



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N \equiv 2$

$$n = \underbrace{999 \dots 9}_{20001 \text{ 9-ка}} \dots \underbrace{9}_{9\text{-ка}} = \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \text{ ноль}} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{20001} - 1)^3 = (10^{20001})^3 - 3 \cdot (10^{20001})^2 + \\ &+ 3 \cdot 10^{20001} - 1 = (10^{60003} + 3 \cdot 10^{20001}) - (3 \cdot 10^{40002} + 1) = \\ &= (\underbrace{100 \dots 0}_{60003-20001-1=40001} \underbrace{30 \dots 0}_1) - (\underbrace{300 \dots 0}_{40002-1=40001} \underbrace{01}_1) = \end{aligned}$$

Посмотрим разность:

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \quad 10 \quad 10 \dots 10 \cdot 9 \dots 9 \quad 10 \\ - 100 \dots 0 \quad 20 \dots 0 \quad 30 \dots 0 \quad 00 \\ \hline 30 \dots 000 \dots 01 \\ \hline \underbrace{99 \dots 9}_{20000} \quad \underbrace{9 \quad 70 \dots 0}_{1 \quad 20000} \quad \underbrace{2 \quad 9 \dots 9}_{1 \quad 20001} \end{array}$$

$60003 \qquad \qquad \qquad 20000 \quad 20000 \quad 20001$

Итак, т.е. n^3 вида: $\overbrace{9 \dots 9}^{20000} \overbrace{70 \dots 0}^{20000} \overbrace{2 \quad 9 \dots 9}^{20001}$ и содержит ровно $(20000 + 20001)$ девяток. Итого: 40001.

Ответ: n^3 содержит 40001 девятку.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): AF = \frac{AD \cdot AE}{AB} = \frac{2\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{10} = \frac{38}{10} = 3,8$$

Итак, зная, что $AC=20$, $AB=10$, $BE=9$ найдем $AF=3,8$.

Ответ: $AF=3,8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N = 4

Пусть всего n коробок, тогда если ведущий кладёт 3 шара, а игрок открывает 5, то вероятность того, что во всех 5 шаров равна $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$, так как:

$P(3 \text{ шара в } 5 \text{ кор.}) = \frac{m}{n}$, где m - кол-во благоприятных случаев, а n - кол-во всевозможных событий.

m : Если он открывает 3 коробки с шариками и любые две из оставшихся $(n-3)$:

$$C_{n-3}^2$$

n : Если он выберет любые 5 из n : C_n^5 .

Если же игроку достается право на открытие 9, то $P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор.}) = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$, т.к.:

$P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор.}) = \frac{r}{q}$, где r - кол-во благоприят. соб., а q - кол-во всевозм. соб.

r : Если 3 коробки полные, а 6 - любые другие:

$$C_{n-3}^6$$

q : Если 9 каргод: C_n^9 .

$$\text{Тогда } \frac{P(3 \text{ шара из } 9 \text{ кор.})}{P(3 \text{ шара из } 5 \text{ кор.})} = \frac{C_{n-3}^6 \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-9)! \cdot 9! \cdot 2! \cdot (n-5)!}{(n-9)! \cdot (n-5)! \cdot (n-3)! \cdot 6! \cdot 5! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{84}{10} = 8,4. \quad \text{Ответ: в } 8,4 \text{ раза.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим~~ $N = 6$

Рассмотрим на промежутке $(-\infty; 0]$:

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (+)$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad (+) \quad (+)$$

1 сл) $y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$2y - 40 \geq 8, \text{ т.е. } y \leq 24, \text{ но } y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}},$$

$$\text{т.е. } 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 24, \text{ т.е. } x \geq -8\sqrt{3}.$$

2 сл) $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$ (т.е. y любая ~~от~~ $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$ до $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$)

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8, \text{ т.е. } x \geq -8\sqrt{3}$$

