $\Rightarrow BC > BA + AC$ и по неравенству треуголь-
 ника. Обозначим $\angle B$ за 2α . Тогда $\angle C = 90 - 2\alpha$.

$\angle BAP = \frac{180 - \angle B}{2} = 90 - \alpha$ (из равнобедренности $\triangle ABP$), $\angle QAC = \frac{180 - \angle C}{2} = 45 + \alpha$ (из равнобедренности $\triangle ACQ$). $\angle BAP + \angle QAC = \angle BAC + \angle QAP = 135^\circ \Rightarrow \angle QAP = 135^\circ - \angle BAC = 45^\circ$. Точка

D лежит на серединном перпендикуляре к PQ, а также $\angle QDP = 90^\circ = 2\angle QAP \Rightarrow D$ в точности центр описанной окружности $\triangle QAP \Rightarrow QD = AD$.

Значит, раз $AD = DQ$ и $AC = CQ$, то DC - ^Bсередин-
 ный перпендикуляр к AQ $\Rightarrow \angle DCQ = \frac{1}{2} \angle ACQ$ (из рав-
 нобедренности $\triangle ACQ$) $\Rightarrow \angle DCQ = \frac{1}{2} (90 - 2\alpha) = 45^\circ - \alpha = 45^\circ - 23^\circ = 22^\circ$

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \cdot \left(\frac{-6+z}{-6+x} \right)$$

$$x^2 - 12x + 36 + z^2 - 12z + 36 + y^2 - 12y + 36$$

$$36 - 3 = 90 + 18 = 108$$

$$108 + 2x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12z - 12y$$

$$108 + xy + yz + zx + 6z + 6x + 6y - 12x - 12y - 12z$$

$$xy - yz = -6z + z^2 + 6x - x^2$$

$$y(x-z) = 6(x-z) + (x-z)(x+z)$$

$$x=z \Rightarrow$$

$$xy = -6x + x^2$$

$$x^2 = -6y + y^2$$

$$y(x-z) = 6(x-z) + (x^2 - z^2)$$

$$-6x + x^2$$

$$xy = -6x + x^2$$

$$108 + 2x^2 - 24x + y^2 - 12y + 36$$

$$y^2$$

$$y = 6 - (x+z)$$

$$x+y+z=6$$

$$z = 6 - (y+x)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 36$$

$$x = 6 - (y+z)$$

$$(x-y)^3 = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y)$$

$$xy - 6z = 12z + z^2$$

$$(10^k - 1)^3 = x^3 - x^2y - 2x^2y + 2xy^2 + xy^3 - y^3$$

$$y(x+z) = -6(x+z) + x^2 + z^2$$

$$(10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1)$$

$$(y+6)(x+z) = x^2 + z^2$$

$$10(x-y)^3 = (x^2 - 2xy + y^2)(x-y)$$

$$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$y = 6 - (x+z) \Rightarrow x+y+z=6$$

$$99999$$

$$999$$

$$(10^k - 1)(10^k - 1) = 10^{2k} - 2 \cdot 10^k + 1$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$y = 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$1000$$

$$y = 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$



$$9.999700030000 - 1 = 99.970.0299.9$$

[illegible]



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y(x-z)^2$ $xy = -6z + z^2$
 $yz = -6x + x^2$
 $y(x-z) = 6(x-z) - (x^2 - z^2)$
 $y = 6 - (x+z)$
 $x+y+z = 6$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy + yz + zx = -36 + x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy = -6x + x^2$
 $x^2 = -6y + y^2$
 $x(x-y) = -6(x-y) - (y^2 - x^2)$
 $x = 6 - x - y$
 $2x + y = 6$
 $2(x-6)^2 + (6-2x)^2 = 2x^2 - 24x + 72 + 4x^2$
 $x^2 = -6x + x^2$
 $64 + 4 + 4 = 72$
 $x = 6 - x - y$
 $y = 2x - 6 - 2x = -6 + x$
 $y = -2$
 $x = 4$

$xy = -6z + z^2$
 $yz = -6x + x^2$
 $y(x-z) = 6(x-z) - (x^2 - z^2)$
 $y = 6 - (x+z)$
 $x+y+z = 6$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy + yz + zx = -36 + x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy = -6x + x^2$
 $x^2 = -6y + y^2$
 $x(x-y) = -6(x-y) - (y^2 - x^2)$
 $x = 6 - x - y$
 $2x + y = 6$
 $2(x-6)^2 + (6-2x)^2 = 2x^2 - 24x + 72 + 4x^2$
 $x^2 = -6x + x^2$
 $64 + 4 + 4 = 72$
 $x = 6 - x - y$
 $y = 2x - 6 - 2x = -6 + x$
 $y = -2$
 $x = 4$

$xy = -6z + z^2$
 $yz = -6x + x^2$
 $y(x-z) = 6(x-z) - (x^2 - z^2)$
 $y = 6 - (x+z)$
 $x+y+z = 6$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy + yz + zx = -36 + x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36$
 $xy = -6x + x^2$
 $x^2 = -6y + y^2$
 $x(x-y) = -6(x-y) - (y^2 - x^2)$
 $x = 6 - x - y$
 $2x + y = 6$
 $2(x-6)^2 + (6-2x)^2 = 2x^2 - 24x + 72 + 4x^2$
 $x^2 = -6x + x^2$
 $64 + 4 + 4 = 72$
 $x = 6 - x - y$
 $y = 2x - 6 - 2x = -6 + x$
 $y = -2$
 $x = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y-20+\frac{x^2}{2\sqrt{3}}) + 2|(y-20+\frac{x^2}{2\sqrt{3}})(y-20-\frac{x^2}{2\sqrt{3}})| + (y-20+\frac{x^2}{2\sqrt{3}})^2$$

$$y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} - 40y - \frac{20x}{\sqrt{3}} + \frac{20x}{\sqrt{3}} + y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} -$$

$$400 - 40y - \frac{20x}{\sqrt{3}} + \frac{20x}{\sqrt{3}}$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{12} + 800 - 80y + 2|y^2 - 40y + y^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 64$$

$$y^2 + \frac{x^2}{12} + 400 - 40y + |y^2 - 40y + y^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 32$$

$$(y-20)^2 + \frac{x^2}{12} + |(y-20)^2 - \frac{x^2}{12}| \leq 32$$

$$y-20$$

$$4+1+5+4+5+5+6$$

$$= 11+9+11$$

$$\frac{26}{31} = 31$$

$$\begin{cases} (y-20)^2 \geq \frac{x^2}{12} \\ 2(y-20)^2 \leq 32 \\ (y-20)^2 < \frac{x^2}{12} \\ 2 \cdot \frac{x^2}{6} \leq 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y-20| \geq |\frac{x}{2\sqrt{3}}| \\ |y-20| \leq 4 \\ |y-20| < |\frac{x}{2\sqrt{3}}| \\ |\frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 4 \end{cases}$$

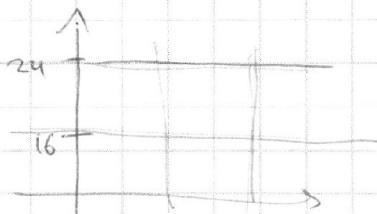
$$16 \leq y \leq 24$$

$$4 \leq |y-20| \leq |\frac{x}{2\sqrt{3}}|$$

$$\frac{26-3}{93} = \frac{78}{93} \quad 16 \leq y \leq 24$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{10x}{2\sqrt{3}} \geq 0 & y-20 \geq \\ -4 \leq \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 4 & \end{cases}$$

$$-8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3}$$



$$y^2 - 40y + 400 - \frac{x^2}{12}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