3 сл) $y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-2y + 40 \leq 8$$

$$y \geq 16, \text{ но т.к. } y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, \text{ то}$$

$$20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 16, \text{ значит}$$

$$x \geq -8\sqrt{3}.$$

Итак, ограничение x на промежутке $(-\infty; 0]$:
 $[-8\sqrt{3}; 0]$
 или иначе экв.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А напомним рассмотрим x на промеж $[0; \infty)$

$$\overbrace{y - 20 + \frac{x}{\sqrt{3}} \ominus 20 - \frac{x}{\sqrt{3}} \oplus 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \oplus}^1$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \ominus \ominus \oplus$$

1) $y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$2y - 40 \leq 8 \rightarrow \underline{y \leq 24}, \text{ но т.к. } y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}},$$

то $x \leq 8\sqrt{3}$

2) $20 - \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \oplus y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \rightarrow x \leq 8\sqrt{3}$$

3) $y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$ (т.е. y меньше от $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$ до $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$)

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\ominus \underline{-2y \leq -32}, \text{ но т.к. } y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 16 \rightarrow x \leq 8\sqrt{3}.$$

Т.е. на промеж. $x \in [-\infty; +\infty)$ ограничение до $x \in [0; 8\sqrt{3})$ ~~дальше~~

Теперь скажем, что если $x \in [-8\sqrt{3}; 0]$, то при x_0, y будет совокупностью ответов от 16 до 24 (вышес), т.к. (см. экран).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

План как, если $y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$, то $y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$

$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$, если $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}]$, если $y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 16]$ (см. цел. на стр 1)

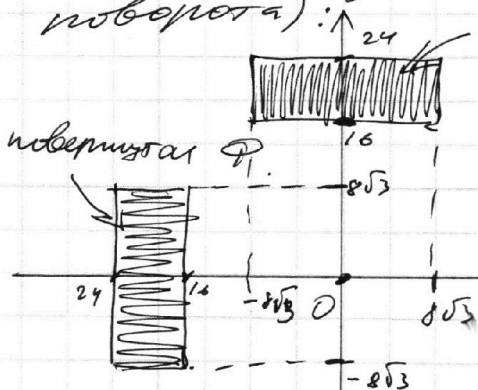
Аналогично для $x_0' \in [0; 8\sqrt{3}]$:

$y \in [16; 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}]$ при $y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}]$ при $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

$y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$ при $y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$.

Итак, теперь изобр. график: фигуру Φ и повернутую фигуру Φ (без процесса поворота):



Теперь рассмотрим процесс поворота: для любой точки A_0 с координатами $(x_0; y_0)$

рассмотрим окружность с ц. в т. O и проходящую через A_0 .

Тогда процессом поворота будут являться все дуги таких окружностей от A_0 до A_0' . (см. след стр.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

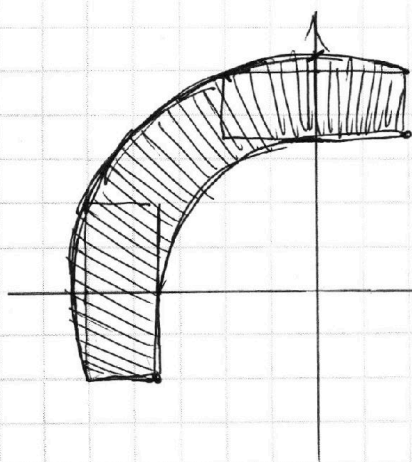
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим наименьшую и наибольшую (т.е. с наименьшим и наибольшим радиусом).

С наименьшим радиусом будет опис. прохождение через $(0; 16)$, а с наибольшим — опис. через $(8\sqrt{3}; 24)$. Это наименьший и наибольший опис. т.е. рассматривая ^{прямую} ~~прямую~~ ^{вершины} ~~вершины~~ в O , $(0; 24)$, $(8\sqrt{3}; 24)$; $(8\sqrt{3}; 0)$ то по т. Виета наибольшая точка и O будет опис. наим. опис. (радиус), а наиб. ^{тогда, если} ~~длина~~ на диагонали, в противном. вершине.

Рассмотрим общий график:



$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} (S_{\sqrt{384}} - S_{16}) + 2 \cdot S_{\square} + 2 \cdot S_{\Delta} = \\ & = \frac{2\pi R_{\sqrt{384}}^2 - 2\pi R_{16}^2}{4} + 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \arctg \frac{\sqrt{3}}{4}}{360^\circ} \cdot 2\pi R_{\sqrt{384}}^2 - 12 \cdot 16\sqrt{3} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{2\pi \cdot 384 - 2\pi \cdot 256}{4} + 64\sqrt{3} + \\ & + \left(\frac{\arctg \frac{\sqrt{3}}{4}}{45^\circ} \cdot 2\pi \cdot 384 - 192\sqrt{3} \right) = \\ & = 64\pi + 64\sqrt{3} + 8 \cdot 384 \cdot \arctg \frac{\sqrt{3}}{4} - 192\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 64\pi + 8 \cdot 384 \arctg \frac{\sqrt{3}}{4} - 128\sqrt{3}.$$



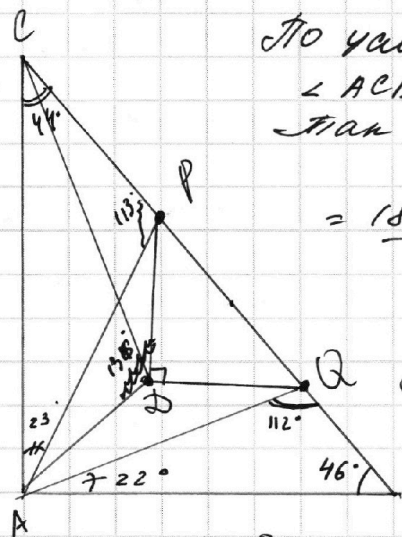
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N = 7$$



По условию $\angle CBA = 46^\circ$, а $\angle A = 90^\circ$, значит $\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$.

Так как $AC = CQ$, то $\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$. Тогда $\angle AQB = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$.

Аналогично для $\triangle ABP$, где $AB = BP$
 $\angle BPA = \angle PAB = 67^\circ$, т.е.
 $\angle CPA = 113^\circ$

Значит $\angle QAB = 22^\circ$, а $\angle CAP = 23^\circ$ из $\triangle AQB$ и $\triangle CAP$ соответственно.

Получается $\angle PAQ = 90^\circ - 22^\circ - 23^\circ = 45^\circ$. В

$\triangle APQ$ $\angle PQA = 90^\circ$, а $\angle PAQ = 45^\circ$. Значит

если мы опишем окружность около $\triangle APQ$, то м. D будет центром этой окр., т.к. центральный угол в 2 раза больше угла, опир. на эту же дугу (вн. угол).

Тогда зная, что $\angle APB = 67^\circ$, найдем $\angle ADQ$: $\angle ADQ = 2 \cdot 67^\circ = 134^\circ$. Аналогично

$\angle ADP = 2 \cdot 68^\circ = 136^\circ$. Рассмотрим 4-х угл.

$ACPD$: $\angle C = 44^\circ$, а $\angle ADP = 136^\circ$. Значит углы, лежащие напротив в сумме 180° , т.е. это вписанный четырёхугольник по признаку.

Тогда $\angle DCP = \angle DAP$, т.к. опирается на одну дугу (вдп). (см. следств.)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из внешне-ги $\triangle DPC$ найдем $\angle CAD = \angle BPD = 45^\circ$,
так как $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$, значит $\angle DPQ =$
 $= \angle DQP = 45^\circ$. Итак, $\angle CAP = 45^\circ$, значит

$\angle PAD = 45^\circ - 23^\circ = 22^\circ$. А раз $\angle DCP = \angle PAD$,
то $\angle DCP = 22^\circ$. Мы нашли $\angle DEB = 22^\circ$.

Ответ: 22° .

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 2.6 \\ \hline 864 \\ 2880 \\ \hline 384.0 \end{array}$$

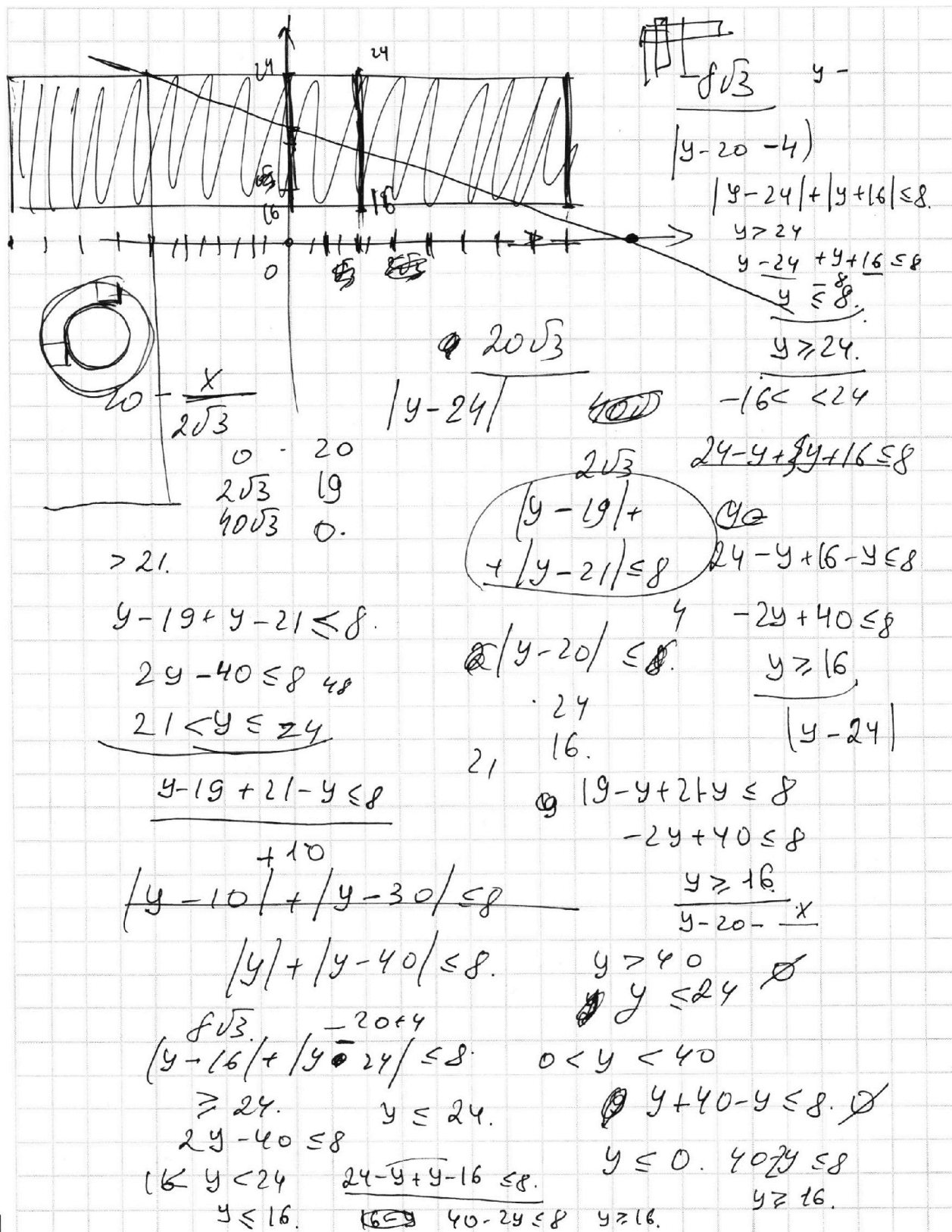


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$99^3 = (100-1)^3 = (100-1)^2(100-1) = (10000-200+1)(100-1) = 99801 \cdot (100-1) = 9980099$$

$$\frac{1}{9} = 0.\overline{111111}$$

$$\frac{1}{9} = 0.\overline{111111}$$

$$10000.00 - 3 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 - 1 = 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 970300 - 1 = 970299$$

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$$

$$\frac{1000000}{300} = 3333.\overline{3}$$

$$99-2 = 97$$

$$30 \dots 01$$

$$10 \dots 030 \dots 0$$

$$60003 - 20001 - 1 = 40001$$

$$10 \dots 03000 \dots 0$$

$$9 \dots 97002$$

$$20000 \dots 20000$$

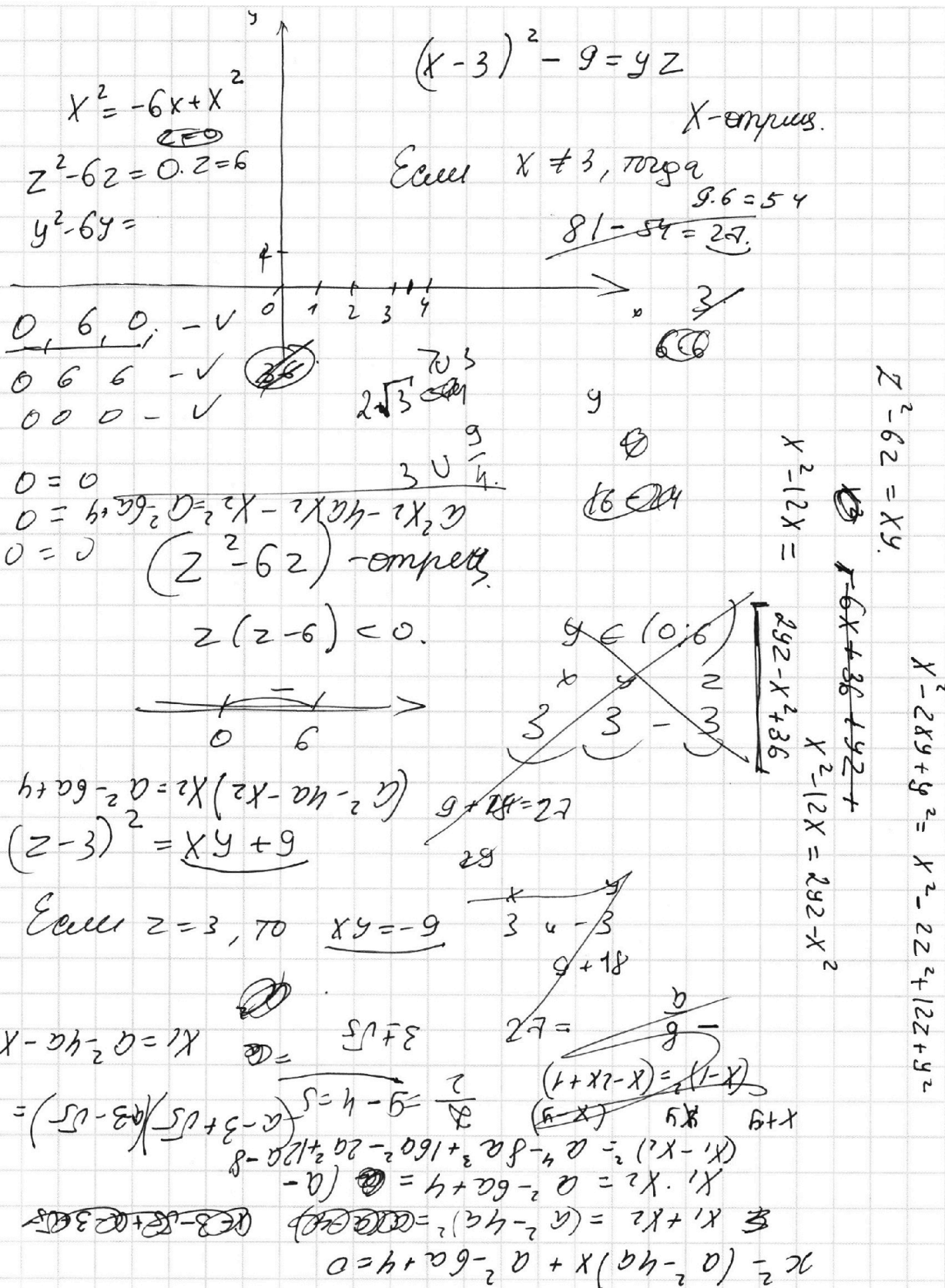
$$\frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(n-3)(n-2)}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$$

$$\frac{(n-3)(n-2)(n-1)}{6} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} = 1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2xy + y^2) + \dots - 12x - 12z - 12y = 0$$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 - 12x - 12z - 12y = 0.$$

$$(x^2 - 12x) + 36 + (y^2 - 12y) + 36 + (z^2 - 12z) + 36 =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + z^2 - 2xz}{x^2 + z^2 - 6x - 6z - 6y - 6z} = 0. - 6xy - 6z = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + z^2 - 2xz + 36 \cdot 3$$

$$+ (y^2 - 12y)$$

$$(x-6) = \frac{yz}{x}$$

$$(z-3)^2$$

$$g = \frac{3}{x}$$

$$\frac{y^2 z^2}{x^2}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 12x + 36 \\ + y^2 - 12y + 36 \\ \hline z^2 - 12z + 36 \end{array}$$

$$(-3)^2$$

$$(5 \cdot 3)$$

$$xy + yz + xz + 36 \cdot 3$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + \dots - 12(x+y+z) = 0.$$

$$x^2 + 36 + (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 - 12x - 12y - 12z = 0$$

;

$$(x-6)^2$$

$$x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 + z^2 + 2xz - 2xz - 12x + x^2 - 12z + z^2 - 2xy - 2yz = 0.$$

$$(x-z)^2 + (x-6)^2 + (z-6)^2 - 36 - 36 - 2(xy + yz + xz) = 0.$$

$$+ (x+y)^2 - 2yx + (x-6)^2 + (y-6)^2 - 36 - 36 - 2(\dots) = 0.$$

$$+ (y+z)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 - 36 - 36 - 2(\dots) = 0.$$

$$36 \cdot 6 + 6(z-6)^2 - (x+2)^2 - \dots - (y-2)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad x_1 \quad x_2$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + a^3 - 6a - 15 = 0 \quad y_1 \quad y_2$$

$$3|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2| \quad (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 =$$

$$= (a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$9(x_1 - x_2)^2 = (y_1 - y_2)^2 \quad \frac{1}{25} = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16$$

$$\left(\frac{1}{2}(2-a) + \frac{1}{2}(2-x) + \frac{1}{2}(a-x) \right)^2 - \frac{1}{25} = \frac{(a^3 - 4a^2)^2}{5} + 4 \left(\frac{2a^3 + 6a + 15}{5} \right) =$$

$$0 = 221 - 621 - 121 - \frac{1800}{16} = \frac{1}{25} (a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a + 300)$$

$$225(a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16) =$$

$$= (a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a + 300)$$

$$a^6 - 8a^5 - 209a^4 + 1840a^3 - 3700a^2 - 280a + 3900 = 0$$

$$\begin{aligned} (2) = x & \quad 0 = x \\ 0 = x(2) - 2x & \quad x + x9 - = x9 \\ 0 = 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= (x-2)(9-2) \\ 0 &= (x-2)9 - (x-2)2 \\ x9 + 2x &= 2 + 29 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + x9 &= 2x \\ 2x + x9 &= 2x \\ 2 + 29 &= 2x \end{aligned}$$

$$(2) = 9 + 9$$

$$5 - 1 - 1$$

$$\begin{aligned} (2) & \quad x \quad x \\ (2) & \quad 9 \quad 21 \quad 21 \end{aligned}$$

$$7 \cdot 5 - = 1 + 9 -$$

$$\frac{x}{2} = (9-x) / (2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot x) \quad 2 \cdot 9 \cdot 10 \cdot x$$

